تـــاريـــخ

علـــم الحســـاب العــــربي

الجزء الأول

حساب اليـــد

تحقيق لكتاب

٢٠١٩٧٤

المنازل السبـــع

لأبي الوفاء البوزجاني

مع مقدمة ودراسة بالمقارنة بكتاب

الكافي في الحساب

لأبي بكر الكرجي الحاسب

بقلـــم

الدكتور أحمد سليم سعيدان

اليهـا

الى فلسطين الحبيبة ، أطهر تربة وأرق هواء

الى الكوخ الذي فيه ولدت وحبوت

الى مرتع طفولتي وصباي

الى البلد الذي لهوت فيه صغيراً وحرمت منه كبيراً

واليهـم

الى أحبابنا الرابضين الصامدين ينطوون عـلى جراحهم وآلامهم ليعطوا الدنيا كل يوم مثلا جديداً على التعلق بالوطن ونكران الذات من أجل جيل قادم وفجر قريب ٠

اليها واليهم أهدي هذا الكتاب ٠

الطابعون
جمعية عمال المطابع التعاونية
عمان – هاتف ٣٧٧٧١

التصدير

في هذا الكتاب أقدم للقارىء اثنتين من أهم المخطوطات العربية في الحساب لاثنين من كبار العلماء في العصر الاسلامي ·

وهذا هو الكتاب الأول من سلسلة أنوي أن أقدم فيها علوم الحساب العربي كما كانت في العهد الاسلامي ، وان أجلو مراحل تطورها على أيدي علماء الاسلام ، وأحدد ما للخضارات الأخرى من فضل على الفكر الرياضي العربي ، وما للعرب من فضل على الرياضيات العالمية ·

وفي هذا الذي أقدم عليه سأنتهج نهجاً موضوعياً علمياً ، وفي كل مرحلة من مراحل البحث سأقدم للقارىء نموذجاً من نماذج الفكر الرياضي ، ممثلا بمخطوطة أو أكثر ، أقدم لها بكلمات تحدد قيمتها بالنسبة الى غيرها وأختتمها بكلمات تحدد أهم ما نخرج به من دراستها ، وبين البدء والختام أترك للقارىء المجال ليرافق المخطوطة على هينته وراحته ، فلا أعترضهما الا في ما لا بد منه من تعليقات توضيحية أو تاريخية ·

والله من وراء القصد

أحمد سعيدان

الجامعة الأردنية ــ عمان

في ١٩٧١/٦/١

مراجع المقدمة والتعليقات

١ ـ بروكلمان Brockelmann, C.

Geschiehte der arabischen Literatur.

مجلدان وثلاثة ملاحق (ليدن ١٩٤٢/٤٣) .

٢ ـ بهاء الدين العاملي

خلاصة الحساب (مخطوطة في المكتبة الخالدية في القدس) .

٣ ـ البيروني ـ أبو الريحان

رسائل البيروني ـ (طبعة حيدر اباد ، ١٩٥٨) .

٤ ـ الخوارزمي ـ محمد بن أحمد يوسف

مفاتيح العلوم (طبعة القاهرة ، ١٣٤٢ هـ) .

٥ ـ الخوارزمي ـ أبو عبدالله محمد بن موسى

كتاب الجبر والمقابلة (القاهرة ، ١٩٣٩) .

٦ ـ دتا وسنج Datta and Singh.

History of Mathematics.

(طبعة حديثة ، جزءان بمجلد واحد ، ١٩٦٢) .

٧ ـ سبط المارديني

تحفة الاحباب في علم الحساب (مخطوطة في المكتبة الخالدية في القدس)

٨ ـ سارتن Sarten, G.

Introduction to the History of Scieuce.

ثلاثة أجزاء في خمسة مجلدات (بولتيمور ١٩٢٧/٤٨) .

٩ ـ سارتن

Ancient Science through the Golden Age of Greece.

(اكسفورد ١٩٥٥) .

١٠ـ سارتن

Hellenistic Science and Culture in the Last Three Centufies B. C.

(هارفرد ، ١٩٥٩) .

١١ـ سمث — Smith, D. E.

الجزء الثاني (بوسطن ١٩٢٥) · — History of Mathematics.

١٢ـ شجاع بن أسلم الحاسب المصري ، أبو كامل

الطرائف في الحساب (تحقيق سعيدان ، مجلة معهد المخطوطات ، ١٩٦٣) ·

١٣ـ الشيزري ـ عبد الرحمن بن نصر

نهاية الرتبة في طلب الحسبة (القاهرة ، ١٩٤٦) ·

١٤ـ عبد القاهر بن طاهر البغدادي ـ أبو منصور

التكملة في الحساب (المخطوطة ٢٧٠٨ فيمكتبة لا للي) ·

١٥ـ فان در فيردن — Van der Waerden

(الترجمة الانجليزية ، جرونتجن ، ١٩٥٤) · — Science Awakening.

١٦ـ الكاشي ـ غيات الدين جمشيد بن مسعود

مفتاح الحساب (المخطوطة ٢٩٦٧ مكتبة نور العثمانية) ·

١٧ـ كرا د فو — Carra de Vaux.

Sur L'histoire de l'arithmetique arabe.

(Bibl. Math. XIII, Z, 33).

١٨ـ الكفاية (المخطوطة ٣٤٤١ ، الاوراق ١٢٨ ـ ٢٤٥ في مكتبة أحمد الفاتح ـ منسوبة لعلي بن عمر بن صالح الاربيلي) ·

١٩ـ ابن النديم

الفهرست (طبعة القاهرة) ·

٢٠ـ نويكيباور — Neuegebauer, O.

(الطبعة الثانية ، بروفدنس ١٩٥٧ — Exact Sciences in Autiquity.

٢١ـ نويكيباور وساكس — Neuegebauer and Sacks

(نيوهافن ١٩٤٥) · — Mathematical Cueneiform Texts.

٢٢ـ نيدهم — Needham, L.

Seience and Civilisation in China.

(المجلد الثالث ، كمبردج ١٩٥٩) ·

٢٣ـ ابن الهايم ، شهاب الدين

اللمع في الحساب (مخطوطة في المكتبة الخالدية في القدس) ·

٢٤ـ الهندي المنتزع من الكافي

(المخطوطة ٨٤ ، القاهرة مجهولة المؤلف ، ومعها شرح لها) ·

٢٥ـ يوشكافتش — Yushkevich, A.P.

Istoriya Mathematike.

(الترجمة الالمانية ، ليبزج ١٩٦٤) ·

المقـــدمة

المصادر الأولية للرياضيات العربية

لا حاجة بنا الى القول باننا بصدد الكلام عن العلوم العربية نستعمل لفظتي عرب وعربية للدلالة على قطاع ثقافي لا عنصري . فالفارسي أو الهندي اذا انطبع بطابع الثقافة العربية عددناه من هذه الناحية عربياً حتى اذا هو قد كتب بغير اللغة العربية أو تنكر لدواعي شعوبية للحضارة العربيـة .

ومن غايات هذه الدراسة التي نقدمها للقارىء التوصل الى تقدير علمي صحيح للمجهود العربي في حقل الرياضيات . ومن ثم فلا بد ، من أجل تحقيق هذه الغاية ، من المام بالمصادر الأولية للمعرفة الرياضية عند العرب . ومعلوم أن المصادر الأولية للرياضيات العربية كانت فارسية وسريانية وهندية واغريقية .

أما المصادر الفارسية فترد أسماؤها في الكتب العربية ، ولكن لم يصل الينا منها شيء ، وثمة مجال للظن بأن بعضها منحول أو مدعى لعوامل عصبية .

وأما المصادر السريانية فتكاد تكون قاصرة على ترجمات عن الاغريقية ، وما وصل الينا من هذه الترجمات يبعث على الاعتقاد بأنها لم تكن موفقة كل التوفيق .

واذا كان هذا القول يتضمن تجريد الفرس والسريان من كل مصدر رياضي أصيل فينبغي أن نسجل لهم أن معاهدهم العلمية ظلت قائمة بشكل ما حتى العهد الاسلامي وظلت تحتفظ بالتدريس التقليدي لعلمي

الفلك والرياضيات ، وكانت ذات أثر مباشر في لفت أذهان العرب الى هذين العلمين وامكانياتهما ، حتى اذا عمد العرب الى الترجمة كان النقلة فارسيين في ثقافتهم أو سرياناً . ولعل في هذا تفسيراً لظهور شخصيات علمية ناضجة في المسلمين قبل أن ينضج عندهم فهم العلم الاغريقي ، مثل أبي عبدالله محمد بن موسى الخوارزمي ، صاحب أول كتاب عربي في الجبر ، وأحمد بن محمد بن كثير الفرغاني الذي وضع كتابا في الفلك انتشر أكثر من المجسطي ، لبطلميوس ، وظل يستعمل حتى القرن السادس عشر .

صحيح أن الفرس والسريان لم يكن منهم قبل عهد الاسلام رياضي واحد ذو شأن ولكن هذا لا يعني بطبيعة الحال أن حياتهم العامة كانت تخلو من المعارف الرياضية التي تلزم لتسيير شئون الحياة الادارية والتجارية ، فتلك المعارف كانت أول ما ورثه العرب من العلوم الرياضية . ولا نعدو الصواب اذا نحن قدرنا أنها كانت مزيجا مما رسب على مدى الاجيال من معارف المصريين والبابليين واليونان .

وهذا التراث الذي تلقاه العرب من الفرس والسريان في مطلع عصور الحضارة الاسلامية هو ما سموه بحساب اليد وهو موضوع هذه الدراسة . وقد كان هذا ركناً من الاركان التي قام عليها العلم الرياضي الاسلامي . أما الركن الثاني فكان الحساب الهندي الذي وصل الى العرب قبل أن يتصلوا اتصالا مباشراً بالفكر الاغريقي عن طريق دراسة ما وصل اليهم من مخطوطات الاغريق . فلما تكشف لهم هذا الفكر زاد علمهم الرياضي ثروة بهندسة أقليدس وجبر ديوفانتس ومثلثات هيبارخس وبطلميوس وعدديات نيقوماخس . وهكذا اكتملت الاركان الثلاثة التي قام عليها الصرح الرياضي العربي .

وأما الصينيون فنحن نعلم أنهم قطعوا شوطاً بعيداً في مضمار المعرفة الرياضية وانهم اتصلوا بالحضارة الاسلامية في وقت مبكر فنقلوا

اليها بعض معارفهم في الكيميا والتكنولوجيا ولا سيما الطباعة وصناعة الورق ، ولكن صلة الصين بديار الاسلام لم تبلغ حداً يتيح للمعلومات المجردة كالرياضيات أن تنتقل الى الفكر العربي الا بعد أن بلغ هذا الفكر مرحلة النضج ، فاذا هي قد أعطته شيئاً في هذه المرحلة فلا يمكن أن يعد ما أعطته في المصادر الأولية للرياضيات العربية .

فالمصادر الأولية للرياضيات العربية اذن تتمثل في عناصر ثلاثة هي الحساب الهندي والرياضيات الأغريقية والتراث الحسابي العملي . أما الحساب الهندي والرياضيات الأغريقية فمكانهما مرحلة أخرى من هذه الدراسة . وأما التراث الحسابي العملي فهو موضوع هذه الصفحات وقد تقدم أنه مزيج من عناصر مصرية وبابلية واغريقية مما بقي يساير حياة الناس العملية وما تقتضيه هذه الحياة من معارف حسابية .

الرياضيات الفرعونية :

مصدر ما نعرفه عن الرياضيات الفرعونية عدة لفافات من البردي منتشرة في مكتبات العالم كتب معظمها بلغة وخط يرجعان الى عهد المملكة الفرعونية الوسطى ، ويرى العلماء أن أهم هذه اللفافات اثنتان : واحدة اشتهرت باسم لفافة رايند نسبة الى اسم شخص اشتراها من الأقصر وهي محفوظة في المتحف البريطاني ، والثانية تعرف باسم لفافة موسكو نسبة الى البلد الذي هي محفوظة فيه .

وقد درست هاتان اللفافتان دراسة وافية دقيقة ، أما اللفافات الأخرى فلم تدرس بالقدر نفسه ، ويرى المختصون أنها لا ترتفع في مستواها ولا تزيد في مضمونها عما في هاتين اللفافتين الا في مواضع قليلة معروفة .

فالى أن يتوفر أشخاص على دراسة لفافات أخرى تزيد معلوماتنا عن

الرياضيات الفرعونية أو تعدلها ، نستطيع أن نجمل وصف ما نعرفه عن هذه الرياضيات بالنقاط التالية :

١ ـ كتابة الأعداد :

كان المصريون يسمون الأعداد ويكتبونها حسب السلم العشري ·

وليس اضاعة للوقت أن نشير هنا الى خصائص السلم العشري الذي نستعمله اليوم لنجعل من هذه الخصائص مقياساً لمدى تقدم طرق كتابة الأعداد عند القدماء ·

أول هذه الخصائص أن السلم العشري يجاري نظام العد الطبيعي الذي نجده عند كل مجموعة نالت حظا من التقدم الفكري · فهي على اختلاف لغاتها تجعل الأعداد آحاداً وعشرات ومئات وألوفاً ··· الخ · وقد نجد لدى بعض المجموعات ألفاظا تشير الى وجود أساس للعد غير العشرة ، كالاثني عشر أو العشرين ، الا أن الأعم الشائع هو النظام العشري ·

فاذا كانت كتابة الاعداد تجاري هذا النظام العشري عددناها متمشية مع نظام العد الطبيعي ·

وثاني خصائص سلمنا العشري وأهمها أنه منازلي بمعنى أن الرقم الواحد تتغير قيمته حسب منزلته في العدد : فالثلاثة في منزلة الآحاد ثلاثة آحاد ، وهي في منزلة العشرات ثلاث عشرات ، وهكذا · ويقتضي ترتيب هذه المنازل وجود اشارة خاصة للصفر كي تشغل المنازل الخالية من الأرقام ·

في ضوء هذا نقول أن الطريقة المصرية لكتابة الأعداد كانت على نظام عشري غير منازلي · فكان لديهم رمز للواحد وآخر للعشرة وثالث للمائة ورابع للألف ··· الخ · فاذا أرادوا أن يشيروا الى ٢ أو ٩ كرروا رمز الواحد مرتين أو تسعاً ، واذا أرادوا أن يشيروا الى ٢٠٠٠ أو ٩٠٠٠

كرروا رمز الألف مرتين أو تسعاً ، وعلى هذا كانوا يكتبون مثل ٩٩٩٩ بستة وثلاثين رمزاً ، في صفين أو أكثر ، تتركب من أربعة رموز مختلفة كرر كل منها تسع مرات ·

ومن عصر الدولة القديمة ، بناة الأهرام ، نجدهم يستعملون أعداداً كبيرة منها العدد : عشرة ملايين ومائة ألف ، وهم يكتبونه أحياناً برقمين واحد للعشرة ملايين والآخر للمائة ألف ، وأحياناً بما يماثل الوضع ١٠١ × ١٠٠ ٠٠٠ ، ومن الغريب أن رمز المليون اختفى في عصر الامبراطورية فلا نجد له أثراً في مخلفات هذا العصر ·

وقد استعملوا في عملياتهم اشارات كثيرة متميزة منها واحدة للمجهول ، وأخرى للناتج وكانت هذه صورة لفافة مطوية وعليها ختم · ولكن لم يكن لديهم اشارة للصفر ولم يكونوا بحاجة اليها ·

٢ ـ العمليات الحسابية :

أما طريقتهم في الجمع والطرح فترتكز على العد : الجمع عد صعداً ، والطرح عد نزلا ، وجمع الأعداد الكبيرة أو طرحها لا يقتضي سوى احصاء الأرقام في كل مرتبة وتعديل وضع الناتج بالنظام العشري ·

أما الضرب فكان بالتضعيف مرة بعد مرة ثم جمع المضاعفات المناسبة · ومثالنا على ذلك نقتبسه من المسئلة ٢٢ في لفافة رايند ·

اضرب ١٢ في ١٢

والحل هكذا:	١	١٢	
	٢	٢٤	
	٤'	٤٨	
	٨'	٩٦	والناتج ١٤٤

والاشارتان عند ٤ ، ٨ تدلان على أن الناتج يحصل من جمع هذين

المضاعفين • وهم قد يستثقلون عملية التضعيف الرتيبة البطيئة فيلجأون الى طرق مختصرة كالتالية :

اضرب ١٦ في ١٦

والحل هكذا : ١′ ١٦

١٠′ ١٦٠

٥′ ٨٠ والناتج ٢٥٦

والجدير بالذكر أن الاغـريق استعملوا طريقـة الضرب بالتضعيف وأشاروا اليها باسم الطريقة المصرية • وسنرى أن الحساب الهندي دخل الى العالم العربي وفيه التضعيف والتنصيف عمليتان أساسيتان مستقلتان عن الضرب والقسمة ، ولكننا نشك في أن ذلك كان بتأثير من الطريقة المصرية •

وأما القسمة فكانت بتضعيف المقسوم عليه حتى يحصل المقسوم ، فهي أيضاً ضرب ، حتى ليبدو أنه لم يوجد عندهم اسم لعملية القسمة ، فهم يقولون : اضرب (أو عالج) ٨٠ حتى تحصل على ١١٢٠ • وهذا هو السؤال ٦٩ في لفافة رايند ويحل هكذا :

١′ ٨٠

١٠′ ٨٠٠

٢ ١٦٠

٤′ ٣٢٠ والناتج ١١٢٠

حتى خارج القسمة لم يعط صراحة وترك للقارىء كي يستنتج من الاشارتين عند ١٠ ، ٤ انه ١٤ •

وحيث لا تنتهي عملية القسمة كانوا يقدرون نصف المقسوم عليه أو ثلثه أو ربعه أو جزءاً آخر منه •

٣ ــ الكسور :

يبدو لنا أن الطريقة المصرية في معالجة القسمة لا تؤدي بصورة طبيعية مباشرة الى فكرة واضحة عن الكسور ، ولعل هذا هو السبب في أن بحث الكسور يشغل الجزء الأكبر من اللفافات الرياضية الفرعونية •

لقد فهم المصريون كسراً مثل $\frac{١}{٥}$ • أما $\frac{٢}{٥}$ فكانوا يجزئونها الى $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{١٥}$ فكان الكسر عندهم دائماً بسطه ١ ولذا كانت اشارته هي اشارة المخرج وفوقها خط صغير بيضوي • نستثني من ذلك $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ فقد كان لكل منهما اشارة خاصة أما $\frac{٢}{٣}$ فيبدو أنها استقرت في أذهانهم حتى نجدهم اذا أرادوا أن يحسبوا ثلث عدد فقد يحسبون ثلثيه ثم يأخذون نصف الناتج •

وأما $\frac{٣}{٤}$ فقد تخلوا عن اشارتها الخاصة في عصر الامبراطورية وصاروا يشيرون اليها باشارتي $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٤}$ معاً •

وكما التزم الحاسب المصري أن يعبر عن كل كسر مثل $\frac{ب}{ح}$ بمجموعة كسور بسوطها وحدة فقد التزم أيضاً أن تكون هذه المجموعة أخصر ما يمكن ، ومن أجل ذلك اتخذ مجموعة من المتطابقات الرئيسية وحفظها عن ظهر قلب ، ومن هذه المتطابقات :

$$\frac{١}{٣} = \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} ،$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٣} ،$$

ومن هذه استنتج القوانين الخمسة التالية :

$$(١) \ldots \quad \frac{١}{٢} = \frac{١}{٦} + \frac{١}{٣}$$

$$(٢) \ldots \quad ١ = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٦} + \frac{١}{٣}$$

$$(٣) \ldots \quad \frac{١}{٦} + \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٣}$$

$$(٤) \ldots \quad \frac{١}{٦} + \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}$$

$$(٥) \ldots \quad \frac{١}{٦} + ١ = \frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣}$$

وبهذه القوانين كان يعالج ما شاء من أنصاف وأثلاث وأسداس : فعند تضعيف ٤ + $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٤}$ مثلا نجده يضع رأساً الجواب بالشكل ٩ + $\frac{١}{٦}$ مستعملا في ذلك القانون (٥) ·

وكان القانون (٣) سبيله لايجاد ثلثي أي كسر · ففي المسئلة ٦١ في لفافة رايند يحتاج أن يحسب $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{١١}$ فيضع الجواب رأساً $\frac{١}{٢٢} + \frac{١}{٦٦}$

وقد استنوا علاقات أخرى كثيرة مثل ما تقدم وأنشأوا لها جداول لتكون نموذجاً على غراره يستنتج الحاسب العلاقة التي تلزمه في كل حالة · وفي احدى اللفافات يتناول الكاتب القانون (١) فيستنتج منه عشر علاقات جديدة بقسمة طرفيه على ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١٥ ، ١٦ ، ٣٢ ·

وقد رأينا أن عملية الضرب كانت عند المصريين تضعيفاً قد يختصرها الحاسب بالضرب في ١٠ أو غيرها · وهذا يصدق أيضاً على ضرب الكسور · وقد أدركوا أن تضعيف الكسر اذا كان المقام زوجياً يتم بتنصيف المقام ، وكانوا يستعملون هذه القاعدة دون شرح باعتبارها قاعدة أولية معروفة · أما اذا كان المقام فردياً يقبل القسمة على ٣ فكانوا يضعفونه حسب

قاعدة هي تعميم للقانون (٣) ويمكن أن نعبر عنها بالشكل :

$$(٦) \cdot \cdot \cdot \quad \frac{١}{٦ك} + \frac{١}{٢ك} = \frac{٢}{٣ك}$$

وفيما عدا ذلك لجأوا الى جداول تؤدي لهم الغرض الذي تؤديه لنا جداولنا الرياضية · وفي ملف رايند جدول يضم ٤٩ قانوناً لتضعيف الكسور الفردية المقام $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، ··· ، $\frac{١}{١٠١}$ ومن هذه ١٦ كسراً تقبل مقاماتها القسمة على ٣ ، وقد بنيت حسب القانون (٦) · أما العلاقات الأخرى فهي التالية :

$$\frac{١}{١٥} + \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٥}$$

$$\frac{١}{٢٨} + \frac{١}{٤} = \frac{٢}{٧}$$

$$\frac{١}{٦٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٢}{١١}$$

$$\frac{١}{١٠٤} + \frac{١}{٥٢} + \frac{١}{٨} = \frac{٢}{١٣}$$

$$\frac{١}{٦٨} + \frac{١}{٥١} + \frac{١}{١٢} = \frac{٢}{١٧}$$

$$\frac{١}{١١٤} + \frac{١}{٧٦} + \frac{١}{١٢} = \frac{٢}{١٩}$$

$$\frac{١}{٢٧٦} + \frac{١}{١٢} = \frac{٢}{٢٣}$$

$$\frac{١}{٧٥} + \frac{١}{١٥} = \frac{٢}{٢٥}$$

$$\frac{١}{٢٣٢} + \frac{١}{١٧٤} + \frac{١}{٥٨} + \frac{١}{٢٤} = \frac{٢}{٢٩}$$

$$\frac{١}{١٥٥} + \frac{١}{١٢٤} + \frac{١}{٢٠} = \frac{٢}{٣١}$$

$$\frac{٢}{٣٥} = \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٤٢}$$

$$\frac{٢}{٣٧} = \frac{١}{٢٤} + \frac{١}{١١١} + \frac{١}{٢٩٦}$$

$$\frac{٢}{٤١} = \frac{١}{٢٤} + \frac{١}{٢٤٦} + \frac{١}{٣٢٨}$$

$$\frac{٢}{٤٣} = \frac{١}{٤٢} + \frac{١}{٨٦} + \frac{١}{١٢٩} + \frac{١}{٣٠١}$$

$$\frac{٢}{٤٧} = \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{١٤١} + \frac{١}{٤٧٠}$$

$$\frac{٢}{٤٩} = \frac{١}{٢٨} + \frac{١}{١٩٦}$$

$$\frac{٢}{٥٣} = \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣١٨} + \frac{١}{٧٩٥}$$

$$\frac{٢}{٥٥} = \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٣٣٠}$$

$$\frac{٢}{٥٩} = \frac{١}{٣٦} + \frac{١}{٢٣٦} + \frac{١}{٥٣١}$$

$$\frac{٢}{٦١} = \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٢٤٤} + \frac{١}{٤٨٨} + \frac{١}{٦١٠}$$

$$\frac{٢}{٦٥} = \frac{١}{٣٩} + \frac{١}{١٩٥}$$

$$\frac{٢}{٦٧} = \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٣٣٥} + \frac{١}{٥٣٦}$$

$$\frac{٢}{٧١} = \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٥٦٨} + \frac{١}{٧١٠}$$

$$\frac{٢}{٧٣} = \frac{١}{٦٠} + \frac{١}{٢١٩} + \frac{١}{٢٩٢} + \frac{١}{٣٦٥}$$

$$\frac{٢}{٧٧} = \frac{١}{٤٤} + \frac{١}{٣٠٨}$$

$$\frac{٢}{٧٩} = \frac{١}{٦٠} + \frac{١}{٢٣٧} + \frac{١}{٣١٦} + \frac{١}{٧٩٠}$$

$$\frac{٢}{٨٣} = \frac{١}{٦٠} + \frac{١}{٣٣٢} + \frac{١}{٤١٥} + \frac{١}{٤٩٨}$$

$$\frac{٢}{٨٥} = \frac{١}{٥١} + \frac{١}{٢٥٥}$$

$$\frac{٢}{٨٩} = \frac{١}{٦٠} + \frac{١}{٣٥٦} + \frac{١}{٥٣٤} + \frac{١}{٨٩٠}$$

$$\frac{٢}{٩١} = \frac{١}{٧٠} + \frac{١}{١٣٠}$$

$$\frac{٢}{٩٥} = \frac{١}{٦٠} + \frac{١}{٣٨٠} + \frac{١}{٥٧٠}$$

$$\frac{٢}{٩٧} = \frac{١}{٥٦} + \frac{١}{٦٧٩} + \frac{١}{٧٧٦}$$

$$\frac{٢}{١٠١} = \frac{١}{١٠١} + \frac{١}{٢٠٢} + \frac{١}{٣٠٣} + \frac{١}{٦٠٦}$$

وقد أعطيت هذه النتائج مع شروح لطريقة الحصول عليها تبدأ كما يلي :

ما قيمة جزاي الخمسة ؟

الحل ١ ٥

، $\frac{١}{٣}$ $١\frac{٢}{٣}$

، $\frac{١}{٥}$. $\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٣}$

فالجواب $\frac{١}{٣} + \frac{١}{١٥}$

وهذه الشروح تبدأ مفصلة ثم تصير موجزة ابتداء من عملية $\frac{٢}{٣١}$ ومن هذه الشروح تتجلى لنا الحقائق التالية :

١ ـ يبدو أنهم الحوا على تحويل الكسر $\frac{٢}{٢م+١}$ الى أبسط مجموعة من الكسور التي بسوطها وحدة · ويتضح ذلك من مثل :

$$\frac{٢}{٣٥} = \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٤٢}$$

فلو هم استخرجوها من $\frac{٢}{٥}$ لكان الناتج $\frac{١}{٢١} + \frac{١}{١٠٥}$

ولو هم استخرجوها من $\frac{٢}{٧}$ لكان الناتج $\frac{١}{٢٠} + \frac{١}{١٠٤}$

ولكنهم آثروا علاقة يبدو انها أسهل من هاتين · ويصح القول نفسه على تحويل $\frac{٢}{٧٧}$

ويتضح هذا أيضاً من عملية تحويل كل من $\frac{٢}{٦٥}$ ، $\frac{٢}{٨٥}$ ، $\frac{٢}{٩١}$

فلو هم استنتجوها من تحويل $\frac{٢}{٥}$ او $\frac{٢}{١٣}$ او $\frac{٢}{١٧}$ او $\frac{٢}{٧}$ لما كانت النتائج أسهل مما أعطاه الجدول ·

٢ ـ في كل عملية من هذه العمليات يصل الحاسب الى حد يسأل فيه نفسه : ما البقية ؟ أو ما التكملة ؟ ففي مثل ايجاد جزأي ال ٣١ يظهر الحل كما يلي :

١ ٣١

$\frac{١}{٢٠}$ $\frac{١}{٢٠} + ١\frac{١}{٢}$

وهنا يلزم أن نعرف أن ما يبقى حتى نكمل الناتج الى ٢ هو $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٥}$ ومن ثم نجد $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣١}$ ثم $\frac{١}{٥} \times \frac{١}{٣١}$

ولهذا نجد في لفافة رايند وغيرها مسائل عدة تحت اسم ما يمكن أن نسميه مسائل التكملة مثل : كيف تكمل $\frac{١}{٣} + \frac{١}{١٥}$ الى ١

ونشير هنا الى أن $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ كانتا تسميان باقي الثلث وباقي الربع أي $١ - \frac{١}{٣}$ ، $١ - \frac{١}{٤}$ ·

وجدير بالذكر بهذه المناسبة أن العرب التزموا ، كما سنرى ، بكسور بسوطها وحدة وعللوا ذلك تعليلا لغوياً ، فهل كان سبب هذا الالتزام عند المصريين لغوياً أيضاً ؟

٣ ـ يبدو من شروح بعض العلاقات السابقة أن المصريين توصلوا الى فكرة توحيد المقامات ، ولكنهم لم يهتموا بايجاد المضاعف المشترك البسيط لها ففي أحد الاسئلة كان المطلوب أن يكملوا $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{١٠} + \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٤٥}$ الى $\frac{٢}{٣}$ فجعلوا المقام المشترك ٤٥ ، وعلى هذا جاءت البسوط نفسها كسرية ·

٤ ـ موضوعات أخرى :

تناولت الرياضيات المصرية غير ما تقدم مسائل متنوعة منها ما يؤدي الى معادلات من الدرجة الأولى ، وقد درجوا على حلها بفرض الكمية المجهولة وحدة ، ثم التدرج من ذلك الى الحل الصحيح · ومنها مسائل في المتواليات العددية ·

وفي احدى اللفافات مسئلة تتطلب ايجـــاد ضلعي مربعين مجموع مساحتيهما ١٠٠ وضلع احداهما $\frac{٣}{٤}$ ضلع الآخر · وقد حل السؤال بفرض ضلع احدهما ١ وفيه اعطي الجذر التربيعي لكل من ١٠٠ و $١\frac{٩}{١٦}$ بدون شرح نعرف به كيف كانوا يستخرجون الجذر التربيعي ولكن السؤال دليل على أن المصرين عالجوا الجذور التربيعية ·

ومن مسائلهم في المساحات والحجوم نستنتج الأمور التالية :

١ ـ لقد تفننوا في اتخاذ وحدات للقياس ذات نفع عملي ، فمن هذه وحدات لقياس الوزن النوعي أو الكثافة النوعية ، ومنها وحدات تتدرج على سلم ثابت ، وهذا ما لا نجده اليوم الا في الوحدات المترية التي وضعت في اعقاب الثورة الفرنسية ·

ومن الطريف أنهم اتخذوا لقياس الاطوال وحدتين احداهما تقابل الذراع البلدي والأخرى تقابل الذراع المعماري وهي تساوي قطر مربع طول ضلعه ذراع عادي واحد وتبلغ بوحداتنا ٧٤٫٠٨ سم · وباستعمال هاتين الوحدتين استطاعوا أن يجدوا بسهولة مربعاً يعادل في مساحته ضعف أو نصف مربع معلوم · فاذا كان طول ضلع المربع المعلوم ل ذراع عادي كان طول قطره ل ذراع معماري فاذا أرادوا تضعيف مساحته جعلوا الضلع ل ذراع معماري ، واذا أرادوا تنصيفها جعلوا القطر ل ذراع عادي · وبهذا امكنهم تضعيف المساحات وتنصيفها ومقارنتها بعضها ببعض بسهولة لانملكها في وحداتنا الحالية ·

٢ ـ مجمل ما نلاحظه عن معلوماتهم في المساحات والحجوم أنهم عرفوا قواعد صحيحة لايجاد مساحة المثلث والمستطيل والمربع وشبه المنحرف · وكانت طريقتهم لايجاد مساحة الدائرة تربيع $\frac{٨}{٩}$ القطر ، وهذا يجعل النسبة التقريبية ٣٫١٦٠٥ وهي أحسن تقريب عرف في القديم قبل أن يعطيها الاغريق القيمة ٣ $\frac{١}{٧}$ ·

وكان لديهم قواعد صحيحة لايجاد حجم المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور والاسطوانة والسؤال ٣٦ في لفافة رايند يقول: مثال في حساب الهرم : طول ضلع القاعدة ٣٦٠ ، والارتفاع ٢٥٠ ، احسب لي الصاكد · ثم ياتي حل السؤال ومنه يتبين أن المقصود

بالصاكد مقدار ميل وجه الهرم عن الخط العمودي ، أو بوجه أدق كم راحة ($\frac{١}{٧}$ ذراع) يبعد وجه الهرم عن الخط العمودي كلما ارتفع ذراعاً ·

وفي لفافة موسكو مسئلة يحسب بها قطعة الهرم الرباعي الذي ضلعا قاعدتيه المتوازيتين أ ، ب ، وارتفاعه ع بما يشبه القانون ح = $\frac{١}{٣}$ ع (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}) ·

وهذا هو موضع الذروة في الرياضيات المصرية كما نعرفها اليوم على وجه اليقين · غير انا لا نعرف كيف توصلوا الى القاعدة ·

وفي لفافة موسكو سؤال آخر منطوقه : اذا أعطيت سلا قطره وعمقه ٤ $\frac{١}{٢}$ فاحسب لي مساحته · فاذا اعتبرنا أن السل اسطواني كانت المسئلة عادية · أما اذا اعتبرناه على شكل نصف كرة فالسؤال يؤدي الى الاعتقاد بأن المصريين عرفوا قانون مساحة الكرة · وهذا يقتضي معرفة بالرياضيات العالية لا نجد في غير هذا الموضع دليلا عليها · وحتى وقت قريب كان المرجح أن السل كان على شكل قبة ، وقد كان المصريون يبنون القباب بكثرة ومن ثم قد يكونون اهتدوا الى قاعدة تجريبية لمساحاتها · على أن باحثا ناشئاً نشر مؤخراً بحثاً بين فيه أن المصريين عرفوا بالفعل مساحة الكرة وأنهم كانوا يتخذون وحدة لقياس الأقطار وأخرى لقياس الأقواس على غرار ما صنعوا في أقطار المربعات وأضلاعها ·

على أننا ناخذ على الرياضيين المصريين أنهم ، كغيرهم من القدماء ، أوجدوا مساحة الرباعي بضرب نصف مجموع ضلعين متقابلين فيه في نصف مجموع الضلعين الآخرين · وقد بقي هذا الخطأ شائعاً حتى صححه العرب اعتماداً على هندسة اقليدس ·

٣ ـ لكننا لا نملك الا أن نسجل للمصريين أن جزءاً كبيراً من مسائلهم لم

يكن مبعثه الفائدة العملية بل اللذة الرياضية · وهذا يخالف الاعتقاد الشائع عن الرياضيات المصرية بأنها لم تستهدف سوى خدمة أغراض الحياة العملية ·

الأثر الفرعوني في الرياضيات العربية :

في الصفحات التالية سنجد مناسبتين تشد فيهما عيوننا الى الرياضيات الفرعونية احداهما عند بحث موضوعي التضعيف والتنصيف عند العرب والثانية عند بحث الكسور العربية · فاذا كنا في كلتيهما سننفي وجود الأثر الفرعوني في الرياضيات العربية فينبغي ألا يغرب عن البال أن هذا الأثر وجد سبيله الى الفكر العربي ومن ثم الى الفكر العالمي عن طريق آخر غير مباشر ، ذلك هو طريق الاغريق ·

لقد كان الاغريق يعتبرون المصريين أساتذتهم في الرياضيات · وقد ذهب أرسطو الى أن العلوم الرياضية نشأت في مصر فكتب في الميتافزياء : « وهكذا نشأت العلوم الرياضية حول وادي النيل لأن الكهنة كان لديهم فراغ من الوقت واسع » · وكذلك هيرودوتس زار مصر وعرف عنها كثيراً وذكر فيما كتب عنها : « وزعموا أن سيزستريس قسم الارض على السكان قطعاً مربعة الشكل متساوية وفرض على كل منهم ايجاراً سنوياً فكانوا اذا طغى النيل على أرض أي منهم ذهب الى الملك فاخبره فيرسل الملك من يقيس الارض ويقدر الخسارة وبنسبة ذلك يخفض الايجار · ويبدو لي أن هذا هو السبب في أن مصر سبقت غيرها الى معرفة الهندسة وعنها أخذها الاغريق » ·

وديموقريطس الاغريقي تباهى مرة بأن لا أحد يسبقه « في رسم الخطوط واستنتاج البراهين حتى ولا المصريون الذين يشدون الحبال » ·

ولا ينبغي أن ننسى أن الاغريق كانوا يهرعون الى مصر للعلم والتأمل

والعظة ، وان العلم الرياضي الهليني والهلينستي بلغ أوجه في الاسكندرية ·

فان لم يترك الفكر المصري أثراً ظاهراً مباشراً في الفكر العربي الذي بدأ يتخلق بعد زوال عهد الفرعونية باثني عشر قرناً ، فقد كان الفكر المصري المعلم الاول والحافز الاكبر لنمو الفكر الاغريقي ، وهذا بدوره كان ولا يزال المعلم الاول والحافز الاكبر للفكر العربي والفكر العالمي ·

الرياضيات البابلية :

يقال أن علم الهندسة نشأ في مصر عن حاجتها الى تسوية الارض بعد الفيضان ، وان الحساب والجبر نشأ في حوض الرافدين عن نشاطه التجاري الواسع · ومهما يكن من أمر فلم تقف مصر عند حد الفائدة العملية ، ولقد خطا العراق خطوات أوسع بكثير مما تقتضيه الحاجة التجارية ، واكتشف اكتشافات منها ما كنا نظنه مجهوداً اغريقياً الى أن قامت الدراسات الحديثة ترجع الفضل فيه الى أربابه · فان ديوفانتس الاغريقي لم يبتكر الجبر ، ولكنه ابتكر في حوض الرافدين من قبله بقرون ، وان كثيرا مما يعزى الى فيثاغورس انما كان مجهودا بابليا انحدر اليه ·

ومصادرنا لدراسة الحضارة البابلية ألواح من لبن مكتوبة بالخط المسماري · وفي المتاحف اليوم من هذه الالواح حوالي نصف مليون لوحة أكثرها سجلات تجارية وقليل منها ما يفيدنا في دراسة تاريخ الفكر البابلي ، ومعظم هذه الالواح أخذت من مكتبة أشور بانيبال التي جمعت في القرن السابع قبل الميلاد ، ولكنها ترجع الى عصر أكثر قدما ·

واللوحات التي تفيدنا في دراسة الفكر البابلي تعزو ما فيها من علم ومعرفة الى زمان موغل في القدم سبق عهد الساميين في حوض الرافدين ، ذلك هو عهد السومريين الذين لا نعرف عنهم الا قليلا ·

واللوحات الرياضية تقارب الثلاثمائة ، معظمها جداول ، ومنها ما فيه مسائل ، ولكن هذه متأخرة ترجع الى عهد السلوقيين الذين كانت

ثقافتهم مزاجا من الفكر البابلي والاغريقي · اذن فالمستندات البابلية التي لدينا لدراسة رياضياتهم قليلة ، ولكنها رغم قلتها تنطق بسخف الاعتقاد القائل بأن العلم قد بدأ بالاغريق ·

كتابة الأعداد :

نحن نستعمل السلم العشري في العد وفي كتابة الاعداد · وقد كان البابليون يستعملونه في العد ، أما في كتابة الاعداد فالشائع عندهم كان السلم الستيني ، ممزوجا بالسلم العشري ·

ونحن نستعمل في كتابتنا تسعة أرقام والصفر ، ولكن البابليين استعملوا رقمين اثنين · أحدهما للواحد ، وهو بالشكل ▷ ، يكررونه مرتين للاثنين ··· وتسعا للتسعة ، والثاني للعشرة ، وهو بالشكل ◁ يكررونه مرتين للعشرين وخمسا للخمسين ، فاذا هم بلغوا الستين كتبوها بمثل رقم الواحد ، يكررونها مرتين للدلالة على ١٢٠ وتسعا للدلالة على ٥٤٠ ، فاذا بلغوا ٦٠٠ كتبوها بمثل رقم العشرة · وهكذا فان الرقم ▷ كان يشير الى ١ أو ٦٠ أو ٢٦٠ أو ٣٦٠ ··· الخ · والرقم ◁ كان يشير الى ١٠ × ٦٠ أو ١٠ × ٢٦٠ أو ١٠ × ٣٦٠ الخ ·

وواضح أن طريقتنا خير من طريقتهم من حيث أن لنا تسعة أرقام كل يرمز الى عدد خاص تتصاعد قيمته عشرات حسب تصاعد منزلته · أما هم فقد كانت أرقامهم منازلية تتصاعد ستينات ، ولكنهم كانوا ، كالمصريين يكررون رقم الواحد تسع مرات للدلالة على التسعة · على أنهم كانوا أحياناً يضيقون ذرعاً بهذا التكرار فيختصرون رقم التسعة الى الشكل

∆
∆
∆

والنقص الاكبر في كتابتهم أنهم لم يبتكروا اشارة للصفر لتملأ المنزلة التي تخلو من رقم الا في عهد السلوقيين فاستعمل هؤلاء الاشارة ⪢ لتملأ المنازل الخالية بين أرقام العدد ، أما اذا خلت منزلة أو منازل عن يمينه فكانت تترك خلواً من أي اشارة وعلى هذا يمكن القول أن الحضارة البابلية انتهت ولم تستعمل فيها اشارة الصفر بشكل يدل على تقدير لها أو اهتمام بها ·

وثمة نقص آخر في الكتابة البابلية ، ذلك أن التزامهم بالسلم الستيني جعل كتابتهم لا تتفق مع نظام العد الطبيعي ، ولا شك أن الحاسب البابلي كان يضطر الى تحويل الرقم الى النظام الستيني قبل أن يتمكن من كتابته · ولكن البابليين لأمر ما جعلوا وحدات القياس عندهم تجري على السلم الستيني ، فصار هذا النظام في كتابة الاعداد أمراً لازماً لهم ، وقد نجد لهم أرقاماً كتبت بغيره ، كما قد نجد حاسباً يكتب عدداً على نظام العد الطبيعي فاذا هو أراد أن يجري عليه عملية حسابية حوله الى النظام الستيني ·

والنظام الستيني أخذه الأغريق عن البابليين ونشروه في الشرق الأوسط والهند · ولكنهم أدخلوا عليه تعديلات واسعة · ومن هذه التعديلات أنهم تخلوا عن الاشارتين المسماريتين وتكرارهما وعبروا عن الارقام بحروف من أبجديتهم ·

والفلكيون منهم حافظوا على السلم الستيني للأعداد الصحيحة والكسور ولكن أغلب الناس تخلوا عنه في الأعداد الصحيحة وكتبوها على السلم العشري واستبقوه في الكسور · وهكذا صنع العرب ، أو هم هكذا وجدوه ·

أما التعديل الأهم الذي صنعه الأغريق فهو استعمال الصفر لملء كل منزلة خالية · وكان شكله عندهم ō ولكنه قد يظهر في الكتابة

أو قد يتخذ أشكالا أخرى كلها مما ينتج من كتابة الشكل الأصلي باليد على عجل • ولا ندري من كان أول من استعمل الصفر من الأغريق ولكن نعرف أن بطلميوس استعمله في القرن الثاني الميلادي •

وقد سمى العرب النظام الستيني طريق المنجمين لأن استعماله كان قاصراً عليهم ، ولكن الوحدات الستينية كانت قد اتخذت سبيلها في مقاييس الزمن والزوايا ، كما أن الستين ظلت تلعب دوراً كبيراً في مسائل النسبة وعمليات الكسور ، ولهذا سنقابل فصولا في ما يسمى حساب الستين حتى في الكتب التي لم تستعمل الحروف الأبجدية في كتابة الاعداد •

ولكن هل كان التعديل الاغريقي للنظام البابلي تطويراً الى الأحسن ؟ لا شك أن استعمال الصفر قد أكمل هذا النظام ، ولا شك أيضاً أن كتابة الاعداد باشارتين تتكرران عدة مرات أمر مستثقل ، ربما يكون خيراً منه استعمال حروف الابجدية ، غير أن الاغريق باستعمالهم هذه الحروف لم يجعلوا دلالتها منازلية فعصفوا بفكرة المنازل ، ثم هم كانوا سبب تأخير من ناحية واحدة على الاقل ، تلك هي ناحية الكسور العشرية • فالنظام البابلي يمتد أصلا من الدرج صعداً ونزلا ، ومن ثم ينطوي على كسور ستينية تناظر كسورنا العشرية وتغني عن الكسور العادية التي تعب بها المصريون ، فلم يستعمل البابليون من الكسور العـــادية ســوى ½و⅓و⅔ • فلما عصف الاغريق بالسلم فجعلوا الاعداد الصحيحة على نظام عشري واستبقوا الكسور ستينية توارت فكرة التدرج السلمي ، بـين الصحاح والكسور الى أن اكتشفت فكرة الكسور العشرية •

والغربيون ينسبون اكتشاف الكسور العشرية الى ستيفن الذي وضع عنها سنة ١٥٨٥ كتاباً ولكنا سنجد في دراستنا هذه أن أبا الحسن

أحمد بن ابراهيم الاقليدسي وضع سنة ٩٥٢/٥٣م كتابا يستعمل فيه الكسور العشرية مع شرطة تفصلها عن الصحاح ، ثم عادت الفكرة فتوارت من بعده حتى اكتشفها غياث الدين جمشيد بن مسعود الكاشي في القرن الخامس عشر الميلادي •

العمليات الحسابية عند البابليين

يبدو أن البابليين لم يجدوا صعوبة في عمليتي الجمع والطرح تقتضي كتابة شرح لهما • فلعلهما كانتا تجريان عقليا • على أنه لم يكن هنالك ما يمنع أن توضع المقادير التي يراد جمعها وطرحها ، في السلم الستيني بعضها تحت بعض ، ثم تجري عليها العملية الحسابية المطلوبة ، لا سيما اذا كانت هذه المقادير لكميات بوحدات ستينية •

أما الضرب ، ففي اللوحات التي لدينا نجد جداول ضرب كثيرة لا سيما للأعداد ٢ ، ٣ الى ١٠ ، ثم ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ • ومنها ما يبدو أن الحساب كانوا يهيئونها لتكون مراجع لهم ، ومنها ما كانت تحضر كتمرينات يمر عليها قلم المدرس بالتصحيح •

وأما القسمة فأحالوها الى ضرب بطريقة لطيفة ، هي ضرب المقسوم في معكوس المقسوم عليه • فاذا أرادوا أن يقسموا عدداً على ١٢ مثلا ضربوه في ٥ ، لأن $\frac{١}{١٢}$ = ٠٫٥ بالكسر الستيني وقد هيأوا جـداول كثـيرة لمعكوسات الاعداد منها ما يصل الى ١٩٦٠ • وقد كانوا يمرنون المبتدئين على تحضير جداول كالتالي :

العدد	المعكوس
٢	٠ر٣٢
٤	٠ر١٥
٨	٠ر٧ر٣٠
١٦	٠ر٣ر٤٥
٣٢	٠ر١ر٥٢ر٣٠
٦٤	٠ر٠ر٥٦ر١٥

وهكذا بتنصيف العدد وتضعيف المعكوس .
وبالمثل عملوا جداول لمعكوسات ٣ ومضاعفاتها .

أما الجدول النموذجي للمعكوسات فكان يختص بمعكوسات الاعداد الصحيحة من ١ الى ٨١ مما له في النظام الستيني معكوسات تنتهي بدون تقريب ، وهذا هو الجدول :

١ : ٢ = ٣٠	١ : ١٢ = ٥
٣ = ٢٠	١٥ = ٤
٤ = ١٥	١٦ = ٣ر٤٥
٥ = ١٢	١٨ = ٣ر٢٠
٦ = ١٠	٢٠ = ٣
٨ = ٧ر٣٠	٢٤ = ٢ر٣٠
٩ = ٦ر٤٠	٢٥ = ٢ر٢٤
١٠ = ٦	٢٧ = ٢ر١٣ر٢٠
١ : ٣٠ = ٢	٥٤ ١ = ١ر٦ر٤٠
١ : ٣٢ = ١ر٥٢ر٣٠	١ : ١ = ١
٣٦ = ١ر٤٠	١ر٤ = ٠ر٥٦ر١٥
٤٠ = ١ر٣٠	١ر١٢ = ٠ر٥٠
٤٥ = ١ر٢٠	١ر١٥ = ٠ر٤٨
٤٨ = ١ر١٥	١ر٢٠ = ٠ر٤٥
٥٠ = ١ر١٢	١ر٢١ = ٠ر٤٤ر٢٦ر٤٠

أما في الحالات التي تنتهي فيها القسمة فكانوا يعطون الجواب مقرباً ، غالباً الى ثلاثة كسور ستينية . ومن جداولهم ما يعطي :

١ : ٥٩ = ١ر١ر١
١ : ١ر١ = ٥٩ر٠ر٥٩
١ : ١ر٢ = ٥٨ر٣ر٥٢

ولا يبعد أنهم انتبهوا الى الكسور الدورية ، ومن الادلة على ذلـــك الجدول التالي :

١ : ٧ = ٨ر٣٤ر١٧	٣ : ٧ = ٢٥ر٤٢ر٥١
٢ : ٧ = ١٧ر٨ر٣٤	٥ : ٧ = ٤٢ر٥١ر٢٥
٤ : ٧ = ٣٤ر١٧ر٨	٦ : ٧ = ٥١ر٢٥ر٤٢

وعملوا أيضا جداول لمربعات الاعداد ومكعباتها ومنه كانوا يستخرجون الجذور التربيعية والتكعيبية للاعداد المنطقة . وجداول بقيم $س^{٢}(س \pm ١)$ ومنه كانوا يحلون المعادلة $س^{٢}(س \pm ١) = ك$

ولعلهم أدركوا فكرة اللوغرتمات ، فمن جداولهم جدول على هذا الشكل :

١٦ للقوة $\frac{١}{٤}$ = ٢
١٦ « $\frac{١}{٢}$ = ٤
١٦ « $\frac{٣}{٤}$ = ٨
١٦ « ١ = ١٦
١٦ « $١\frac{١}{٤}$ = ٣٢
١٦ « $١\frac{١}{٢}$ = ٦٤

وثمة جدول آخر مثله للأساس ٢ . وقد كان من أسئلتهم الدارجة : الى أي قوة ترفع عدداً معيناً حتى ينتج عدد آخر معين ؟

والجذر التربيعي كانوا يجدونه من جدول المربعات . وكان هـــذا يبدأ بالشكل :

مربع ١ = ١
مربع ٢ = ٤
مربع ٣ = ٩

فاذا أرادوا أن يجدوا جذر عدد ليس مربعاً كاملا استعملوا التقريب ، وطريقتهم في ذلك استعملها الاغريق وهي كما يلي : لايجاد $\sqrt{م}$

اذا كان ن $> \sqrt{م}$ فان $\frac{م}{ن} < \sqrt{م}$

ومتوسطهما أقرب الى الحقيقة ، وهكذا :

فنجدهم يحسبون $\sqrt{٢}$ بأن يعتبروه $١\frac{١}{٢}$ ، ثم يحسبون ٢ ÷ $١\frac{١}{٢}$ ويأخذون متوسط الناتجين ، ثم يكررون العملية حتى يحصلوا على التقريب الذي يرضيهم وفي مثل $\sqrt{أ^{٢} + ب}$ اعتبروا الجواب $أ + \frac{ب}{٢أ}$

وسنرى في الصفحات التالية كم من هذه المبادىء وصل الى العرب · ويكفي هنا أن نقول أن الجداول البابلية التي نجدها في اللوحات التي بين أيدينا لا نجد لها أثرا في المخطوطات العربية وانما نجد فيها جدولين : واحداً يعطي حاصل ضرب المنازل ، ومنه يعطى خارج قسمتها وهو يطابق في عرفنا القانونين :

$$٦٠^{م} \times ٦٠^{ن} = ٦٠^{م+ن}$$

$$٦٠^{م} \div ٦٠^{ن} = ٦٠^{م-ن}$$

أما الثاني فجدول للضرب من ١ × ١ الى ٦٠ × ٦٠ وهو يستعمل للضرب والقسمة واستخراج الجذر التربيعي :

المسائل البابلية :

تذكر اللوحات مسائل متعددة في الربح المركب وأعمال الحفر والانشاء والخلط والمتواليات · ومن مسائلهم السؤال : كم يستغرق مبلغ حتى يتضاعف بربح مركب بسعر ٢٠٪ ؟ وهم يعطون له الجواب الصحيح · وفي احدى اللوحات نجدهم يحلون المتوالية ١ + ٢ + ٤ + ··· + $٢^{٩}$ ،

ويعطون الجواب بالشكل $٢^{٩}$ + ($٢^{٩}$ — ١) · وفي اللوحة ذاتها نجدهم يجمعون المتوالية :

$١^{٢} + ٢^{٢} + \cdots + ن^{٢}$ بالشكل $(\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٣} ن)(١ + ٢ + \cdots + ن)$

أما في الجبر فقد حلوا المعادلة الخطية ذات المجهول الواحد والمعادلات الآنية ذات المجاهيل الكثيرة ووضعوا قاعدة تماثل القانون المتبع اليوم لحل المعادلة التربيعية وحلوا معادلات تربيعية لمجهولين أو أكثر ، كما حلوا معادلات تكعيبية من نماذج معينة · كل ذلك بطرق عقلية يعمدون بها الى اختصار الحدود المتشابهة والنقل من أحد طرفي المعادلة الى الطرف الآخر وحذف أحد المجاهيل بالتعويض ، أو بحيل رياضية أخرى كاستعمال مجهول جديد مساعد ·

وقد عرفوا العلاقتين $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$$أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب)(أ + ب)$$

ولعلهم قد عرفوا العلاقة $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$ فهم حتى الاعداد السالبة لم يحجموا عنها · ولا نستطيع أن نذكر بالتأكيد كيف استنتجوا أو أثبتوا هذه العلاقات · فقد يكونون توصلوا اليها كالاغريق والعرب عن طريق الهندسة ، لا سيما وقد فهموا $أ^{٢}$ على اعتبار أنها مربع ، وفهموا أب على اعتبار أنها مستطيل،وكانوا يمثلون الكميات العددية بأطوال خطوط · ولكنا نجدهم من جهة أخرى يصوغون مسائل تجمع فيها المساحات الى الاطوال أو تضرب أو تقسم بعضها على بعض بغض النظر عما لذلك من قيمة معنوية أو عملية ·

أما المعادلات التربيعية التي حلوها فمن الانواع :

$$س^{٢} = ح$$

$$س^{٢} + ب س = ح$$

$$أ س^{٢} + ب س = ح$$

وهم في أغلب الاحوال يعطون طريقة الحل بدون ذكر الاسباب ثم يجعلونها نموذجاً ينسج على منواله · ومن أمثلتهم على ذلك المعادلة

س^{٢} + س = ٠٫٤٥

وهم يعطون الجواب س = $\sqrt{٠٫٤٥ + (\frac{١}{٢})^{٢}} - \frac{١}{٢}$

أما معادلاتهم التكعيبية التي حلوها فكانت من النوعين س^{٣} = ﺃ

س^{٢} (م س ± ١) = ﺃ

وفي الحالة الأولى كانوا يحصلون على الجواب من جداول المكعبات ، وفي الحالة الثانية كانوا يحولون المعادلة الى م^{٢} س^{٢}(م س ± ١) = م^{٢} ﺃ ثم يلجأون الى جداول ص^{٢} (ص ± ١) ليحصلوا على قيمة م س · وهنا تظهر حيلتهم في ادخال المجهول الجديد ص = م س ، تلك الحيلة التي أتقنوها في المعادلات الآنية ·

ومن نماذج المعادلات الآنية التي حلوها المعادلات التالية :

(١) س ± ص = ﺃ ، س ص = ب

(٢) س ± ص = ﺃ ، س^{٢} ص^{٢} = ب

(٣) س^{٢} + ص^{٢} = ﺃ ، س ص = ب

(٤) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ﺃ ، س − ص = ب ، ص − ع = ح

فعندما تعرف قيمة س + ص مثلا يلجأون الى الحيلة التالية :

لتكن س + ص = ٢ ﺃ . خذ س = ﺃ + ك ، ص = ﺃ − ك ثم عوض في المعادلة الثانية تحصل على معادلة تعرف منها قيمة ك ·

واذا كان س − ص = ٢ ﺃ ، خذ س = ك + ﺃ ، ص = ك − ﺃ وعوض لتحصل على معادلة جديدة تعرف منها قيمة ك ·

وهذه نماذج من مسائلهم :

(١) س + ص = ٣٠و٠

٤٠و٠ س − ٣٠و٠ = ٢٠و٨

والحل يؤول الى القاعدة التالية على اعتبار أن س + ص = ﺃ

ب س − ح ص = ء

$$س = \frac{١}{٢} ﺃ + \frac{ء - \frac{١}{٢} ﺃ (ب - ح)}{ب + ح}$$

$$ص = \frac{١}{٢} ﺃ - \frac{ء - \frac{١}{٢} ﺃ (ب - ح)}{ب + ح}$$

وغني عن البيان أنهم لم يعبروا عن القواعد بشكل رمزي ولكنهم يعطون الحل بمثل هذا القول : خذ نصف **ﺃ ، ثم احسب ب − ح ، ثم ء − $\frac{١}{٢}$ ﺃ (ب − ح) ، ثم ب + ح ، ثم اقسم. فيكون س = $\frac{١}{٢}$ ﺃ + هذا الناتج الاخير ويكون ص = $\frac{١}{٢}$ ﺃ − هذا الناتج الاخير**

٢ ـ مسئلة في الطول والعرض · ضربت الطول في العرض فحصلت على المساحة ، ثم أضفت الى هذه المساحة مقدار زيادة الطول على العرض فنتج ٣و٣ ·ولو أنني جمعت الطول والعرض لنتج ٢٧ فما مقدار الطول والعرض والمساحة ؟

المعطيات ٢٧ ، ٣و٣ وهما المجموعان

النتيجة ١٥ الطول

١٢ العرض ٣٫٠ المساحة

اتبع الطريقة التالية :····

تعطى الطريقة ثم تحقيقها · والمسئلة تؤول الى المعادلتين الآتيتين :

س ص + س − ص = ١٨٣

س + ص = ٢٧

ولتسهيل حل المعادلتين ادخل مجهول جديد **ص′ = ص + ٢** فتحولت المعادلتان الى س ص′ = ٢١٠ ، س + ص′ = ٢٩

وهنا نتوقع أن يحلوا هاتين المعادلتين باستعمال طريقة ك المشار اليها آنفاً · ولكن ليس في اللوحة التي جاء فيها هذا السؤال دليل على استعمال هذه الطريقة · الا أن ديوفانتس الذي اقتبس كثيرا من الطرق البابلية يستعملها في كل معادلة يعرف فيها مجموع المجهولين ·

٣ ـ من مسائلهم مسئلة تؤول الى المعادلتين :

$$\frac{١}{٣}\,(\text{س} + \text{ص}) - ٠{,}١\,(\text{س} - \text{ص})^{٢} = ١٥{,}٠$$

$$\text{س ص} = ١٠{,}٠$$

ولو نحن استعملنا طريقة التعويض لحصلنا على معادلة تكعيبية يصعب حلها · ولكن يرجح أن البابليين حلوا المعادلتين بفرض س = م + ل ، ص = م ـ ل ·

الهندسة

عرفوا مساحة المستطيل والمربع وشبه المنحرف والمثلث ، وعرفوا أن الزاوية المرسومة في نصف الدائرة قائمة · ومن مسائلهم سؤال يتطلب انشاء قناة مقطعها شبه منحرف متساوي الساقين معروف قاعدته الكبرى ، ومساحته ، وميل كل من جانبيه عن القاعدة · ومن طريقة الحل يظهر أنهم كانوا يقيسون الميل بما نسميه ظل تمام الزاوية ، وهذه هي النسبة التي استعملها المصريون في قياس ميل وجه الهرم وسموها الصاكد · وفي لوحة قديمة نجد سؤالا عن مثلث عرفت قاعدته د ، وفيه مستقيم طوله ل يوازي القاعدة ويقسم المثلث الى قسمين ، مثلث وشبه منحرف ، الفرق بين مساحتيهما معروف (ح) والفرق بين ارتفاعيهما معروف (ع) · ولحل السؤال يحسبون ل من القانون ·

$$\text{ل} = \sqrt{\frac{١}{٢}\left\{\left(\frac{\text{ح}}{\text{ع}} + \text{ب}\right)^{٢} + \left(\frac{\text{ح}}{\text{ع}}\right)^{٢}\right\}} - \frac{\text{ح}}{\text{ع}}$$

ثم يجدون ارتفاع شبه المنحرف $\text{ع}_{١}$ من القانون $\text{ع}_{١} = (\text{ب} - \text{ل}) \times \dfrac{\text{ح}}{\frac{١}{٢}\text{ب}^{٢} - \text{ل}^{٢}}$

ومن ذلك نستدل أنهم عرفوا أن المستقيم الذي يوازي القاعدة يقسم ضلعي المثلث الى أجزاء متناسبة · أما استنتاج العلاقتين السابقتين فيتضمن حل معادلات جبرية مما أتقنوه · وقد كانت هذه هي صبغة كل مسائلهم الهندسية : الفكرة الجبرية فيها تطغى على الهندسية · وكذلك نجد لهم سؤالا ينطوي على معرفة بالقانون لطول المستقيم الذي يوازي قاعدتي شبه المنحرف المتوازيتين ويقسمه الى جزأين متكافئين · والقانون هو $\text{ل}^{٢} = \frac{١}{٢}\,(\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢})$

وفي مجهودهم في بحث الدائرة كانوا دون المصريين من حيث أنهم اعتبروا قيمة النسبة التقريبية ٣ · وقد عرفوا حجوم متوازي المستطيلات والاسطوانة القائمة والمنشور ، بضرب مساحة القاعدة في الارتفاع · ولا نجد لهم مسائل تشير الى أنهم عرفوا حجم الهرم والمخروط ، ولكنا نجدهم يعالجون قطعة الهرم وقطعة المخروط بطرق خاطئة · على أنهم قد يكونون عرفوا القانون الصحيح لحجم قطعة الهرم القائم على قاعدة مربعة بالشكل :

$$\text{ح} = \text{ع}\left\{\left(\frac{\text{أ}+\text{ب}}{٢}\right)^{٢} + \frac{١}{٣}\left(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{٢}\right)^{٢}\right\}$$ ، **حيث أ ، ب ضلعا القاعدتين**

وفي لوحة قديمة نجد السؤال : أوقفنا قضيباً طوله ٣٠ر٠ على جدار ، فاذا انزلق طرفه العلوي الى أسفل مسافة ٦ر٠ فكم يبعد طرفه السفلي عن حافة الجدار ؟

والسؤال يؤدي الى نظرية فيثاغورس وقد حل فعلا باستعمالهـا ، وهو حالة خاصة من الثلاثية (٣ ، ٤ ، ٥) المشهورة · ومثل هذا السؤال يتكرر كثيراً بأشكال تؤدي كلها الى الثلاثيات الفيثاغورية (٣ ، ٤ ، ٥) ، (٥ ، ١٢ ، ١٣) ، (٨ ، ١٥ ، ١٧) ، (٢٠ ، ٢١ ، ٢٩) أو مضاعفاتها ·

والمثلثات القائمة التي تكون أضلاعها أعداداً صحيحة كانت مثـار اهتمام الاغريق ، ولا سيما هيرون الاسكندري واقليدس وديوفانتس · فكيف حصل عليها البابليون ؟

طريقة اقليدس في الحصول على الثلاثيات كما يلي :

اذا اعتبرنا أضلاع المثلث القائم : أ ، ب ، و فنخذ عددين آخـرين ك ، ل ·

واجعل أ = ٢ ك ل

ب = ك^{٢} − ل^{٢}

و = ك^{٢} + ل^{٢}

فيكون و^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

بهذه الطريقة حصل اقليدس على مجموعة من الثلاثيات الفيثاغورية · ولكن لوحة بابلية من قبل اقليدس بثلاثة عشر قرناً تحوي الجدول التالي بالترتيب الذي تراه :

	و	أ	ب
١	١٦٩	١١٩	١٢٠
٢	٤٨٢٥	٣٣٦٧	٣٤٥٦
٣	٦٦٤٩	٤٦٠١	٤٨٠٠
٤	١٨٥٤١	١٢٧٠٩	١٣٥٠٠
٥	٩٧	٦٥	٧٢
٦	٤٨١	٣١٩	٣٦٠
٧	٣٧٢١	٢٢٩١	٢٧٠٠
٨	١٢٤٩	٧٩٩	٩٦٠
٩	٧٦٩	٤٨١	٦٠٠
١٠	٨١٦١	٤٩٦١	٦٤٨٠
١١	٧٥	٤٥	٦٠
١٢	٢٩٢٩	١٦٧٩	٢٤٠٠
١٣	٢٨٩	١٦١	٢٤٠
١٤	٣٢٢٩	١٧٧١	٢٧٠٠
١٥	١٠٦	٥٦	٩٠

والاعداد كلها ثلاثيات فيثاغورية ، وفي صدر اللوحة نفسها اشارة الى أنها أضلاع مثلثات قائمة · والثلاثيات كلها أولية بالنسبة الى بعضها بعضاً ما عدا الثلاثية (٧٥ ، ٤٥ ، ٦٠) فهي مضاعفات (٣ ، ٤ ، ٥) والثلاثية (١٠٦ ، ٥٦ ، ٩٠) فهي مضاعفات (٥٣ ، ٤٥ ، ٢٨) ·

ولا حاجة بنا الى القول بأن تحضير مثل هذا الجدول لم يكن لغاية عملية بل لاشباع لذة رياضية · ولكن كيف حصلوا على هذه الثلاثيات ؟

الأعمدة الأربعة التي أوردناها تكون القسم الأخير من لوحة كبيرة

تضم عدة أعمدة ، فالذي يسبق هذه مباشرة يعطي قيم $\frac{\text{و}^{2}}{\text{ب}^{2}}$. أمـــا الأعمدة التي قبله فقد تآكلت بحيث لم يعد يمكن تبينها .

ولكن لوحة اخرى تعطي أحدى الثلاثيات وعلى هامشها أعداد يبدو أن الحاسب استعان بها في تقدير الثلاثية ، وهذه الأعداد بالنسبة

$$\text{١} : \frac{\text{ك}^{2} - \text{ل}^{2}}{\text{٢ ك ل}} : \frac{\text{ك}^{2} + \text{ل}^{2}}{\text{٢ ك ل}}$$

وعلى هذا يرجح أن طريقة اقليدس ، أو طريقة شبيهة بها ، قد استعملها البابليون في ايجاد الثلاثيات .

وفي ظني أن البابليين لم يبتكروا طريقة اقليدس فقط ، ولكنهم أدركوا أنه لكي تكون أعداد الثلاثية أولية ، بعضها بالنسبة الى بعض ، يجب أن يتوفر في ك ، ل شرطان ، أحدهما ألا يكون بينهما عامل مشترك ، وثانيهما ألا يكونا فرديين معاً ، وعلى هذا بدأوا بفرض أعداد بالشكل $\frac{\text{ك}}{\text{ل}}$ يتوفر فيها الشرطان ، ومن ذلك حسبوا $\frac{\text{ك}^{2}}{\text{ل}^{2}}$ ثم $\frac{\text{ك}^{2} - \text{ل}^{2}}{\text{ك}^{2} + \text{ل}^{2}}$ اي $\frac{\text{و}^{2}}{\text{ب}^{2}}$ ، ولعلهم وضعوا هذه القيم في أعمدة متتالية .

الأثر البابلي في الرياضيات العربية

لقد كان الفكر الرياضي الفرعوني ، على الغالب ، هندسياً . وهكذا كان الفكر الاغريقي . فاستوعب الأغريق الرياضيات الفرعونية وخلقوا منها علماً منطقياً ذا قواعد وأصول ، ندرسه اليوم كأنه كله تراث أغريقي ، ولا نعلم على وجه اليقين مدى ما فيه من أثر فرعوني .

ولا ينطبق هذا القول على الرياضيات البابلية ، فقد كانت هذه ،

على الغالب ، حسابية جبرية ، استوعب الأغريق بعضها . واعرضوا عن بعض . وما استوعبوه بقي عندهم يحتفظ بشيء من طابعه البابلي .

وبعد العصرين الهليني والسكندري عاش الشرق الأوسط وبـــلاد أخرى تجاوره في فترة ركود ذهني تلاشت فيها المعرفة الرياضية الا من حقائق لا غنى عنها في تسيير شئون الحياة العامة وكانت هذه الحقائق مستمدة من الفكر الاغريقي ، وما فيه من آثار فرعونية وبابلية .

وغني عن البيان أن العرب لم يتصلوا بشكل مباشر بالفكرين الفرعوني والبابلي ولكنهم انتشروا في ديار وجدوا فيها هذه الحقائق يتوارثها الناس جيلا بعد جيل فكانت تلك وحدها همزة الوصل بينهم وبين الفكر الانساني القديم .

وبعد العصر السلوقي دخل حوض الرافدين في عهد امتد سبعة قرون من مطلع العصر الميلادي الى الفتح الاسلامي وانتظمته فيه ثقافة فارسية . ولا شك أن كثيراً من جوانب الفكر البابلي قد نسيت في هذه المرحلة الفارسية الطويلة . ولكن لا يغرب عن البال أنه بقيت هنالك طوال هذا العهد مدارس في قيسارية وانطاكيا وحران والرها وجنديسابور وان هذه المدارس قد احتفظت بتيار فكري يصل الثقافة السكندرية بالثقافة الفارسية ، كما أن بعض الطوائف ظلت تعنى بالفلك كواجبات دينية .

والعرب يتكلمون عن زيج باسم زيج الشاه وضعه الفرس قبل العصر الاسلامي كما يتكلمون عـــن طرق فارسية في الحساب الفلكي . وابن يونس أعظم فلكيي الاسلام (توفي سنة ١٠٠٩/٤٠٠) يشير الى أرصاد فارسية ترجع الى سنتي ٤٧٠ م ، ٦٣٠ م . والتاريخ يتحدث عـــن انتفاضة علمية في عهد كسرى أنو شروان . والكتب العربية تنقل عـــن الفرس كلاماً ينسب الى سدينس وكدناس وتنكلوس وفاليس أما سدينس (Sudines) وكـــدناس (Kidenas) فيوصفان بأنهما كلدانيـــان ، أي بابليان . وأما تنكلوس فهو (Teukros) المنجم البابلي الذي عاش في القرن

الأول قبل الميلاد . وأما فاليس فيرجح أنه (Vettius Valenz) وقد عاصر بطلميوس ولكنه تبع طرق هيبارخس الفلكية .

وفي مجرد ظهور هذه الاسماء في كتب الفرس والعرب دليل على أن الحضارة البابلية لم تذهب كلها نسياً منسياً .

اننا نجزم بأن دراسة تقليدية من نوع ما للرياضيات ظلت قائمة في فارس والعراق وسوريا ومصر طيلة العهد الفارسي ، وان هذه الدراسة احتفظت بعناصر بابلية الى جانب العناصر اليونانية .

والعرب يشيرون الى مقدرة البابليين في علم الفلك . وقد أورد البيروني في كتابه أفراد المقال (الصفحة ١٣٨ ، طبعة حيد راباد) طريقة في الحساب الفلكي نسبها الى أهل بابل ، وهذه الطريقة ذاتها وجدت في اللوحات البابلية .

والمخطوطات العربية تتكلم عن نظامين حسابيين نرجح أنهما كانا صفوة هذه الحقائق المتواترة أحدهما سماه العرب حساب الستين أو طريق المنجمين ، وهو يضم الطرق الحسابية التي ظل المنجمون والفلكيون يتبعونها حتى نهاية العصور الوسطى ، والثاني سماه العرب حساب اليد وهو يضم المعرفة الحسابية التي بها سير الناس شئون حياتهم العملية ، وقد ظل شائعاً الى أن دحره الحساب الهندي في أواخر القرون الوسطى ، أو اندمج فيه .

حساب الستين عند العرب

قد يسمى هذا النظام في الكتب العربية ، عدا طريق المنجمين ، حساب الزيج أو حساب الدرج والدقائق ، وكل هذه الاسماء تشير الى أن استعماله كان قاصراً على المنجمين والفلكيين .

والكتب العربية التي تقتصر على هذا النظام وحده قليلة نعرف منها واحداً يعود الى عصر متقدم هو : كتاب في الحساب النجومي لأبي العنبس

محمد بن اسحق الصيمري المتوفى سنة ٢٥٧ هـ / ٨٨٨ م (مخطوطة الفاتيكان الرقم ٩٥٧ر٥) ولم نستطع أن نحصل على نسخة منهـا ، وهناك كتاب يعود الى عصر متأخر هو دقائق الحقائق في معرفة حساب الدرج والدقائق لبدر الدين محمد بن محمد بن أحمد المعروف بسبط الماردينى (٨٢٦ ـ ٩٠٠ هـ = ١٤٣٢ ـ ١٤٩٤/٩٥ م) (المصورة ١١٨ علوم في معهد المخطوطات في القاهرة) وليس فيها ما نضيفه الى معلوماتنا عن هذا النظام الى ما نجده في المخطوطات العربية التي تبحث في الأنظمة الأخرى . ذلك أن حساب الستين قد فرض نفسه الى حد ما على غير الفلكيين فاستعمله عامة الناس في حساب اليد كما استعمله أولئك الذين أخذوا بالحساب الهندي .

ومن هذه المخطوطات نستطيع أن نتبين أهم سمات الحساب الستيني كما كان يستعمله المنجمون . فما هي هذه السمات ؟

أولا ـ كتابة الأعداد :

استعمل العرب حروف الأبجدية العربية لكتابة الأعداد ، بالترتيب المعروف بالجمل أي أبجد هوز ... الخ .

وهم قد يستعملون السلم الستيني كاملا ، للأعداد الصحيحة والكسور ، وحسب هذا السلم لا يكون في أي منزلة عدد أكثر من ٥٩ . وفي هذه الحالة تكون دلالات الحروف عندهم على الشكل التالي :

أ	ب	ح	ء	ه	و	ز	ح	ط
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

ي	ك	ل	م	ن
١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠

فكان الحاسب يكتب يا للدلالة على ١١ ، نط للدلالة على ٥٩ ، مح 6 يب للدلالة على ١٢ر٠ر٤٨ دائماً ابتداء بالأكبر ، وهم قلما نقطوا الحروف · أما الاشارة 6 فهي اشارة الصفر الاغريقية ·

أما اذا هم استعملوا السلم العشري في كتابة الأعداد الصحيحة ، كما كان الاغريق يصنعون ، فانهم يستعملون باقي حروف الأبجدية العربية حسب الدلالات التالية :

س	ع	ف	ص
٦٠	٧٠	٨٠	٩٠

ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ
١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠

غ×
١٠٠٠

فاذا أراد الحاسب أن يكتب ٦٠ كتب س واذا أراد أن يكتب ٧١ كتب عا ، واذا أراد أن يكتب ١١٢ كتب قيب واذا أراد أن يكتب ١١١١ كتب غقيا ·

أما ٢٠٠٠ فكتبوها بغ ، ١٠٠٠٠ يغ وهكذا · وهنا أيضاً قلما نقطوا الحروف ، ولذلك يجد الذي يرجع الى مخطوطات تستعمل هذا الترقيم عناء كبيراً ·

ثانياً ـ تسمية المنازل :

فاذا استعملوا السلم الستيني في كتابة الأعداد الصحيحة سموا المنزلة الأولى منزلة الدرج ، ويليها منزلة المرفوع الأول فالمرفوع الثاني

× هذا هو ترتيب الحروف الذي شاع في المشرق الاسلامي · أما في المغرب فيختلف هذا الترتيب بعض الاختلاف اذ يجري بالترتيب ابجد هوز حطي كلمن صعفض قرست ثخذ ظشغ ·

فالثالث ··· الخ · ولكن يبدو أنهم وجدوا في هذه التسمية بعض اللبس فصاروا يسمون المنازل التي فوق منزلة الدرج بالترتيب : المرفوعات فالمثاني فالمثالث ··· الخ ·

على أنهم في الحسابات الفلكية قد لا يستعملون أكثر من ٥٣٦٠ فيسمون كل ٥٣٠ برجاً وكل ١٢ برج دوراً ولا يزيدون ·

ثالثاً ـ العمليات الحسابية :

قلما نجد ذكراً لعمليتي الجمع والطرح والظاهر أنهم كانوا يجرونهما عقلياً كما كان يصنع سائر الناس في حساب اليد ·

وأما في الضرب والقسمة فكانوا يستعملون جدولين واحداً لحاصل ضرب المنازل وخارج قسمتها ، وهو يقابل عندنا القانونين :

$$٦٠^{م} \times ٦٠^{ن} = ٦٠^{م+ن}$$

$$٦٠^{م} \div ٦٠^{ن} = ٦٠^{م-ن}$$

والثاني جدول ضرب عادي يمتد من ١ × ١ الى ٦٠ × ٦٠ وهو يكتب عادة في ستين صفحة ويستعملونه للضرب والقسمة واستخراج الجذر التربيعي ·

والجدول مبني على النظام الستيني الكامل للمنازل الصحيحة والكسرية على السواء ·

وربما كان السبب في عدم شيوع هذا النظام عند الناس أن الحاسب كان اذا أراد أن يضرب أو يقسم عددين أكبر من ٥٩ اضطر الى تحويلهما أولا الى السلم الستيني وهذا التحويل وحده قد يكون عملية أصعب من عملية الضرب نفسها · فاذا هو حصل على الجواب عاد فحوله الى نظام العد الطبيعي ·

فلضرب ٢١٢ مثلا في ٤ يبدأ أولا بتحويل ٢١٢ الى ٣ر٣٢ فحاصل الضرب ١٢٨ر١٢ = ٨ر١٤ = ٨٤٨ ·

حساب اليد عند العرب

هذا هو النظام الذي لقيه العرب شائعاً بين الناس في البلاد التي انتشروا فيها . والاقليدسي ، في كتابه الفصول في الحساب الهندي ، يشير اليه باسم حساب الروم والعرب ، لأنه كان شائعاً عند البيزنطيين أيضاً . وربما كان هو حساب العامة والتجار والموظفين لدى سائر الحضارات القديمة . وتسميته بحساب اليد (finger reckoniong) ترجع الى أن الحاسب يلجأ للدلالة على الأعداد الى وضع أصابع يديه في أوضاع متمايزة .

والكتب العربية القديمة تسميه الحساب بدون تمييز ، على أن من هذه الكتب القديمة ما يحمل اسم الحساب ولكنه يبحث في مسائل جبرية ، ذلك أن الجبر العربي كان وليد حساب اليد ويمثل جزءاً هاماً منه .

وبعد انتشار الحساب الهندي صار التمييز ضرورياً فسمي الحساب الهندي بحساب التخت أو التراب أو الغبار ، لسبب سنجلوه فيما بعد ، كما سمي هذا النظام بحساب اليد أو الحساب الهوائي أو حساب العقود .

وعندما تم دمج الأنظمة كلها في علم حسابي واحد سقط التمييز مرة أخرى ، ومن الأمثلة على ذلك مفتاح الحساب للكاشي وخلاصة الحساب لبهاء الدين العاملي وكلاهما يمثلان الحساب العربي في أرقى مراحله ، وفي كليهما آثار من حساب اليد والحساب الهندي وغيرهما .

والمصادر العربية تنسب كتاباً للخوارزمي باسم الجمع والتفريق ، وتنسب كتاباً بالاسم نفسه لأبي حنيفة الدينوري ، وكلاهما مفقود ، الا أن عبد القاهر بن طاهر البغدادي في كتابه التكملة في الحساب يقتبس من كتاب الخوارزمي طرقاً هي أشبه بحساب اليد منها بالحساب الهندي ، فاذا ذكرنا أن المصادر العربية تنسب لكل من الخوارزمي والدينوري كتاباً آخر في الحساب الهندي ، أمكن أن نعتبر أن كتابي الجمع والتفريق يبحثان

في حساب اليد . أما بصدد تسميتهما بالجمع والتفريق فنذكر أن عملية الجمع كانت تسمى في الكتب العربية بالزيادة ، في حين أن الجمع يعني ضم المقادير بعضها الى بعض ، جمعاً أو ضرباً ، وان عملية الطرح كانت تسمى النقصان ، في حين أن التفريق كان من معانيه التوزيع أي القسمة ، فلعل الجمع والتفريق كانا يعنيان العمليات الأربع الرئيسية في الحساب . وأبرز سمات حساب اليد العربي أنه لا يشتمل على أي رموز حسابية ، فتذكر فيه الاعداد باسمائها في نظام العد الطبيعي .

ومن ثم فالعد يتركب من آحاد وعشرات ومئات والوف ... الخ ، وهذه هي المراتب . وكل مرتبة من مراتبه تتركب من واحد أو اثنين أو ثلاثة ... الى التسعة وهذه هي العقود . وقد سميت عقوداً لأن الحاسب ، اذ لم يكن لديه طريقة رمزية للدلالة على الأعداد لجأ الى الدلالة عليها بعقد أصابع يديه عقوداً متمايزة . فاذا هو أراد أن يدل على ٢٧ مثلا عقد أصابعه بشكل يدل على ذلك . أنظر التعليقات رقم ١٦ .

العمليات الحسابية :

عقد الاصابع يدل على الأعداد . أما العمليات الحسابية التي كان يريد الحاسب اجراءها فقد كانت تجري عقلياً فيغير الحاسب عقد أصابعه حسب النتيجة التي يحصل عليها .

ومن السمات المميزة لكتب حساب اليد أنها لا تتناول العمليات الحسابية بالترتيب الذي نعرفه من جمع وطرح وضرب وقسمة وتجذير . فهي تهمل الجمع والطرح باعتبارهما عمليتين سهلتين وتعطي الحاسب ما يحتاج من قواعد تساعده على اجراء غيرهما من العمليات . وهي تبدأ عادة بفكرة المراتب ومنها تنتقل الى الضرب والقسمة ، والقسمة تفضي الى الكسور والنسبة . فاذا تم شرح هذا كله جاء دور تطبيق هذه المبادىء في مسائل المعاملات والمساحة ، مع ذكر لمبادىء الجبر والاستعانة به في حل المجهول .

وبحث الضرب يبدأ عادة بفكرة ضرب منزلة في منزلة : اذا ضربنا عشرات في الوف فما مرتبة الناتج · والقواعد التي تعطى في هذا الصدد نعبر عنها بالقانون

$$١٠^{م} \times ١٠^{ن} = ١٠^{م+ن}$$

حيث م ، ن عددان صحيحان موجبان ·

وهم يستعملون هذه القاعدة في كل عملية ضرب · فلضرب ٢٠٣ في ٢٧ مثلا يعرف الحاسب أن عليه أن يضرب ٣ آحاد في ٧ وفي ٢٠ ثم مائتين في ٧ وفي ٢٠ ·

فهو يضرب الثلاثة في السبعة فيعقد باصابعه ٢١ ·

ثم يضرب الثلاثة في العشرين فينتج ٦٠ فيغير العقد الى ٨١ ·

ثم يضرب المائتين في السبعة على اعتبار المئات في الآحاد مئات فيخرج ١٤ مائة أي ١٤٠٠ يضمها على أصابعه الى العقد السابق فينتج ١٤٨١ ·

ثم يضرب المائتين في العشرين على اعتبار المئات في العشرات الوف فينتج ٤ آلاف يضمها الى العقد فينتج الجواب ، فيكتبه اذا شاء : خمسة آلاف وأربعمائة وثمانين ·

وواضح أن الاعتماد على أصابع اليدين في الدلالة على الاعداد يجعل معالجة الاعداد الكبيرة أمراً في غاية الصعوبة ، هذا بالاضافة الى أنـــه يشل يدي الحاسب عن أي حركة أخرى ، ثم أن العملية كلها ذهنية لا تنطوي على خطوات مكتوبة يمكن مراجعتها ·

فمن ثم لجأوا الى تحقيق صحة الجواب بطرح التسعات وهي طريقة أخذوها عن الهنود ·

وفي مخطوطات حساب اليد نجد بالاضافة الى الطريقة العامة السابقة قواعد مختصرة تفيد في حالات دون حالات ، ومن أهم هذه القواعد :

(١) $أ . ب = \left(\frac{أ+ب}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{أ-ب}{٢}\right)^{٢}$

(٢) القواعد الابتدائية المعروفة (مثل ضرب أي عدد في ٢٥ بتحويله الى مئات وقسمة الناتج على ٤) تستغل باكثر مما هو مألوف اليوم :

فلضرب أي عدد في ١٥ يحول الى عشرات ويضاف اليه نصفه ·

ولضربه في ١٤ (أو ١٦) يضرب في ١٥ بالطريقة السابقة ثم يطرح من الحاصل (أو يضاف اليه) العدد الاصلي ·

وقد جمع د· ي· سمث هذه القواعد في كتابه عن تاريخ الرياضيات ونسبهـا الى حساب لاتينيين ولكنـا نجدهـا كلهـا في أقدم المخطوطات العربية ·

والقسمة تبدأ بقواعد يشملها القانون :

$$١٠^{م} \div ١٠^{ن} = ١٠^{م-ن}$$ حيث م ، ن عددان صحيحان موجبان ·

أما الطريقة العامة للقسمة فتقابل ما قد يعمله الأمي الذكي في هذه الايام :

فلقسمة ٥٥٢٥ على ١٧ قد يعمل الحاسب ما يلي :

$$٥١٠٠ \div ١٧ = ٣٠٠$$

والباقي من المقسوم وهو ٤٢٥ يجزأ الى ٣٤٠ + ٨٥

أو ٥١٠ − ٨٥

وهكذا يحصل الحاسب على الجواب وهو ٣٢٥ ·

على أن العملية قد تبدو أحياناً تطابق الطريقة العامة المستعملة حالياً رغم عدم استعمال الارقام · فلقسمة ٢٠٣٢٥ على ١٣٥ :

يسأل الكرجي عن أكبر عدد من المئات يضرب في ١٣٥ لينتج أقرب عدد الى المقسوم فيجده مائة ، ويطرح حاصل الضرب فيبقى معه ٦٨٢٥ ·

فيسأل عن أكبر عدد من العشرات اذا ضرب في ١٣٥ يعطي أقرب عدد الى هذا فيجده خمسين فيضربها في ١٣٥ ويطرح الناتج فيجد الباقي عنده ٧٥ ، فيستنتج أن خارج القسمة ١٥٠ والباقي ٧٥ ·

وعدا هذه الطريقة هنالك طرق مختصرة للقسمة على أجزاء العقود مثل ٥ ، ١٢$\frac{١}{٢}$ ، ٣٣$\frac{١}{٣}$ وما شاكلها · فقد كانت القسمة على العقود كالضرب بها أمراً سهلاً على الحاسب ·

الكسور في حساب اليد :

من أبرز سمات حساب اليد التي تميزه عن الانظمة الحسابية الأخرى طريقة في معالجة الكسور ، فهو ينطوي على ثلاثة أنظمة كسرية :

أولها الكسور الستينية وهي الدقائق والثواني والثوالث الخ · على أن الحساب قــد يكتفون عند تقدير الكسر باعطائه بالدقائق وكسور الدقيقة · ولا شك أن هذا النظام اغريقي بابلي ·

وثانيها نظام محلي مبني على التعبير عن الكسور بدلالة أجزاء وحدات القياس الشائعة ، ولذا فالكسر في هذا النظام تتغير دلالته حسب المكان والزمان ، فحيث يكون الدرهم ٦ دانق مثلا والدانق ٨ حبات يعبر عن السدس بدانق وعن $\frac{١}{٤٨}$ بحبة ، ويعبر عن الاجزاء بدلالة الدانق والحبة وكسورها بالتقريب ، وان أراد الحاسب دقة أكبر قسم الحبة الى دوانق حبة وحبات حبة ·

أما النظام الثالث ، ونسميه بالنظام العربي فمبني على اعتبار أن اللغة العربية تحتوي على تسعة الفاظ للكسور لا غير ، وهي النصف والثلث ··· الى العشر · فهذه اذن هي الكسور ، وكل واحد منها كسر ، وما عداها ينبغي أن يعبر عنه بدلالتها ·

مثلا $\frac{١}{١٤}$ يعبر عنه بنصف سبع ،

$\frac{١}{١٢}$ يعبر عنه بنصف سدس ، ويمكن أن يعبر عنه بثلث ربع ولكن التعبير الأول أحسن : اذ يفضل أن يكون البدء بأكبر كسر ممكن ،

والنصف أكبر الكسور · وقد يعبر عنه بنصف نصف ثلث ، ولكن ينبغي أن تكون العبارة أوجز ما يمكن ·

و$\frac{٣}{٧}$ يعتبر كسوراً لا كسراً ، ويفضل أن يعبر عنه بثلث وثلثي سبع · وكذلك $\frac{٣}{٤}$ يفضل أن يعبر عنه بنصف وربع ، يستثنى من ذلك $\frac{٢}{٣}$ فهي لا تجزأ ·

واذن فالمقادير الكسرية يعبر عنها بدلالة الالفاظ التسعة مع الاضافة أو العطف ويراعى في ذلك كله أن تكون العبارة أوجز ما يمكن والكسور أكبر ما يمكن ، مرتبة من الأكبر فما دونه ·

وما لا يمكن أن يعبر عنه بدلالة هذه الالفاظ التسعة ليست كسوراً ، وانما هي أجزاء ، فمثلا $\frac{١}{١١}$ هو جزء من أحد عشر جزءاً من الواحد · وهذه الاجزاء يستحسن التعبير عنها بالالفاظ التسعة بالتقريب · وقد وضع العرب لهذا التقريب قواعد لطيفة وان تكن بمقاييسنا أشبه بجهد ضائع ، وهذه الأجزاء اعتبرت كسوراً صماء ·

والكسور والاجزاء لها مخارج ، والمخرج هو أصغر عدد صحيح يكون كسره المفروض صحيحاً ، فالنصف مخرجه ٢ لأن نصف الاثنين واحد ، وكذلك $\frac{١}{١١}$ مخرجه ١١ ·

ومن أجل جمع المقادير الكسرية وطرحها ومقارنتها بعضها ببعض لجأ الحساب العرب الى توحيد المخارج ، وان يكن بعضهم قد آثـر تحويلها الى كسور ستينية ·

رغم هذا النظام الكسري المعقد ، ورغم فقدان أي نظام رمزي للتعبير عن الاعداد الصحيحة والكسرية ، نستطيع أن نقول : ان العرب عرفوا كل المبادىء الرياضية اللازمة للعمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة وتجذير · ويكفي أن نطلع على واحدة من مخطوطات حساب اليد الهامة لندرك هذه الحقيقة ·

ولكن هل كانت هذه المعرفة العربية الرياضية تراثاً ورثه العرب أم اكتشافاً اكتشفوه ؟

المخطوطات العربية في حساب اليد :

ليس من السهل أن نجيب عن هذا السؤال على وجه اليقين . فمما لا شك فيه أن حساب اليد هذا كان تراثاً ورثه العرب . وأقدم مخطوطة وصلت الينا كتاب أبي الوفاء البوزجاني ، « في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب » ، وهذا الكتاب نستطيع أن نقول انه يخلو من كل أخطاء في المبدأ ، وما قد نجد فيه من أخطاء انما هو في العمليات الحسابية مما قد يكون نجم عن سهو من الناسخ . وأبو الوفاء من كبار الرياضيين العرب الذين درسوا اقليدس وبطلميوس وارشميدس وديوفانتس وحرروا كتبهم . وهو في كتابه هذا يشكو من أن الحساب يلجأون في حسابهم الى طرق تقليدية مخطوءة ويتنكبون الطرق التي يقوم على صحتها البرهان . ومثل هذه الاخطاء التي يشير اليها نجدها في بعض مخطوطات حساب اليد التي وصلت الينا . فلا شك اذن أن لأبي الوفاء ، كما لغيره من الرياضيين العرب فضلا في تحرير حساب اليد الموروث من أخطاء دارجة .

وعندما اتصل العرب بالحساب الهندي وعرفوا ما فيه من طرق بينة محدودة للعمليات الحسابية ومن فكرة واضحة متكاملة عن الكسر العادي ، كان لا بد لحساب اليد أن يندحر ، وعلامة اندحاره تتبدى لنا في قلة الكتب التي تبحث عنه وتضاؤل حجمها ، حتى لنجد كتاب تحفة الاحباب في علم الحساب لسبط المارديني وكتاب اللمع في الحساب لابن الهايم ، وكلاهما في حساب اليد ، يكادان يقتصران على وصف الطرق المختصرة في الضرب .

وقد وضع المتقدمون في حساب اليد كتباً ، ولكن هذه الكتب مفقودة

وأهم ما وصل الينا من كتب كاملة في هذا النوع من الحساب ، كتابان : أولهما الكتاب المشار اليـــه أنفاً لأبي الوفاء البوزجاني (٣٢٨ ـ ٣٨٨ هـ = ٩٤٠ ـ ٩٩٨ م) وهو في سبع منازل ، ولذلك يسمى أيضاً كتاب المنازل السبع . ومخطوطة ليدن الرقم Or. 103 تحوى المنازل الثلاث الأولى منه ، ومخطوطة دار الكتب الرقم ٤٢ م رياضة تبدأ مـــن الباب الثاني في المنزلة الثانية الى آخر الكتاب ، عدا أجزاء مفقودة ، لا سيما أواخر المنزلة السادسة وأوائل السابعة .

وهذا كتاب يفصل حساب اليد تفصيلا يبلغ حد الأسهاب أحياناً ، وضعه مؤلفه لموظفي الدولة وجعله أشبه بجداول تعين الحاسب في عملياته وتوفر عليه كثيراً من الجهد ، الا أن المؤلف اضطر ، كما يقول في مقدمته ، الى التغاضي عن تقديم البراهين على صحة العمليات الحسابيـــة التي يوردها ، واضطر أيضاً الى حذف موضوع الجبر من كتابه لأنه وضع كتاباً خاصاً في صناعة الجبر والمقابلة . ولما كان علم الجبر العربي أهم ما نجم عن علم الحساب العربي ، فان الباحث على حق اذا هو عد كتاب أبي الوفاء البوزجاني في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب لا يعطي صورة كاملة للحساب العربي .

أما الكتاب الثاني في حساب اليد الذي وصل الينا كاملا فهو كتاب الكافي في الحساب لأبي بـــكر محمد بن الحسن الكرجي ، المتوفى سنة ٤٢٠ هـ / ١٠٢٩ م . (المخطوطـــة رقم ٨٥٥ دامات ابراهيم باشا ، استنبول) .

وفي كتاب الكرجي صفحات عن الجبر العربي . ولكن على قدر ما نصدق اذا وصفنا كتاب أبي الوفاء بالأسهاب ، نصدق أيضاً اذا وصفنا كتاب الكرجي بالايجاز . فهو كأبي الوفاء لا يعطي تبريراً للعمليات التي يعرضها ، وهو أيضاً قد يذكر القاعدة بشكل غامض وبدون أمثلـــة تجلوها ، فان مثل فقد يكتفي بمثال واحد . ولعل هذا هو السبب في أن

كتاب الكرجي في الحساب قد وضعت له شروح وصلتنا منها شرح لأبي علي حسين بن أحمد الشقاق ، وآخر باسم الشرح الشافي لكتاب الكافي لمحمد بن عبد الله بن أبي الحسن بن احمد بن عبد الله الشهرزوري .

ولما كان كتابا أبي الوفاء والكرجي هما الكتابان الوحيدان اللذان وصلا الينا في حساب اليد قبل أن يبدأ بالانحسار أمام الحساب الهندي رأينا أن نقدم أولهما للقارىء كاملا في الصفحات التالية . ولم يكن اختيارنا لكتاب أبي الوفاء لأنه أكثر تفصيلا من كتاب الكرجي ، ولكن لسببين آخرين : أولهما اننا وجدنا أبا الوفاء أعمق فهما وأبعدعن الخطأ ، وأن في كتاب الكرجي لاخطاء سنشير اليها في التعليقات . وثانيهما أن لكتاب أبي الوفاء قيمة أخرى نرجو أن يتوفر على دراستها الباحثون ، ذلك أنه اذ يضع كتاباً لموظفي الدولة يضع أمامنا فرصة نادرة لدراسة النظام الاداري في عصره .

طريقتنا في النشر :

سنقدم للقارىء في الصفحات التالية كتاب أبي الوفاء البوزجاني :

في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب .

كما نجده في المخطوطتين اللتين وصلتا الينا :

١ ـ ل وهي مخطوطة ليدن : الرقم Or. 103

٢ ـ م وهي مخطوطة دار الكتب في القاهرة : الرقم ٤٢م رياضة .

وفي التعليقات سنذكر كل اضافة ذات قيمة نجدها في كتاب الكرجي : الكافي في الحساب ، المخطوطة ٨٥٥ دامات ابراهيم باشا في استنبول ، أو في شرح الشهرزوري المخطوطة ٨٠١ في مكتبة يني جامع في استنبول .

ولما كان الجبر العربي وليد حساب اليد الذي نعرضه في هذه الصفحات ، ولما كان أبو الوفاء لا يتعرض للجبر في كتابه ، وكان كتاب الكرجي موجزاً ، لذا رأينا أن نتبع كتاب أبي الوفاء بما يذكره الكرجي

عن الجبر في حسابه وما يضيفه الشهرزوري من اضافات ذات شأن ، على أن نقدم للقارىء نموذجاً أوفى للجبر العربي في أحد الأجزاء التالية لكتابنا هذا .

وفي عرضنا للنصوص العربية الرياضية للقارىء العربي درجنا على النظام التالي :

أولا : نقدم للكتاب بمقدمة موجزة تبين موضعه من تاريخ الرياضيات العربية .

ثانيا : نقدم النص العربي بما تقتضيه أمانة تقديم النصوص وبشكل نبيح فيه وضع الجمل في فقرات تسهل على القارىء الانتقال من فكرة الى فكرة ، ونبيح فيه أيضاً كتابة بعض الكلمات بالشكل الدارج اليوم ، وتصحيح بعض النتائج الحسابية التي نرجح أن سبب الخطأ فيها سهو من الناسخ ، ولكننا لا نبيح تصحيح الاخطاء اللغوية ، ذلك انا نجد مؤلفي الكتب الرياضية يميلون الى التحلل من القواعد النحوية فلم نرد أن نلتزم بما حللوا هم أنفسهم منه الا حيث خشينا من الالتباس . وحيث وجدنا الا بد من زيادة لفظ أو أكثر حتى يستقيم المعنى ، وضعنا ما زدناه بين قوسين .

وفي مثل الكتاب الذي ننشره هنا ، كتاب أبي الوفاء ، رأينا في أكثر من موضع ما كان يدفعنا لاختصار النص ، ذلك أن الفكرة قد اتضحت حتى صار كل مزيد عليها بمقاييسنا حشواً أو تكراراً . ولكنا آثرنا أن ننقل النص كاملا فلم نحذف منه الا أشكالا هندسية لم نجد في حذفها خسارة .

ثالثا : على اعتبار اننا ننشر لقارىء يتقن العربية لم نجد ضرورة لشرح العمليات التي يتضمنها النص ، ومن ثم كانت التعليقات موجزة تستهدف في الدرجة الأولى تقييم المبادىء التي فيه .

ثم ختمنا الكتاب بالأشارة الى أهم ما يؤدي اليه من نتائج وبفهارس تضم ما ينطوي عليه من وحدات قياس ومن مخطوطات .

المؤلـف :

هو أبو الوفاء البوزجاني ، محمد بن محمد بن يحيى بن اسماعيل بن العباس • ولد في بوزجان من بلاد نيسابور (قوهستان) في ١ رمضان سنة ٣٢٨ هـ (١ يونيو سنة ٩٤٠ م) وانتقـــل الى العراق في سنة ٩٥٩/٣٤٨ وعاش في بغداد حيث وضع كتابه هذا ، وفيها مات في سنة ٩٩٨/٣٨٨ م •

وفي كتابه نجده يشير الى كتاب له في صناعة الجبر والمقابلة وكتب له في تفسير كتب الخوارزمي وديوفانتس وابرخس البيتيني في الجبر والعدد والى كتاب له باسم المدخل الى الارتمطيقي وكتاب في الفلك سماه المجسطي باسم مجسطي بطلميوس • وهذه الكتب كلها مفقودة الا من أجزاء من مجسطي أبي الوفاء في مكتبة باريس بالرقم (Arabe 2497) درسها كرادي فو • انظر : (L'almageste d' Abu-l Wefa J.A.T., 19, 408 - 471, 1892) على أن فبكى أشار الى مخطوطة لأبي الوفاء في الاسكوريال باسم المدخـل الحفظي الى صناعة الارتماطيقي ، كما أشار بروكلمان الى مخطوطة اخرى في رامبور باسم رسالة في الحساب •

الا أن في مكتبات العالم من كتبه رسالة في الهندسة ، بالعربيـــة والفارسية ، درسها فبكي (JA, 1855, 812 - 56, 309 - 59) وهو يعتقد أنها ليست لأبي الوفاء نفسه ولكنها من صنع أحد تلاميذه • وله أيضاً كتاب في الفلك باسم كتاب الكامل ترجم كرادي فو أجزاء منه ، كما أن له كتاباً لم يتوفر على دراستها أحد ، منها رسالة في ما يحتاج اليه الصانع من أعمال الهندسة ، مع شرح لها لكمال الدين ابي الفتح موسى بن يونس بن محمد بن منعه الشافعي ـ في مكتبة جامع أياصوفيا • ورسائل أخرى في المثلثات والفلك • أنظر كتاب بروكلمان (٢٥٥/١) •

ولكن من هذا القليل الذي درسه فبكي وكرادي فو من كتب أبي

الوفاء ، عـد صاحبنا من أكبر رياضيي الاسلام حتى لقد سمى سارتن في مقدمته النصف الثاني من القرن العاشر الميلادي باسم أبي الوفاء • والذي ميز أبا الوفاء أنه أحدث اضافات هامة في علم المثلثات •

ففي المثلثات المستوية ابتكر طريقة لانشاء جداول للجيوب وأعطى جيب نصف الدرجة صحيحاً لثماني منازل عشرية وعرف بشكل ما القوانين :

$$\text{جا}(\text{أ} \pm \text{ب}) = \text{جا أ جتا ب} \pm \text{جتا أ جا ب}$$

$$\text{جا أ} = ٢ \,\text{جا}\frac{\text{أ}}{٢}\,\text{جتا}\frac{\text{أ}}{٢}$$

$$٢\,\text{جا}^{٢}\frac{\text{أ}}{٢} = ١ - \text{جتا أ}$$

كما وضع جداول لنسبة الظل واستعمل القاطع وقاطع التمام • ولكن يرجح أنه لم يبتكر هذه النسب وان حبش الحاسب والبتاني قد استعملاها من قبله •

وفي المثلثات الكروية قد يكون أبو الوفاء أول من عمم قانون الجيوب على المثلث الكروي ، القائم وغير القائم • وقد استعاض عن نظريـة منيلاوس بعلاقات بين النسب الثلثية •

وأما في الهندسة فهو يبحث في حل مسائل هندسية بفتحة واحدة للبرجل ، وفي رسم المضلعات المنتظمة ، ومنها التساعي باعتبار ضلعه يساوي تقريبا نصف ضلع المثلث المتساوي الاضلاع • وهو يبحث أيضاً في القطع المكافىء وفي حلول هندسية لمعادلات من النوع

$$\text{س}^{٤} = \text{أ} \text{ ، } \text{س}^{٤} + \text{أ س}^{٣} = \text{ب}$$

وابن النديم ، صاحب الفهرست ، ينسب لأبي الوفاء ، في جملة

ما ينسب ، كتاباً باسم كتاب استخراج ضلع المكعب بمال المال وما يتركب منهما ، مقالة • ولعل المقصود بضلع المكعب ومال المال ، الجذر التكعيبي والجذر الرابع • فاذا صح ذلك نرجح أن طريقة أبي الوفاء في استخراج هذين الجذرين كانت هي طريقته في حل المعادلات أمثال $\text{س}^{٤} = \text{م}$ ، أي هندسية • وسنرى أنه في حسابه لا يبدي اهتماماً بالجذر التربيعي ويستخرجه من غير شرح لطريقة استخراجه • وهذا هو شأنه في الموضوعات التي خصص لها كتباً مستقلة •

ومن قبل أبي الوفاء شرح الاقليدسي ، في كتابه الفصول في الحساب الهندي ، الذي وضعه سنة ٣٤١ هـ – ٩٥٢/٥٣ م ، طريقة استخراج الجذر التكعيبي بالحساب • أما استخراج الجذر الرابع فالمعروف أن عمر الخيام كان هو الذي سبق اليه •

أما في الحساب فنستطيع أن نسجل لأبي الوفاء عن يقين :

أنه في كتابه حرر حساب اليد من كل ما فيه من أخطاء • ولقد وصلت الينا مخطوطات تؤيد ما يشكو منه أبو الوفاء من أن الحساب يستعملون طرقاً خاطئة ، ولكن لا نجد مثل أخطائها عنده •

الكرجي :

هو أبو بكر محمد بن الحسن (أو الحسين) الحاسب ، الكرجي ، ويسمى خطأ بالكرخي ، ظهر في بغداد في عهد فخر الملك أبي غالب محمد بن خلف المتوفى سنة ١٠١٦ • وقد توفي الكرجي سنة ١٠١٩ ، أو ١٠٢٩ • وللكرجي عدا كتاب الكافي في الحساب : كتاب الفخري في الجبر وقد تأثر فيه جبر ديوفانتس الا أنه يورد في كتابه مسائل لا ينسب مثلها الى ديوفانتس •

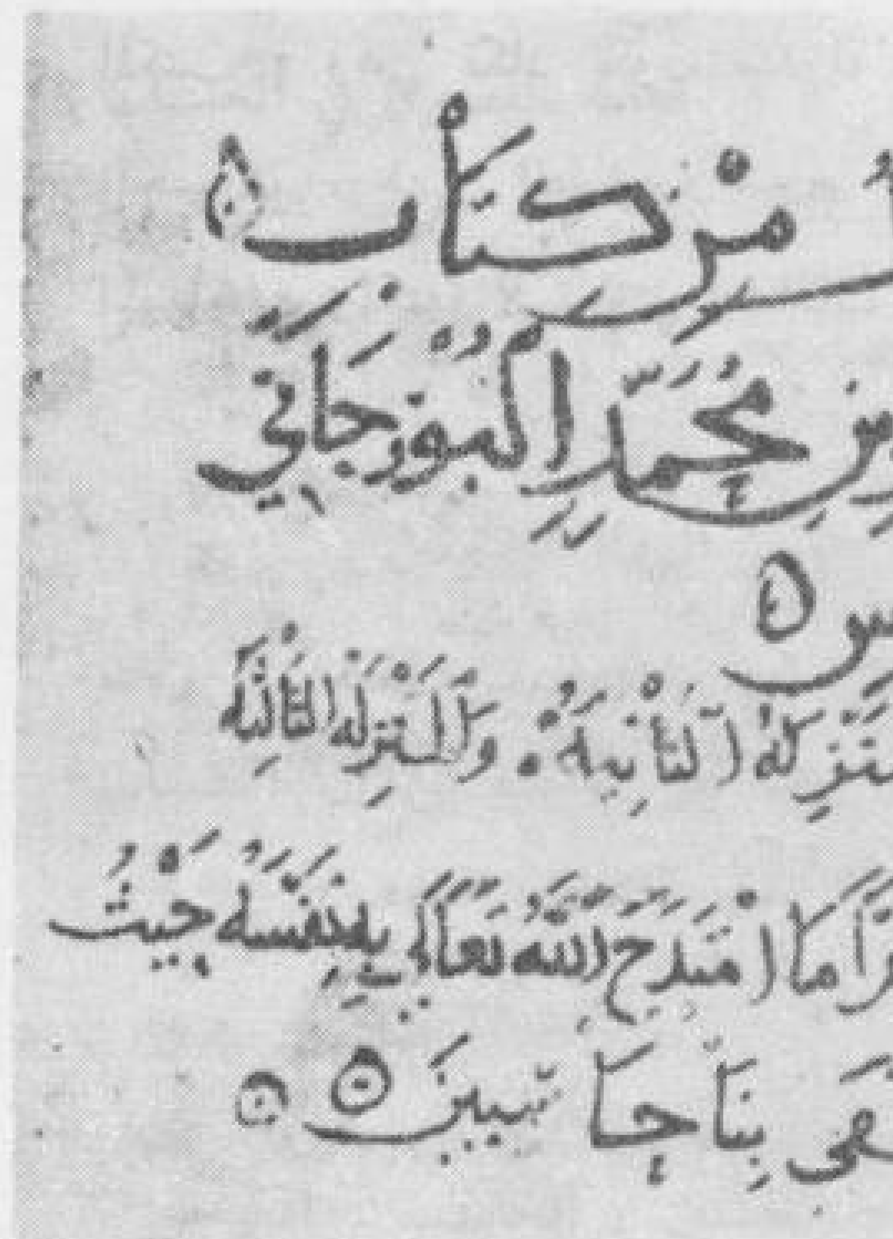
وكتابه الفخري يكاد يكون تفصيلا لمادة الجبر التي يذكرها بايجاز

في كتابه الكافي • وهو في تفصيله يقدم براهين هندسية لبعض النتائج التي يوردها كما أنه يطبق مبدأ حل المعادلة التربيعية لحل معادلات من النوع

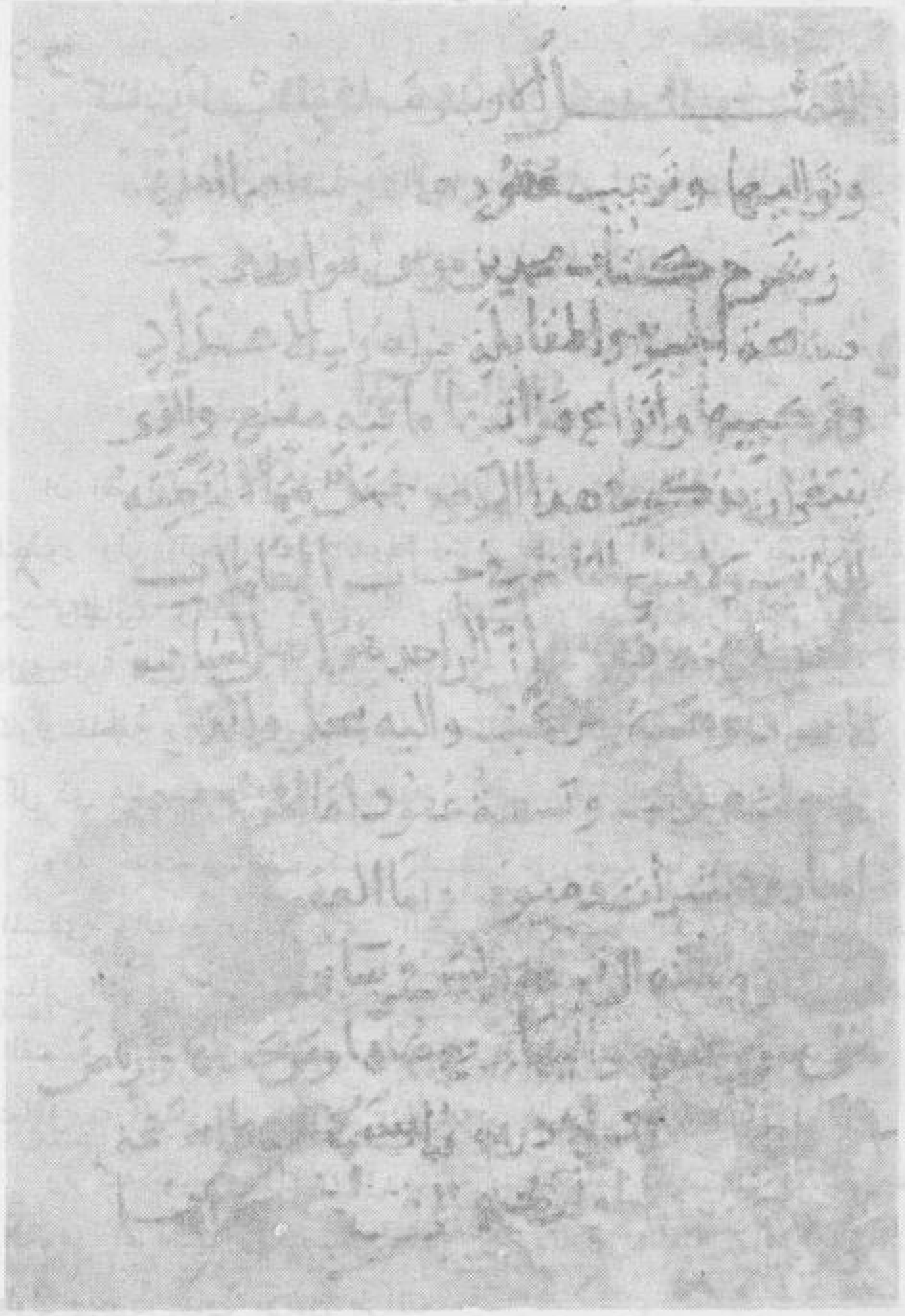
$$\text{م}\text{س}^{٢ن} + \text{ب}\text{س}^{ن} = \text{ح}$$

وله رسائل أخرى في الجبر والحساب (انظر بروكلمان ٢٤٧/١) •

ومن رسائله المقنع في المساحة (المخطوطة ١٠٩٨ رياضة في دار الكتب) وهي تكاد تكون منقولة عن فصل المساحة في كتابه الكافي في الحساب ، فهي تفصل وتشرح ما ورد في كتاب الكافي من قواعد في المساحات ولكنها لا تحوي اضافات ذات بال •


الجزء الأول من كتاب
أبي الوفا محمد بن محمد البوزجاني
المهندس
المنزلة الأولى . والمنزلة الثانية . والمنزلة الثالثة
إن أحسن العلوم ذكرا وأجلها ذخرا ما امتدح الله تعالى به نفسه حيث
يقول جل ذكره وكفى بنا حاسبين

الصفحة الأولى من نسخة ليدن



الصفحة الأولى من نسخة القاهرة

[١ ظ]

بسم الله الرحمن الرحيم ، عليه توكلت

كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني

في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال

وغيرهم من علم الحساب

المنزلة الأولى

ان الله تقدس ذكره اختص مولانا الملك شاهنشاه ، السيد الأجل المنصور ولي النعم عضد الدولة وتاج الملك ، أطال الله بقاءه وأدام له العز والتأييد والنصر والتمهيد والعلو والسلطان والقدرة والسمو ، بالفضائل الشامخة والمناقب الباذخة (و) جعله تاريخ من سلف من الملوك قاطبة ، فالأفلال× تجتمع بفنائه ، والبرحات تنفق بعقوته×× ، وكل ذي علم يتقرب به الى خدمته ، ثقة بنفاقه عليه وزكاته لديه .

وقد خدمته بتاليف كتاب يشتمل على جميع ما يحتاج اليه الكامل والمبتدىء والتابع والمتبوع من الحساب وصناعة الكتابة وأعمال الخراج وسائر الانواع التي تجري في معاملات الدواوين ، من النسبة والضرب والقسمة والمسايح والطسوق والمقاسمات والتصريف ، وغير ذلك مما يتعامل به الناس في طبقاتهم ويحتاجون اليه في معايشهم .

وتركته سبع منازل ، كل منزلة منها سبعة أبواب ، مفصلة محصلة دالة على أغراضها والمقاصد فيها . وجردته من العلل والبراهين ، لئلا يطول ويفوت تناوله وتمل طرائقه .

× أفل الرجل : ذهب ماله . ويعني بالأفلال : أصحاب الحاجات .

×× العقوة : ما حول الدار ، الساحة .

وأوردت في أول الكتاب منازله وأبوابه منفردة ، ليكون عونا لمن رام الوقوف على منزلة من منازله (أو نوع) من أنواعه ، وليستغني الملتمس لذلك الراغب فيه عن كثرة الطلب [٢ و] لما يريده والبحث عما يبتغيه ، وينحو نحو المراد بغير تعب ، ويطالع ملتمسه بلا نصب .

والله المعين والمسهل لما يحب ويرضى بعونه وقدرته

منازل هذا الكتاب سبعة

المنزلة الأولى : في النسبة ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة الثانية : في الضرب والقسمة ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة الثالثة : في أعمال المساحات ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة الرابعة : في أعمال الخراج ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة الخامسة : في التصريف وأعمال المقاسمات ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة السادسة : في أنواع شتى من الحساب مما يحتاج اليه في صناعة الكتابة ، وهي سبعة أبواب .

المنزلة السابعة : في معاملات التجار ، وهي سبعة أبواب .

أبواب المنزلة الأولى :

الباب الأول : في معنى النسبة وعدد أنواع الكسور وتحرير الفاظ يستعملها الكتاب في النسبة ، وهو فصل واحد .

الباب الثاني : في عدد أنواع الكسور وتفصيلها من الستين ، وهو ثلاثة فصول .

الباب الثالث : في نسبة الستين من الصحاح ، وهو فصل واحد .

الباب الرابع : في نسبة الكسور التي هي الرءوس والمركبة ، وهي تسعة فصول .

الباب الخامس : في نسبة الكسور المضافة التي هي كسور الكسور، وهي تسعة فصول ·

[٢ظ] الباب السادس : في رد نسبة سائر الاعداد الى نسبة الستين، وهو فصلان ·

الباب السابع : في مسائل يرتاض بها المتعلم في نسبة الستين ، وهو ثلاثة فصول× ·

فذلك سبعة أبواب وخمسة وعشرون فصلا×× ·

أبواب المنزلة الثانية :

الباب الأول : في معنى الضرب والقسمة وتفصيل أنواعها ، وهو أربعة فصول ·

الباب الثاني : (في ضرب الاعداد الصحاح بعضها في بعض وقسمتها ، وهو ثمانية فصول) ·

الباب الثالث : في استخراج الاعداد التي تخرج منها الكسور وجمعها ونقصانها ، وهو ثمانية فصول ·

الباب الرابع : في ضرب الكسور وقسمتها ، وهو خمسة فصول

الباب الخامس : في ضرب الاعداد الصحاح في الكسور ومقابلاتها، وهو ثلاثة فصول ·

الباب السادس : في ضرب الانواع المركبة وقسمتها ، وهو ثمانية فصول ·

الباب السابع : في اختصار الضرب والقسمة ، وهو فصلان ·

فذلك سبعة أبواب ، وخمسة وثلاثون فصلا·

× كذا والصحيح فصلان ·

×× والصحيح سبعة وعشرون فصلا ·

أبواب المنزلة الثالثة :

الباب الأول : في الألفاظ المستعملة في المساحة وضرب بعضها في بعض ، وهو أربعة فصول ·

الباب الثاني : في حساب الأزلات ، وهو أربعة فصول ·

الباب الثالث : في مساحة الدوائر وقطعها وما يتركب منها ، وهو فصلان ·

[٣و] الباب الرابع : في مساحة المثلثات والمربعات وما شاكلها من الأشكال المسطحة ، وهو أربعة فصول ·

الباب الخامس : في مساحة ذوات الاضلاع الكثيرة وغيرها من الاشكال المركبة ، وهو فصلان ·

الباب السادس : في مساحة المخمسات ، وهو فصل واحد ·

فذلك سبعة أبواب وثلاثة وعشرون فصلا ·

أبواب المنزلة الرابعة :

الباب الأول : في الالفاظ والرسوم الجارية في الدواوين في أمر الخراج ، وهو فصل واحد·

الباب الثاني : في أصول ينبغي أن يعتمد عليها في حساب جميع أنواع المعاملات ، وهو فصلان ·

الباب الثالث : في الأصول التي يعتمد عليها في مسائل الخراج، وهو فصلان ·

الباب الرابع : في مسائل الطسوق وحدها ، وهو أربعة فصول·

الباب الخامس : ي مسائل الأيين ، وهو فصل واحد ·

الباب السادس : في مسائل الطسوق والرواج ، وهو فصل واحد·

الباب السابع : في المسائل التي تجمع الطسوق والأيين والرواج والكفاية ، وهو فصل واحد ·

فذلك سبعة أبواب ، واثنا عشر فصلا ·

[٣ظ] **أبواب المنزلة الخامسة :**

الباب الأول : في اختلاف الاكرار وتصريفها في السواد في البلاد القريبة منها ، وهو ثلاثة فصول .

الباب الثاني : في أجناس الحبوب وتصريفها ، وهو فصل واحد .

الباب الثالث : في تصريف الغلات بعضها ببعض ، اذا كانت مختلفة الكيل ، وهو أربعة فصول .

الباب الرابع : في أسئلة يرتاض بها المبتدىء في تصريف أصناف الغلات ، وهو فصل واحد .

الباب الخامس : في أعمال المقاسمات ، وهو فصل واحد .

الباب السادس : في التسعير وحسابه ، وهو فصل واحد

الباب السابع : في بيع الغلات المصرفة بالمكاييل المختلفة ، وهو فصل واحد .

فذلك سبعة أبواب ، واحد عشر فصلا×

أبواب المنزلة السادسة :

الباب الأول : في تصريف العين والورق .

الباب الثاني : في تصريف (الورق) بعضها ببعض .

الباب الثالث : في معرفة أوزان العين والورق بعضه ببعض .

الاب الرابع : في اعطاء الجند أرزاقهم وجراياتهم .

الباب الخامس : في حساب العلوفة .

الباب السادس : في حساب المآصير والجواز×× .

× كذا والصحيح اثنا عشر .

× × الماصر : الحاجز . والماصر حبل كان يقام على سطح الماء لمنع المرور . والموضوع عن حساب تحصيل رسوم المرور .

الباب السابع : في سير البرد والفيوج والجمازات× .

[٤و] فذلك سبعة أبواب وسبعة فصول .

أبواب المنزلة السابعة :

الباب الأول : في حساب الارطال والاواقي والاساتير ، وهو فصل واحد .

الباب الثاني : ي حساب الوزنات والعذوق والعناقيد+ .

الباب الثالث : في حساب الاجراء .

الباب الرابع : في حساب الطرز والاستعمال .

الباب الخامس : في حساب التبطين والتجصيص .

الباب السادس : في حساب الابنية والمسنيات× .

الباب السابع : في مسائل من النوادر والملح والطرف .

فذلك سبعة أبواب وسبعة فصول .

فذلك الجميع سبع منازل ، وتسعة وأربعون بابا ، ومائة وتسعة عشر فصلا .

واذا انضاف اليها هذا الباب صار الجميع خمسين بابا .

وانما قدمنا النسبة في هذا الكتاب على سائر أنواع الحساب لأن حساب المعاملات كلها مبينة على ثلاثة أنواع وهي :

النسبة الضرب القسمة

× الفيوج : رسل السلطان الذين يسعون على أرجلهم . والجماز : السريع العدو والموضوع يتعلق بنظام البريد وحسابه .

+ العذق : عنقود العنب او النخل . وهذا الباب كله سقط من الكتاب ولكن نستطيع أن نقدر أن الموضوع يتعلق ببيع الأشياء التي لا توزن بالأواقي والارطال .

الطرز : تطريز الثياب ، والاستعمال : طلب عمل الثياب وغيرها .

× المسناة : ما بني في وجه السيل .

والحاسب اذا كان دربا مرتاضا في كل نوع منها لم يصعب عليه شيء من أنواع الحساب · ثم وجدنا كل واحد من الضرب والقسمة يحتاج الى النسبة (فهي) تستعمل في الضرب والقسمة ، وبخاصة في أنواع الكسور منها ، والنسبة لا يحتاج شيء منها الى الضرب والقسمة الا في مسائل نوادر فلذلك قدمنا [٤ظ] النسبة على الضرب والقسمة · وخلطنا الضرب بالقسمة لأن كل واحد منهما يحتاج الى الآخر ، فان الضرب تستعمل فيه القسمة ، والقسمة يستعمل فيها الضرب (١) ·

أما سائر أنواع المعاملات من المسايح والطسوق والمعاملات والصروف وغير ذلك فظاهر أنها محتاجة الى هذه الثلاثة الأنواع ، أعني النسبة والضرب والقسمة ، وذلك أنه لا مسئلة منها الا وتستعمل هي فيها أو بعضها ، فلاجل ذلك قدمناها على سائر أنواع الحساب ·

وأنا أذكر ما يحتاج اليه في كل واحد من هذه الانواع حسبما يليق بالموضع ، من غير تطويل ان شاء الله ، وبه الثقة ومنه المعونة ·

الباب الأول

في معنى النسبة ، وعدد أنواع الكسور وتحرير ألفاظ يستعملها الكتاب في نسبة الستين

النسبة هي قدر عددين ،أحدهما عند الآخر ؛ مثل ثلاثة أسباع فانها قدر الثلاثة عند السبعة ؛ ومثل أربعة أخماس فانها قدر الاربعة عند الخمسة · فالتقدير الذي يقع بين عددين باضافة أحدهما عند الآخر يسمى النسبة(٢)·

وهي تنقسم ثلاثة أنواع :

نسبة القليل الى الكثير : كنسبة الاربعة الى الخمسة ، وكنسبة الخمسة الى التسعة ·

ونسبة الكثير الى القليل : كنسبة التسعة الى الثلاثة ، وكنسبة العشرة الى الستة ·

ونسبة المساواة : [٥و] كنسبة الثلاثة الى الثلاثة ، والاربعة الى الاربعة·

وقد ذكرنا من شرح كل واحد من هذه الانواع الثلاثة ، واختلاف النوعين المختلفين منها ، وان الاصل في سائر المناسبات هو كنسبة المساواة، في المدخل الذي عملناه الى صناعة العدد (٣) ، ما فيه كفاية ·

والذي يحتاج اليه في هذا الحساب هو نسبة القليل الى الكثير ، لأن القصد في النسبة في هذا الموضوع هو معرفة الكسور ؛ وذلك أن العدد القليل اذا نسب من العدد الكثير قيل لما تحصل من النسبة : الكسور ، مثل ثلاثة أخماس ، وأربعة أسباع · وليست نسبة الكثير الى القليل كذلك ؛ ولا نسبة المساواة ·

والكسور عند حساب المعاملات واصحاب الدواوين تنقسم الى اربعة أنواع هي :

الرءوس　　المركب　　المضاف　　الأصم(٤)

فالرءوس هو كل كسر يمكن أن يلفظ به مفردا من غير اضافتها الى كسر آخر ، مثل النصف والخمس والعشر . والمركب هو كل كسر مركب من الرءوس ، مثل ثلاثة أرباع ، أربعة أخماس ، خمسة أسباع .

فالمضاف هو كل كسر تكون حكايته من اضافة الى آخر ، مثل نصف سدس ، ثلث سبع .

والاصم هو الكسر الذي لا يمكن تحصيله بهذه الانواع الثلاثة من الكسور ، وهو مثل جزأين من أحد عشر ، ومثل ثلاثة أجزاء من ثلاثة عشر ، ومثل أربعة أجزاء [٥ظ] من سبعة عشر .

فاذا أردنا أن ننسب عدداً من عدد فينبغي أن نجعله رأسا أو رأسين فانه أحسن من المركب والمضاف ، وذلك مثل ستة وثلاثين من ستين ، فانا نسبناه بنصف وعشر ، وهما رأسان ، وكان أحسن من نسبتنا اياه بثلاثة أخماس ، وهو المركب ؛ وان كانت الستة والثلاثون من الستين ثلاثة أخماسها .

وكذلك لو أردنا أن ننسب عشرة من ستين : كان نسبتنا اياها بسدس أحسن من نصف ثلث ، وهو حسن عند الكتاب في اللفظ . فان كان عدد لم يمكنا أن نجعله رأسا فينبغي أن ننسبه بكسر مركب أو مضاف ، فانه أحسن من الأصم . والكتاب وأصحاب الدواوين يستقبحون كسور الأصم جداً ، حتى انهم اذا أرادوا أن ينسبوا شيئا من الكسور الصم حطوها رؤوساً أو مركبا أو مضافا ، ونسبوها بالتقريب ، وكـان التقريب أحب اليهم من الصحيح وهو أصم .

وذلك مثل ثلاثة أجزاء من أحد عشر فانه يكون بالتقريب ربعاً وخمس تسع ، وأيضاً خمساً وثلثي تسع ، وهذا عندهم أحسن من قولهم ثلاثة أجزاء من احد عشر(٥) .

وكلما قلت الالفاظ في النسبة كان عندهم أحسن ، وذلك مثل نسبة الثلاثين من الستين : فان قولنا في نسبتها نصف وهو أحسن من ثلث وسدس ؛ وان كان الثلاثين من الستين ثلثها وسدسها .

وتركيب الكسور لا يستحسنونها اذا كانت من جنس واحد ؛ مثل : نصف وثلث في خمسين ، فانه أحسن من خمسة أسداس . ومثل نصف وخمس وعشر في ثمانية واربعين ، فانه أحسن من قولك أربعة أخماس ، وان كان الجميع صحيحا ؛ (الا الثلثين) فانهم يستحسنونها من جملة الكسور المركبة ويختارونها على الفاظ قريبة : وذلك مثل ثلث خمس ، في نسبة الأربعة من الستين فانهم يفضلونها ثلثي عشر ، وهو مضاف مركب ؛ والمضاف الفرد أحسن عندهم من المضاف المركب .

فان [٦ و] كانت كسور كثيرة فان الأحسن أن يقدم الأكثر منها ويؤخر الأصغر ، وذلك مثل نصف وثلث وعشر : فانه لا يقال عشر وثلث ونصف ، ولا عشر ونصف وثلث . وكذلك في الكسور المضافة فانهـم يقدمون الكسر الأكبر على الكسر الأصغر ، مثل نصف سدس ، وثلث سبع : فانه لا يقال سدس نصف ، ولا سبع ثلث . ولا يقدم أيضاً ثلث سبع على نصف سدس .

فان كان معنا كسور مركبة ، وكان يمكننا أن ننسبها برأس وكسر مضاف ، كان أحسن من نسبتنا اياها بالمركب ، وذلك مثل أربعة وعشرين من ستين : فان نسبتنا اياهـــا بثلث وثلثي عشر ، وهو راس وكسر مضاف ، أحسن من نسبتنا اياها بخمسين ، وهو مركب .

وكذلك لو أردنا أن ننسب ثلاثة عشر وثلث من ستين كان نسبتنا اياها بسدس ونصف تسع أحسن من نسبتنا اياها بتسعين .

وان كان معنا كسور : رءوساً ومضافاً ، فينبغي أن نقدم الرءوس على المضاف ؛ على كل وجه ، فانه حسن . وذلك مثل : ثلاثة وعشرين من ستين : فانه لا يقال في حكايتها نصف عشر وثلث ؛ ولا في سبعة عشر من ستين يقال نصف سدس وخمس ، لكنا نقدم الرءوس في الجميع على المضاف ، فتقول ثلث ونصف عشر ، وخمس ونصف سدس . ليس لأن ذلك لا يكون صحيحاً ، (بل) لأن أكثر الحساب والكتاب قد اصطلحوا على أن ذلك أحسن ، وصارت عندهم معرفة . والا فالغرض في جميع ما تقدم ذكره المعاني ، لا الالفاظ .

فهذا ما كان ينبغي أن يقدم ذكره قبل نسبة الستين .

الباب الثاني

في عدد أنواع الكسور وتفصيلها من الستين ، وهو ثلاثة فصول

الفصل الأول

في الكسور الملقبة بالرءوس

[٦ ظ] ان الكسور الملقبة بالرءوس عددها تسعة . منها ستة تنسب من الستين صحيحاً بلا كسر . وثلاثة منها لا تنسب من الستين الا بكسر .

فاما الستة الصحاح فهي : النصف ، الثلث ، الربع ، الخمس ، السدس ، العشر (وهي من الستين) ، ثلاثون ، عشرون ، خمسة عشر ، اثنا عشر ، عشرة ، ستة .

والذي لا يخرج الا بكسر هي :

السبع	والثمن	والتسع
ثمانية وأربعة أسباع	سبعة ونصف	ستة وثلثان

الفصل الثاني

في الكسور المركبة

ان الكسور المركبة جنسان : متفق ومختلف :

فالمتفق مثل	ثلاثة ارباع	أربعة أخماس	خمسة أسداس
	خمسة وأربعون	ثمانية وأربعون	خمسون
والمختلف مثل	نصف وخمس	ثلث وربع	خمس وسدس
	اثنان وأربعون	خمسة وثلاثون	اثنان وعشرون

والمتفق ، وهو اثنان وعشرون نوعاً ، منها ما نسبته بالمختلف أحسن ،

أعني بالرءوس الكثيرة ،ومنها ما نسبته برأس وكسر مضاف أحسن ، ونحن نفصل واحداً واحداً ، ونجمل ما نسبته بالرءوس أحسن من جنس المختلف ، وهي هذه :

الكسور المتجانسة	تفصيلها من الستين	مانسبته أحسن
الثلثان	أربعون	ثلثان
ثلاثة أرباع	خمسة وأربعون	نصف وربع
الخمسان	أربعة وعشرون	ثلث وثلثا عشر
ثلاثة أخماس	ستة وثلاثون	نصف وعشر
[٧و] أربعة أخماس	ثمانية وأربعون	نصف وخمس وعشر
خمسة أسداس	خمسون	نصف وثلث
سبعان	سبعة عشر وسبع	ربع وربع سبع
ثلاثة أسباع	خمسة وعشرون وخمسةأسباع	ثلث وثلثا سبع
أربعة أسباع	أربعة وثلاثون وسبعين	نصف ونصف سبع
خمسة أسباع	اثنين وأربعين وستة أسباع	نصف وسبع ونصف سبع
ستة أسباع	أحد وخمسون وثلاثة أسباع	نصف وثلث وسدس سبع
ثلاثة أثمان	اثنان وعشرون ونصف	ربع وثمن
خمسة أثمان	سبعة وثلاثون ونصف	نصف وثمن
سبعة أثمان	اثنان وخمسون ونصف	نصف وربع وثمن
تسعان	ثلاثة عشر وثلث	سدس ونصف تسع
أربعة أتساع	ستة وعشرون وثلثان	ثلث وتسع
خمسة أتساع	ثلاثة وثلاثون وثلث	نصف ونصف تسع
سبعة أتساع	ستة وأربعون وثلثان	نصف وسدس وتسع
ثمانية أتساع	ثلاثة وخمسون وثلث	نصف وثلث ونصف تسع
ثلاثة أعشار	ثمانية عشر	خمس وعشر
سبعة أعشار	اثنان وأربعون	نصف وخمس
تسعة أعشار	أربعة وخمسون	نصف وثلث وثلثي عشر

[٨ ظ] عشر العشر نصف وعشر .

فأما المختلف من الكسور المركبة رأسين ، سوى ما تقدم ذكرهـــا [٧ ظ] من المتجانسة ، مثل نصف وخمس ، فانها سبعة أعشار ، ومثل نصف وثلث فانها خمسة أسداس ، فقد تقدم ذكرها ، وسوى ما تكون جملتها أكثر من واحد ، مثل نصف وثلثين ، (فهي) ستة وعشرون ، وهي هذه :

الكسور المركبة	تفصيلها من الستين	مثـــل ذلـــك	
نصف وسبع	ثمانية وثلاثون وأربعة أسباع	نصف وتسع	ستة وثلاثون وثلثان
ثلث وربع	خمسة وثلاثون	ثلث وخمس	اثنان وثلاثون
ثلث وسبع	ثمانية وعشرون وأربعةأسباع	ثلث وثمن	سبعة وعشورن ونصف
ثلث وعشر	ستة وعشرون	ربع وخمس	سبعة وعشرون
ربع وسدس	خمسة وعشرون	ربع وسبع	ثلاثة وعشرون وأربعة أسباع
ربع وتسع	أحد وعشرون وثلثان	ربع وعشر	أحد وعشرون
خمس وسدس	اثنان وعشرون	خمس وسبع	عشرون وأربعة أسباع
خمس وثمن	تسعة عشر ونصف	خمس وتسع	ثمانية عشر وثلثان
سدس وسبع	ثمانية عشر وأربعة أسباع	سدس وثمن	سبعة عشر ونصف
سدس وتسع	ستة عشر وثلثان	سدس وعشر	ستة عشر
سبع وثمن	ستة عشر ونصف سبع	سبع وتسع	خمسة عشر وسدس ونصفسبع
سبع وعشر	أربعة عشر وأربعة أسباع	ثمن وتسع	أربعة عشر وسدس
ثمن وعشر ×	ثلاثة عشر ونصف	تسع وعشر	اثنا عشر وثلثان ×

فذلك ستة وعشرون نوعاً .

فأما المركب وهو ثلاثة كسور فعددها واحد وثمانون . ومن تأمل ما ذكرنا سهل عليه الوقوف على ما لم نذكره بسهولة .

× سقط هذا السطر من الأصل .

الفصل الثالث

في الكسور المضافة وتفصيلها من الستين

[٨ و] الكسور المضافة ، التي هي كسور الكسور ، سوى ما اصطلح الكتاب والحساب على تركه وحكي بلفظ أحسن منه يقوم مقامه ، مثل ثلث ربع فان حكايته بنصف ثلث أحسن ، ومثل ثلث سدس فـــان حكايته بنصف تسع أحسن وأجود في اللفظ ، عددها أحد وثلاثون ، وهي هذه :

الكسور المضافة	تفصيلها من الستين	مثـــل ذلـــك	
نصف السدس	خمسة	نصف السبع	أربعة وسبعان
نصف الثمن	ثلاثة ونصف وربع	نصف التسع	ثلاثة وثلث
نصف العشر	ثلاثة	ربع السبع	اثنان وستة أسباع
ثلث الثمن	اثنان ونصف	ثلث التسع	اثنان وتسعان
ثلث العشر	اثنان	ثلث السبع	اثنان وسبع
ربع الثمن	واحد ونصف وربع وثمن	ربع التسع	واحد وثلثان
ربع العشر	واحد ونصف	خمس الخمس	اثنان وخمسان
خمس السبع	واحد وخمسة أسباع	خمس التسع	واحد وثلث
خمس العشر	واحد وخمس	سدس السبع	واحد وثلاثة أسباع
سدس الثمن	واحد وربع	سدس التسع	واحد وتسع
سدس العشر	واحد	سبع السبع	واحد وسبعوأربعة أسباعسبع
سبع الثمن	واحد ونصف سبع	سبع التسع	ستة أسباع وثلثا سبع
سبع العشر	ستة أسباع	ثمن الثمن	سبعة أثمان ونصف ثمن
ثمن التسع	نصف وثلث	ثمن العشر	نصف وربع
تسع التسع	ثلثان وثلثا تسع	تسع العشر	ثلثان

فذلك اثنان وعشرون نوعاً ·

فذلك أحد وثلاثون كسراً ·

ونحن نبتدي بعد ذلك بنسبة الصحيح من الستين وكسورها ·

الباب الثالث

في نسبة الستين من الصحاح

ان من حفظ نسبة الستين ، من واحد الى ستة ، يسهل عليه باقيها ، ولا يبقى عليه الا حفظ أربعة أصول انا ذاكرها بعد ذكري حكاية الستة من الستين(٣) :

واحد من ستين : سدس عشر اثنان : ثلث عشر ثلاثة : نصف عشر
أربعـــة : ثلثـا عشر خمسة : نصف سدس ستة : عشر

وهي :

الربع والخمس العشر ثلثا عشر

فاما **الربع** فانه يستعمل في خمسة على رءوس العشرات ، بعد الخمسة عشر ، مثـــل خمسة وعشرين وخمسة وثلاثين وخمسة وأربعين وخمسة وخمسين · فانه اذا اسقط من هذه الأعداد الخمسة عشر بالربـــع ، كان الباقي رءوساً · وذلك انه اذا اسقط من خمسة وعشرين كان الباقي عشرة ، وهو سدس · وان أسقط من خمسة وثلاثين كان الباقي عشرين وهو ثلث · وان اسقط من الخمسة والأربعين كان الباقي ثلاثين وهو نصف · وان اسقط من الخمسة والخمسين كان الباقي أربعين وهـــو ثلثان ·

فاما **الخمس** فانه يستعمل في الأعداد التي فيها اثنان أو سبعة : مثل اثنان وعشرين · فانه اذا أسقط منها اثنا عشر بالخمس صار الباقي عشرة وهو سدس · ومثل سبعة وعشرين فانه اذا أسقط منها اثنا عشر بالخمس [٩ و] كان الباقي خمسة عشر وهو ربع ·

فاما **العشر** فانه يستعمل في ما فوق الستة الى العشرة ، وفي ما هو أكثر من العشرة ، اذا كان الزائد على العشرات واحداً ، أو ثلاثـــة ، أو ستة ، أو ثمانية · فانه اذا أسقط من هذه الأعداد ستة بالعشر ، كان

الباقي رءوساً · وذلك مثل أحد وعشرين فانه اذا اسقط منها ستة بالعشر كان الباقي خمسة عشر وهو ربع · ومثل ستة وثلاثين فانه اذا اسقط منها ستة بالعشر كان الباقي ثلاثين وهو النصف · ومثل ثمانية وأربعين فانه اذا اسقط منها الستة بالعشر كان الباقي اثنين وأربعين وهو نصف وخمس · ومثل ثلاثة وثلاثين فانه اذا اسقط منها ستة بعشر كان الباقي سبعة وعشرين وهو ربع وخمس ·

وكذلك نسلك الطريق في حكاية سائر الأعداد التي يكون فيها واحد أو ثلاثة أو ستة أو ثمانية ·

وقد يستعمل في الأعداد التي فيها ثلاثة : نصف عشر ، وذلك مثل ثلاثة وثلاثين ، وثلاثة وعشرين · فانه اذا أسقط منها ثلاثة بنصف عشر كان الباقي رءوساً · وأكثر الكتاب يستعملون هذا في ثلاثة ·

فاما **ثلثا عشر** فانه يستعمل في الاعداد التي فيها أربعة أو تسعة · مثل أربعة وعشرين فانه اذا أسقط منها أربعة بثلثي عشر كان الباقي عشرين ، وهو ثلث · ومثل تسعة واربعين فانه اذا أسقط منها أربعة بثلثي عشر كان الباقي خمسة وأربعين وهو نصف وربع ·

فاذا حفظ هذه الاصول في نسبة الستين الصحيح استغنى عـــن حفظها على التوالي واحدا بعد واحد ·

وقد يعرض لهذه الاصول اذا استعملت في هذه الاعداد أن يصير الباقي أعدادا معلومة لا تتجاوزها : وذلك انها [٩ظ] اذا استعملت في واحد وسبعة وتسعة صار الباقي أبدا خمسة ، وفي الثمانية يصير الباقي اثنين ، وفي الستة والاربعة يصير الباقي عشرات× · وهذه الخاصة حافظة للنسبة متعلقة بهذه الاصول وعليها المعتمد فيها ·

× والقواعد التي اعطيت للاثنين والثلاثة والخمسة يكون الباقي فيها أيضا عشرات ·

الباب الرابع
في نسبة الكسور التي هي الرءوس والمركبة وهي تسعة فصول

الفصل الأول

اعلم أنه ليس في كسور الستين شيء له نصف غير الثمن فانه سبعة ونصف ، ومن الكسور المضافة ثلث ثمن وهو اثنان ونصف ، وربع عشر وهو واحد ونصف · وعلى هذا المعول في النصف ·

فاما نصف واحد من ستين فهو نصف سدس عشر ، وما زاد على ذلك وكان أقل من سبعة ، وعلى الزائد على العشرات واحدا ونصفا أو ستة ونصفا ، فاسقط منها واحدا ونصفا بربع عشر ، وانسب الباقي · وذلك مثل أحد عشر ونصف : فانه اذا أسقط منها واحدا ونصف بربع عشر كان الباقي عشرة ، وهو سدس ·

ومثل ستة عشر ونصف : فانه اذا أسقط منها واحد ونصف كان الباقي خمسة عشر وهو ربع · وكذلك أربعة ونصف اذا أسقط منها واحد ونصف بربع عشر كان الباقي ثلاثة وهو نصف عشر ·

وما كان على رءوس الاعداد نصف واحد في غير هذين الموضعين ، فاسقط منها سبعة ونصف بثمن ، وتنسب الباقي · الا في موضع واحد وهو أربعة عشر ونصف ، فان الاحسن أن يسقط منها اثنين ونصف بثلث ثمن وينسب الباقي ·

الفصل الثاني
في نسبة الأثلاث

[١٠و] الثلث لا يخرج الا في موضعين : وهو ثلاثة وثلث بنصف تسع ، واحد وثلث بخمس تسع ·

فأما (ثلث) واحد من الستين فهو نصف تسع عشر ·

ومتى كان من الاعداد على رءوس العشرات واحد أو اثنين أو ستة أو سبعة معها ثلث فاخرج منها واحدا وثلثا بخمس تسع ، وينسب الباقي · وذلك مثل أحد عشر وثلث : اذا أسقطنا منها واحدا وثلثا بخمس تسع كان الباقي عشرة وهو سدس ·

ومثل اثنين وعشرين وثلث : فانه اذا أسقط منها واحد وثلث كان الباقي أحد وعشرين وهو ربع وعشر ·

وما كان في غير هذه المواضع فسبيله أن يسقط منها ثلاثة وثلث بنصف تسع · الا في موضعين : وهو عشرة وثلث واثنا عشر وثلث فان الاجود في هذه المواضع أن يسقط منها ثلث واحد بنصف تسع عشر وينسب الباقي ·

نسبة الثلثين

ثلثا واحد من الستين هما تسع عشر · وما كان على رءوس الخمسات والعشرات بثلثي واحد فليخرج بتسع عشر وينسب الباقي ·

مثل عشرة وثلثين : فانه اذا أسقط منها ثلثا واحد بتسع عشر كان الباقي عشرة ، وهو سدس ·

ومثل خمسة وعشرين وثلثين : فانه اذا اسقط منها ثلثا واحد كان الباقي خمسة وعشرين وهو ربع وسدس ·

وما كان في غير هذين الموضعين مع الاعداد ثلثين ، فليخرج منها ستة وثلثين بتسع وينسب الباقي · الا في موضع واحد وهو ثلاثة عشر وثلثان · فان الاجود في هذا الموضع أن يسقط منها واحد وثلثان بربع تسع وينسب الباقي ·

الفصل الثالث

في نسبة الأرباع

[١٠ظ] ربع واحد من الستين هو ثلث ثمن عشر · وما زاد من الاعداد على ذلك وكان الربع على رءوس الخمسات والعشرات ، فليخرج منها ربع واحد بثلث ثمن عشر ، وينسب الباقي · وذلك مثل عشرة وربع : فانه سدس وثلث ثمن عشر ·

ومثل خمسة عشر وربع : فانه ربع وثلث ثمن عشر ·

وما كان من الاعداد فيها ربع في غير هذين الموضعين فليسقط منها واحدا وربعا بسدس ثمن ، وانسب الباقي ·

الا في موضع واحد ، وهو اثنا عشر وربع ، فان الاحسن أن يسقط من هذا الموضع ربع واحد بثلث ثمن عشر ·

نسبة الثلاثة الأرباع

ثلاثة أرباع الواحد من الستين هو ثمن عشر · وما كان من الاعداد معها ثلاثة أرباع فليخرج منها ثلاثة ونصف ربع ، بنصف ثمن ، أو ثلاثة أرباع بثمن عشر · وان شئنا أخرجنا واحدا وربعا بسدس ثمن حتى يبقى ما كسره نصف ، فقد تقدم ذكره ·

الفصل الرابع

في نسبة الأخماس

خمس واحد من الستين هو خمس سدس عشر ، وان شئنا قلنا ثلث عشر عشر ·

وما كان على رءوس الاعداد خمس واحد فينبغي أن نخرج منها واحدا وخمسا بخمس عشر · وذلك مثل ستة عشر وخمس :

فانه ربع وخمس عشر · وان شئنا أسقطنا منه خمس واحد بما فرض له ونسبنا الباقي · مثل عشرين وخمس من الستين فانه ثلث وخمس سدس عشر ·

نسبة الخمسين

خمسي واحد من الستين ثلث خمس عشر · وما كان على رءوس الاعداد [١١و] خمسا واحد فاخرج اثنين وخمسين بخمس خمس مثل اثني عشر وخمس فانه سدس وخمس خمس ·

نسبة ثلاثة أخماس

ثلاثة أخماس واحد من الستين هي عشر عشر · وما كان على رءوس الاعداد ثلاثة أخماس فليخرج بما فرض لها ، وينسب الباقي ·

نسبة أربعة أخماس

أربعة أخماس واحد من الستين هو ثلثا خمس عشر · وان شئنا قلنا عشر عشر وثلث عشر عشر ·

وما كان على رءوس الاعداد أربعة أخماس فلتخرج بما فرض لها وينسب الباقي ·

وان شئنا أسقطنا ثلاثة أخماس بعشر عشر لنرجع الى ما كسره خمس ، وقد تقدم ذكره ·

وان شئنا أسقطنا منها خمسا وعشرا بنصف عشر عشر ، ليرجع الى ما كسره نصف ·

الفصل الخامس

في نسبة الأسداس

سدس واحد من الستين هو ربع تسع عشر ·

وما زاد على الواحد ، وكان على رءوس الاعداد ، بسدس واحد ،

فليخرج منها ستة وثلثين بتسع ، أو واحد وثلثين بربع تسع ، أو ثلثين بتسع عشر ، حتى يرجع الى ما كسره نصف ·

والاجود أن يسقط من الاعداد التي فيها ثلاثة وسدس ، أو ستة وسدس ، ثلثي واحد بتسع عشر ·

(و) في غير هذين الموضعين فليسقط منها أربعة عشر وسدس بثمن وتسع وينسب الباقي ·

نسبة الخمسة الأسداس

ينسب ذلك من الستين بثمن تسع ·

وما كان من الاعداد على رءوسها خمسة أسداس فلنخرج منها ثلاثة وثلثا بنصف تسع ، أو واحدا وثلثا بخمس تسع ، حتى يرجع الى ما كسره نصف ·

والاجود في كل ثلاثة أو ثمانية معها خمسة [١١ظ] أسداس أن تسقط منها واحدا وثلثا بخمس تسع ، وينسب الباقي ·

وما كان في غير هذين الموضعين فليخرج منها خمسة أسداس بما فرض لها وينسب الباقي ·

الفصل السادس

في نسبة الأسباع

سبع واحد من الستين هو سدس سبع عشر · واذا انضاف الى الاعداد أسقط منها اثنان وسبع بربع سبع واحد ، بما فرض له وينسب الباقي ·

نسبة السبعين

سبعا واحدا من الستين ثلث سبع عشر · واذا انضاف الى الاعداد

أسقط منها أربعة وسبعين بنصف سبع ، أو سبعين بثلث سبع عشر ، وينسب الباقي ٠

نسبة ثلاثة أسباع

ينسب ذلك من الستين بنصف سبع عشر ٠ وما كان على رءوس الاعداد ثلاثة أسباع فليسقط منها واحد وثلاثة أسباع بسدس سبع ، أو ثلاثة أسباع بما فرض لها ، وينسب الباقي ٠

نسبة أربعة أسباع

ينسب ذلك مفردا بثلث خمس سبع ٠ وان شئنا نسبناه بثلثي سبع عشر ، وهو أجود ٠ واذا انضاف الى أعداد أسقط منها ثمانية وأربعة أسباع بسبع ، أو هي بنفسها ، وينسب الباقي ٠

نسبة خمسة أسباع

ينسب ذلك من الستين بنصف سدس سبع ٠ فاذا انضاف الى الاعداد أسقط منها واحد وخمسة أسباع بخمس سبع ، أو خمسة (وخمسة) أسباع بثلثي سبع ٠ أو خمسة أسباع بما فرض لها ، وينسب الباقي ٠

نسبة الستة الأسباع

ينسب ذلك مفردا من الستين بسبع عشر ٠ فاذا انضاف الى [١٢و] الاعداد فاخرج منها اثنين وستة أسباع بثلث سبع ، أو هي نفسها حسبما يليق بالموضع ، وينسب الباقي ٠

الفصل السابع

في نسبة الأثمان

ثمن واحد من الستين هو سدس ثمن عشر ٠ واذا انضاف الى الاحاد أسقط منها ثمن واحد بما فرض له ، أو خمسة أثمان بنصف سدس

ثمن حتى ترجع ما كسره نصف ، أو ثلاثة وثمن بربع ثمن وسدس ثمن ، وينسب الباقي ٠ أو ثلاثة أثمان بنصف ثمن عشر ليرجع الى ما كسره نصف وربع ٠

نسبة ثلاثة أثمان

ثلاثة أثمان واحد من الستين هي نصف ثمن عشر ٠ وما زاد على الواحد يسقط منها ثمن واحد بسدس ثمن عشر ، حتى يرجع الى ما كسره ربع ٠ أو واحد ونصف وربع وثمن بربع ثمن ، ليرجع الى ما كسره نصف ٠

نسبة خمسة أثمان

خمسة أثمان واحد من الستين نصف سدس ثمن× ٠ وما زاد على الواحد فاخرج منها واحداً وسبعة أثمان بربع ثمن ، أو سبعة أثمان بما فرض لها ، وانسب الباقي ٠

الفصل الثامن

في نسبة الأتساع

تسع واحد من الستين هو سدس تسع عشر ٠ وما زاد على الواحد وكان على رءوس الاعداد تسع واحد ، فليسقط منها واحد وتسع بسدس تسع ، أو تسع واحد بما فرض له ، وينسب الباقي ٠

× هنا سهو من الناسخ اضاع باقي الكلام عن نسبة $\frac{٥}{٨}$ كما اضاع الكلام عن نسبة $\frac{٧}{٨}$ ٠

ولعل الباقي بعد : نصف سدس ثمن هكذا : « وما زاد على الواحد فاسقط منها ثمن واحد بسدس ثمن عشر ٠ ونصف واحد بنصف سدس عشر وانسب الصحاح **نسبة سبعة أثمان** سبعة أثمان واحد من ستين هي ثمن عشر وسدس ثمن عشر » ٠

نسبة التسعين

تسعا واحد من الستين ثلث تسع عشر • وما زاد على (الواحد) فليسقط [١٢] منها اثنان وتسعان بثلث تسع ، أو تسعان بما فرض لهما وينسب الباقي •

نسبة أربعة أتساع

أربع أتساع واحد من الستين هو ثلثا تسع عشر ، وان شئنا قلنا ثلث خمس تسع • وما زاد على الواحد فليخرج منها أربعة وأربعة أتساع بثلثي تسع ، أو أربعة أتساع بما فرض لها ، وينسب الباقي •

نسبة خمسة أتساع

خمسة أتساع واحد من الستين هي نصف سدس تسع • وما زاد على الواحد فليخرج منها خمسة أتساع بما فرض لها • أو خمسة وخمسة أتساع بنصف تسع وثلث تسع ، أو ثلاثة وخمسة أتساع بثلث تسع وخمس تسع ، وينسب الباقي •

وان شئنا أخرجنا منه اثنين وتسعين بما فرض له حتى يرجع الى ما كسره ثلث •

نسبة سبعة أتساع

سبعة أتساع واحد من الستين تسع عشر وسدس تسع عشر • وما زاد على الواحد فليخرج منها واحد وتسع بما فرض حتى يرجع الى ما كسره ثلثين ، أو سبعة أتساع بما فرض لها ، وينسب الباقي •

نسبة ثمانية أتساع

ثمانية أتساع واحد من الستين هو تسع عشر وثلث تسع عشر • وما زاد على الواحد يخرج منها ما كسره تسعين حتى يرجع الى ما كسره ثلثين ، أو ثمانية أتساع بما فرض لها ، وينسب الباقي •

الفصل التاسع

في نسبة الأعشار

عشر واحد من الستين : سدس عشر (عشر) • ثلاثة أعشار واحد من الستين : نصف عشر عشر • سبعة أعشار واحد : عشر عشر وسدس عشر عشر • تسعة أعشار : عشر عشر ونصف عشر عشر •

وما كان على رءوس الاعداد [١٣ و] عشر واحد فليخرج منها ثلاثة أخماس بعشر عشر ، حتى يرجع الى ما كسره نصف • وفي ثلاثة أعشار فليسقط منها أربعة أخماس ، وفي سبعة أعشار فليسقط منها خمس واحد • وفي تسعي عشر فليسقط منها خمسين ، حتى يرجع في جميع ذلك الى ما كسره نصف ، وينسب الباقي • وكذلك بالعكس •

فهذا الذي ذكرناه كاف في الرءوس المركبة لمن يكون له أدنى رياضة ان شاء الله •

الباب الخامس

في نسبة الكسور المضافة

التي هي كسور الكسور

الفصل الأول

في النصف المضاف

نصف سدس واحد من الستين ينسب بثمن تسع عشر · ويضاف الى سدس فيكون ربعاً · والى ربع فيكون ثلثاً · والى ثلث فيكون ربعاً وسدساً · فينسب بنصف ثمن تسع · وما زاد على الواحد يسقط ذلك منه ، أو ما كسره ربع حتى يرجع الى ما كسره سدس · أو بالعكس ·

ويضاف أيضاً الى ربع وسدس فيصير نصفاً · والى نصف فيصير ثلثاً وربعاً · فينسب بنصف سدس عشر وثمن تسع عشر وينسب أيضاً بنصف ثمن تسع وربع تسع عشر ·

وما زاد على الواحد يسقط منه ما كسره ثلث حتى يرجع الى ما كسره ربع ·

ويضاف أيضاً الى ثلث وربع فيصير ثلثين [١٣ ظ] والى ثلثين فيصير نصفاً وربعاً · والى نصف وربع فيصير نصفاً وثلثاً · والى نصف وثلث فيصير ثلثين وربع ·

فينسب بثمن تسع وثمن تسع عشر · وينسب أيضاً بتسع عشر وثلث ثمن عشر · وينسب أيضاً بثمن عشر وربع تسع عشر ويضاف أيضاً الى الآحاد فيسقط منها ما كسره ثلث حتى يرجع الى ما كسره نصف وربع ، أو بالعكس من ذلك ، أو يسقط ما كسره ربع حتى يرجع ما كسره نصف وثلث ·

نسبة نصف سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس سبع عشر ·

ويضاف الى سبع فينسب بربع سبع عشر ·

ويضاف الى سبعين فينسب بثلث سبع ثمن ·

ويضاف الى ثلاثة أسباع فيصير نصفاً ، والى نصف فيصير (أربعة) أسباع · والى أربعة أسباع فيصير نصفاً وسبعاً · فينسب كل واحد منهما مفرداً مع ما فرض ·

ويضاف الى عشر فينسب بخمس سبع عشر ·

ويسقط في جميع ذلك فيما زاد على الواحد واحداً ونصف سبع بسبع ثمن ، حتى يرجع الى ما كسره أسباع ، فينسب مع ما فرض لها ·

نصف الثمن

[١٤ و] ينسب ذلك من الستين مفرداً بنصف سدس ثمن عشر ·

ويضاف الى ثمن فينسب بربع ثمن عشر · ويضاف الى ربع فينسب بثلث ثمن ثمن ·

ويضاف الى سبعة أثمان فينسب بثمن ثمن · ويضاف الى ما بقي من الأثمان أو الآحاد فيوضع منها نصف وربع وثمن ونصف ثمن ، بثمن ثمن ، أو ربع ونصف ثمن بثلث ثمن ثمن ، أو ثمن ونصف ثمن بربع ثمن عشر ، حتى يرجع في جميع ذلك الى ما كسره أثمان ·

نصف التسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس تسع عشر · ويضاف الى تسع فيصير سدساً ، والى سدس فيصير تسعين ، والى تسعين فينسب بثلث ثمن تسع · ويضاف الى ثلث وتسع فيصير نصفاً · والى نصف فيصير خمسة أتساع والى سبعة أتساع فيصير نصفاً وثلثاً · والى نصف وثلث فيصير ثمانية أتساع ·

ويضاف الى باقي الاتساع والى الآحاد ، ويوضع منها واحد من هذه الكسور حتى يرجع الى ما كسره اتساع ·

نصف العشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس عشر عشر · ويضاف اليه عشر فينسب بربع عشر عشر ·

[١٤ ظ] ويضاف الى خمس فيصير ربعاً ، والى ربع فيصير خمساً وعشراً · والى نصف وخمس فيصير نصفاً وربعاً · والى نصف وربع فيصير أربعة أخماس · ويضاف الى باقي الأعشار أو الآحاد ، فيوضع منها واحد من هذه الكسور حتى يعود الى ما كسره أعشار ·

الفصل الثاني

في الثلث المضاف

ثلث سبع واحد من الستين ، ينسب مفرداً بنصف سبع تسع عشر · ويضاف الى سبع فينسب بخمس سبع تسع · ويضاف الى سبعين فيصير ثلثاً · والى ثلاثة أسباع ينسب بنصف سبع تسع · ويضاف الى ثلثين فيصير خمسة أسباع · ويضاف الى باقي الأسباع فيوضع عنه ثلاثة أسباع وثلث بما فرض لها حتى يرجع الى ما كسره أسباع ، أو واحد من الكسور التي تقدم ذكرها · ويضاف الى الآحاد فيسقط منها ما كسره (واحد من هذه الكسور) حتى يرجع الى ما كسره خمسة أسباع ·

نسبة ثلثي سبع

ثلثا سبع واحد من الستين هو سبع تسع عشر · ويضاف الى سبع واحد فينسب بربع سبع تسع · ويضاف الى ثلث فيصير ثلاثة أسباع ، والى أربعة أسباع فيصير ثلثين · والى ستة أسباع فينسب بسبع تسع · ويضاف الى واحد وثلث فينسب بسدس سبع · ويضاف الى الآحاد فيوضع

منه واحد من هذه الكسور أو يوضع منها ما كسره ثلاثة أسباع ، وبالعكس من ذلك ·

نسبة ثلث الثمن

ينسب مفرداً من الستين بنصف ثمن تسع عشر · ويضاف الى نصف سدس فيصير سدساً · والى سدس فينسب بربع ثمن تسع · ويضاف الى ربع فيصير سدساً وثمناً · ويضاف الى سدس وثمن فيصير ثلثاً · ويضاف الى ثلث فيصير ربعاً وثمناً · والى ربع وثمن فيصير ربعاً وسدساً · ويضاف الى نصف وثمن فيصير ثلثين · ويضاف الى نصف وثلث فيصير نصفاً وربعاً وثمناً · ويضاف [١٥و] ويضاف الى الآحاد فيوضع منها واحد ونصف وربع وثمن بربع ثمن ، فترجع الى ما كسره سدس ، أو يعود على واحد من الكسور التي تقدم ذكرها ·

نسبة ثلثي الثمن

هو نصف سدس وقد تقدم ذكره ·

نسبة ثلث التسع

ينسب من الستين مفرداً بنصف تسع تسع عشر · ويضاف الى تسع فينسب بخمس تسع تسع · ويضاف الى ثلث فينسب بنصف تسع تسع · ويضاف الى الآحاد ، فيعول على واحد من الكسور التي تقدم ذكرها ·

نسبة ثلثي تسع

ينسب مفرداً من الستين بتسع تسع عشر · ويضاف الى ثلث فينسب بتسع تسع · واذا انضاف الى الآحاد يعول على واحد من هذه الكسور ·

نسبة ثلث عشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف تسع عشر عشر · ويضاف الى عشر فينسب بخمس تسع عشر · ويضاف الى سدس فيصير خمساً ، والى

خمس وسدس فيصير خمسين · والى خمسين فيصير ثلثاً وعشراً · ويضاف الى نصف فيصير ثلثاً وخمساً · ويضاف الى نصف وعشر فيصير ثلثاً وخمساً وعشراً · ويضاف الى ثلثين فيصير نصفاً وخمساً · ويضاف الى أربعة أخماس فيصير نصفاً وثلثاً · والى نصف وثلث فيصير ثلثين وخمساً · ويضاف الى الآحاد فيوضع منه ما كسره خمس حتى يرجع الى ما كسره نصف وثلث ·

(نسبة ثلثي عشر)

وينسب ذلك مفرداً من الستين بتسع عشر عشر [١٥ ظ] · ويضاف الى عشر فيصير سدساً · ويضاف الى خمس فيصير سدساً وعشراً · ويضاف الى سدس وعشر فيصير ثلثاً · ويضاف الى ثلث فيصير خمسين · ويضاف الى خمس وسدس فيصير ثلثاً وعشراً · ويضاف الى ثلث وعشر فيصير نصفاً · ويضاف الى ثلث وخمس فيصير نصفاً وعشراً · ويضاف الى نصف وعشر فيصير ثلثين · ويضاف الى أربعة أخماس فيصير ثلثين وخمساً · فاذا اتصل بآحاد يوضع منه ما كسره ثلثين حتى يرجع الى ما كسره خمس ·

الفصل الثالث

في الربع المضاف

ربع سبع واحد من الستين ينسب مفرداً بثلث سبع ثمن عشر · ويضاف الى نصف سبع فينسب بسبع ثمن عشر · ويضاف الى سبع فينسب بسدس سبع ثمن · ويضاف الى ربع فيصير سبعين · ويضاف الى نصف فينسب بنصف سبع ثمن · ويضاف الى خمسة أسباع فيصير نصفاً وربعاً · ويضاف الى الآحاد فيسقط منه ما كسره سبعين حتى يرجع الى (ما) كسره نصف وربع ·

نسبة ثلاثة أرباع سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بسبع ثمن عشر · ويضاف الى نصف سبع فينسب بسدس سبع ثمن · ويضاف الى سبع فيصير ربعاً × · ويضاف الى ربع فينسب بثلث سبع ثمن · ويضاف الى ثلاثة أسباع فينسب بنصف سبع ثمن · ويضاف الى نصف [و] ربع فيصير ستة أسباع · واذا اتصل بآحاد اسقط منها ما كسره ربع حتى يرجع الى ما كسره ستة أسباع · واذا اتصل مع اسباع بآحاد ، وضع ما كسره ربع حتى يرجع [١٦و] الى الآحاد والأسباع · واذا اتصل مع الارباع بآحاد اسقط منه ما كسره سبعين حتى يرجع الى ما كسره سبع أو نصف ونصف سبع ·

نسبة ربع ثمن

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث ثمن ثمن عشر · ويضاف الى نصف ثمن فينسب بثمن ثمن عشر × × · ويضاف الى ثمن فينسب بسدس ثمن ثمن · وعلى ذلك في ما زاد ·

نسبة ثلاثة أرباع (ثمن)

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثمن ثمن عشر · ويضاف الى (نصف) ثمن فينسب بسدس ثمن ثمن · ويضاف الى ربع وثمن فينسب بنصف ثمن ثمن · واذا اتصل بآحاد نسقط منها أحد هذين الكسرين ، وينسب الباقي ·

نسبة ربع التسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث ثمن تسع عشر · ويضاف الى نصف تسع فيصير نصف سدس · ويضاف الى تسعين فيصير ربعاً ·

× في الأصل سبعاً ، وهذا خطأ من الناسخ ·

× × في الأصل سها الناسخ فنقل على ما يبدو من السطر السابق ·

ويضاف الى ربع فيصير سدساً وتسعاً ، فينسب بثلث ثمن تسع . ويضاف الى ثلث ونصف تسع فينسب بنصف ثمن تسع . ويضاف الى ربع وسدس فيصير أربعة أتساع . ويضاف الى خمسة أتساع فيصير ثلثاً وربعاً . ويضاف الى ثلث وربع فيصير نصفاً وربعاً . ويضاف الى الآحاد فيسقط منها ما كسره ربع وسدس ليرجع الى ما كسره نصف وتسع . أو يعول على واحد من الكسور التي تقدم ذكرها .

نسبة ثلاثة أرباع تسع

[١٦ ظ] هي نصف سدس ، وقد تقدم ذكرها .

نسبة ربع العشر

ينسب مفرداً من الستين بثلث ثمن عشر عشر . ويضاف الى نصف عشر فينسب بثمن عشر عشر . ويضاف الى العشر فيصير ثمناً . ويضاف الى ثمن فينسب بربع عشر عشر. ويضاف الى ربع وعشر فينسب بنصف ثمن عشر . ويضاف الى ربع وثمن فيصير خمسين . ويضاف اليه ثلاثة أخماس فيصير نصفاً (وثمناً) . ويضاف الى الآحاد فيسقط منها ما كسره ثمن حتى يرجع الى ما كسره تسعة أعشار . أو يعول على واحد من الكسور التي تقدم ذكرها .

نسبة ثلاثة أرباع العشر

ينسب مفرداً من الستين بثمن عشر عشر . ويضاف الى نصف عشر فيصير ثمناً . والى ثمن× فيصير خمساً . ويضاف الى ثلاثة أعشار فينسب بنصف ثمن عشر . ويضاف الى خمسة أثمان فيصير سبعة أعشار . ويضاف الى أربعة أخماس فيصير سبعة أثمان . واذا اتصل بالآحاد عول على الكسور التي تقدم ذكرها .

× في الأصل نصف ثمن وهذا خطأ .

الفصل الرابع

في الخمس المضاف

خمس خمس واحد من الستين هو ثلثا عشر عشر عشر . وان شئت ثلث خمس عشر عشر . ويضاف الى خمس فينسب بخمس عشر . وما زاد على ذلك عول عليه .

نسبة خمسي خمس

ينسب مفرداً من الستين بثلثي خمس عشر عشر. وان شئنا قلنا عشر عشر عشر وثلث عشر عشر عشر . ويضاف الى خمسين فينسب بخمس خمس خمس .

نسبة ثلاثة أخماس خمس

[١٧ و] ينسب مفرداً من الستين بخمس عشر عشر . ويضاف الى ثلاثة أخماس فينسب بخمس خمس خمس وخمس خمس عشر .

نسبة أربعة أخماس خمس

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث خمس خمس خمس . وان شئنا قلنا ثلثي خمس خمس عشر .

نسبة خمس السبع

خمس سبع واحد من الستين ثلث سبع عشر عشر . ويضاف الى سبع فينسب (بخمس) سبع عشر . ويضاف الى خمسين فينسب بنصف سبع عشر . ويضاف الى خمسين وسبع فينسب بثلثي عشر . ويضاف الى الآحاد فيوضع منها ما كسره ثلاثة أسباع حتى يرجع الى ما كسره ثلاثة أخماس . أو بالعكس .

نسبة خمسي سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلثي سبع عشر عشر ، وان شئنا قلنا خمس سبع عشر · ويضاف الى خمس سبع فينسب بسبع عشر عشر · ويضاف الى سبع فيصير خمساً · ويضاف الى سبعين فينسب بخمس خمس سبع · ويضاف الى أربعة أخماس فيصير ستة أسباع · ويضاف الى الآحاد فيوضع منه ما كسره خمس حتى يرجع الى ما كسره ستة أسباع ، أو بالعكس ·

نسبة ثلاثة أخماس سبع

وينسب مفرداً من الستين بسبع عشر عشر · ويضاف الى خمسة أسباع فيصير أربعة أخماس · ويضاف الى الآحاد فيوضع منه ما كسره سبعين حتى يرجع الى ما كسره أربعة أخماس أو بالعكس ·

نسبة أربعة أخماس سبع

ينسب مفرداً من الستين بسبع عشر عشر · ويضاف الى خمسة أسباع قلنا ثلث خمس خمس سبع [١٧ ظ] ويضاف الى سبعين فيصير خمسين · والى ثلاثة أخماس فيصير (خمسة) أسباع · واذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره خمسين حتى يرجع الى ما كسره خمسة أسباع ، أو العكس ·

نسبة خمس الثمن

هو ربع العشر ، وقد تقدم ذكره ·

نسبة خمس التسع

ينسب مفرداً من الستين بثلث تسع عشر عشر · ويضاف أيضاً الى تسع فينسب بخمس تسع عشر · ويضاف الى خمس فيصير تسعين · ويضاف الى أربعة أتساع فيصير خمساً وسدساً وعشراً ، فينسب بنصف تسع عشر وخمس تسع عشر · ويضاف الى سبعة اتساع فيصير أربعة

أخماس · فاذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره تسعين حتى يرجع الى ما كسره أربعة أخماس أو بالعكس ·

نسبة خمسي تسع

ينسب مفرداً من الستين بثلثي تسع عشر عشر · ويضاف الى تسعين فينسب بخمس خمس تسع · ويضاف الى خمسين فيصير أربعة أتساع · ويضاف الى خمسة أتساع فيصير نصفاً وعشراً · واذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره أربعة أتساع حتى يصير الى ما كسره ثلاثة أخماس · أو بالعكس ·

نسبة ثلاثة أخماس تسع

هو ثلثا عشر ، وقد تقدم ذكره ·

(نسبة أربعة أخماس تسع)

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلثي خمس تسع عشر× · وان شئنا قلنا ثلث خمس خمس تسع · وان شئنا قلنا تسع عشر عشر ، وثلث تسع عشر عشر · ويضاف الى تسع فيصير خمساً · ويضاف الى أربعة أتساع فيصير ثلثاً وخمساً · واذا اتصل بآحاد اسقط منه ما كسره خمس حتى يرجع الى ما كسره ثمانية أتساع · أو ما كسره ثلث وخمس حتى يرجع الى ما كسره خمسة أتساع ·

نسبة خمس العشر

ينسب مفرداً من الستين بثلث عشر عشر عشر · ويضاف الى عشر فينسب بخمس عشر عشر · واذا اتصل بآحاد عول على ما تقدم ذكره ·

نسبة ثلاثة أخماس عشر

(سها الناسخ عن نقل هذه النسبة) ·

× في الأصل : بثلثي خمس خمس تسع ، وهذا خطأ ·

نسبة أربعة أخماس عشر

هو خمسا خمس ، وقد مضى ذلك · ويعول في هذا النوع اذا اتصل بآحاد [١٨] على ما تقدم ذكره ·

الفصل الخامس

في السدس المضاف

سدس سبع واحد من ستين هو ربع سبع تسع عشر · ويضاف الى ثلث سبع فيصير نصف سبع · ويضاف الى سبع فيصير سدساً · ويضاف الى سبع ونصف (سبع) فينسب بربع سبع تسع · ويضاف الى سدس وسبع فيصير ثلثاً · ويضاف الى ثلث فيصير سبعين ونصف (سبع) فينسب بثلث سبع ثمن · ويضاف الى ثلث (و) سبع فيصير نصفاً · ويضاف الى نصف وسبع فيصير ثلثين · ويضاف الى ثلثين وسبع فيصير نصفاً وثلثاً · ويضاف الى نصف وثلث فيصير ستة أسباع · واذا اتصل بآحاد اسقط منه ما كسره سدس حتى يرجع الى ما كسره ستة أسباع ، أو بالعكس · ونعول على الكسور التي تقدم ذكرها ·

نسبة خمسة أسداس سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بسبع ثمن تسع · ويضاف الى سدس فيصير (سبعين · والى سبع ونصف سبع فيصير) ثلثاً · ويضاف الى خمسة أسباع فيصير نصفاً وثلثاً · وان اتصل بآحاد وضع منها ما كسره سبعين حتى يرجع الى ما كسره نصف وثلث ·

نسبة سدس ثمن

ينسب مفرداً من الستين بربع ثمن تسع عشر · ويضاف الى نصف ثمن فيصير نصف سدس · ويضاف الى ثمن فيصير نصف سدس ونصف ثمن · ويضاف الى سدس فيصير ثمناً ونصف ثمن · ويضاف الى ربع

ونصف ثمن فيصير ثلثاً · ويضاف الى ثلث ونصف ثمن فيصير ربعاً وسدساً · فاذا اتصل بآحاد اسقط منها سبعة أثمان نصف بثمن ثمن حتى يرجع الى ما كسره نصف سدس ·

نسبة خمسة أسداس ثمن

ينسب مفرداً من الستين بثمن ثمن تسع · ويضاف الى نصف ثمن فيصير سدساً · ويضاف الى ثمن ونصف سدس فيصير ربعاً ونصف ثمن فينسب بثلث ثمن ثمن [٦٨ظ] ويضاف الى نصف نصف ثمن فيصير ثلثين · واذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره نصف وربع وثمن ونصف ثمن بما فرض لها حتى يرجع الى ما كسره سدس ·

نسبة سدس التسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بربع تسع تسع عشر · ويضاف الى ثلث تسع فيصير نصف تسع · ويضاف الى ثلثي تسع فينسب بثمن تسع تسع · ويضاف (الى) سدس فينسب بربع تسع تسع · ويضاف الى سدس وثلث تسع فيصير تسعين · واذا اتصل بآحاد أسقط منها ما كسره خمسة أسداس ، حتى يرجع الى ما كسره تسع وثلثي تسع ، أو يعول على واحد من الكسور التي تقدم ذكرها ·

نسبة خمسة أسداس تسع

ينسب مفرداً من الستين بثمن تسع تسع · ويضاف الى ثلثي تسع فيصير سدساً · واذا اتصل بآحاد سقطت هي بنفسها وينسب الباقي ·

نسبة سدس العشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين× بربع تسع عشر عشر · ويضاف الى ثلث عشر فيصير نصف×× عشر · ويضاف الى ثلثي عشر فيصير نصف

× في الأصل : من التسع ·

×× في الأصل : ثلثي ·

سدس . ويضاف الى نصف سدس فيصير عشراً . ويضاف الى ربع فيصير سدساً وعشراً . ويضاف الى ثلث فيصير ربعاً وعشراً . ويضاف الى خمسين فيصير ربعاً وسدساً . ويضاف الى ثلث ربع فيصير نصفاً وعشراً . ويضاف الى ثلث وعشر فيصير ربعاً وخمساً . فاذا اتصل بآحاد أسقط منها ما كسره ربع حتى يرجع الى ما كسره ثلثين وعشر ، أو ما كسره ربع وعشر حتى يرجع الى ماكسره ثلثين ، أو ما كسره ثلث وربع حتى يرجع الى ماكسره ثلث وعشر .

نسبة خمسة أسداس عشر

هو نصف سدس ، وقد تقدم ذكره .

الفصل السادس

في (السبع) المضاف

سبع سبع واحد من الستين ينسب مفرداً بسدس سبع سبع عشر . ويضاف الى سبعين فينسب بربع سبع سبع . وأيضاً الى خمسة أسباع فينسب بثلاثة [١٩و] أخماس سبع سبع . واذا اتصل بآحاد عول عليه . .

نسبة سبعي سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث سبع سبع عشر . ويضاف الى سبع سبع فينسب بنصف سبع سبع عشر . ويضاف الى أربعة أسباع فينسب بنصف سبع سبع . فاذا اتصل بآحاد أسقطت منه أربعة أسباع وسبعي سبع بما فرض له ، حتى يرجع الى ماكسره ثلاثة أسباع .

نسبة ثلاثة أسباع سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سبع سبع عشر . ويضاف الى السبع فينسب بسدس سبع سبع . ويضاف اليه ثلاثة أسباع فينسب

بخمس سبعسبع .ويضاف الى ستة أسباع فينسب بثلاثة أسباعسبعسبع . واذا اتصل بآحاد اسقط منها واحد من هذه الكسور ، وعليها المعول .

نسبة أربعة أسباع سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلثي سبع سبع عشر . وان شئنا نسبنا بثلث خمس سبع سبع . ويضاف الى واحد وسبع فينسب بسبع سبع . ويعول على ذلك في ما زاد على الواحد ، أو تسقط هي بعينها .

نسبة خمسة أسباع سبع

ينسب مفرداً من الستين بنصف سدس سبع سبع . ويضاف الى سبع فينسب بخمس سبع سبع . ويضاف الى خمسة أسباع فينسب بثلثي سبع سبع . ويعول على ذلك في ما اتصل بآحاد .

نسبة ستة أسباع سبع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بسبع سبع عشر . ويضاف الى سبعين فينسب بثلث سبع سبع . ويعول على ذلك في ما زاد على الآحاد ، أو يسقط منه خمسة أسباع وخمسة أسباع سبع حتى يرجع الى ما كسره سبعين وسبع سبع .

نسبة سبع الثمن

[١٩ظ] سبع ثمن واحد من الستين ينسب مفرداً بسدس سبع ثمن عشر . ويضاف الى ربع (سبع) فينسب بنصف سبع ثمن عشر . ويضاف الى نصف سبع فينسب بنصف سدس سبع ثمن . ويضاف الى ثمن فيصير سبعا . ويضاف (الى) الربع فينسب بربع سبع ثمن .

ويضاف الى سبعين ونصف فيصير ثلاثة أثمان . ويضاف الى خمسة أثمان فيصير نصفا وسبعا . واذا اتصل بآحاد يوضع منها ما كسره نصف وربع وثمن ، أو بالعكس .

نسبة سبعي ثمن

هي ربع سبع وقد تقدم ذكره

نسبة ثلاثة أسباع ثمن

ينسب ذلك مفردا من الستين بنصف سبع ثمن عشر · ويضاف الى ثلاثة أثمان فيصير ثلاثة أسباع · ويضاف الى أربعة أسباع فيصير خمسة أثمان · واذا اتصل بآحاد أسقط منه ما كسره ثلاثة أسباع حتى يرجع الى ما كسره خمسة أثمان · وبالعكس · أو (يعول) على واحد من الذي تقدم ذكره ·

نسبة أربعة أسباع ثمن

هي نصف سبع وقد تقدم ذكرها

نسبة خمسة أسباع ثمن

ينسب ذلك مفردا من الستين بنصف سدس سبع ثمن · ويضاف الى ربع سبع فيصير ثمنا · ويضاف الى ثمن فينسب بخمس سبع ثمن · ويضاف الى سبعين فيصير ثلاثة أثمان · ويضاف الى خمسة أثمان فيصير خمسة أسباع · واذا اتصل بآحاد أسقط منه ما كسره ثلاثة أثمان حتى يرجع الى ما كسره خمسة أسباع ·

نسبة ستة أسباع ثمن

هي ثلاثة أرباع سبع ، وقد تقدم ذكرها ·

نسبة سبع التسع

ينسب مفردا من الستين بسدس سبع تسع عشر · ويضاف أيضا [٢٠و] الى ثلث سبع فينسب بثلثي سبع تسع عشر · ويضاف الى سبع فينسب بسدس سبع تسع · ويضاف الى تسعين فينسب بربع سبع تسع · ويضاف الى ثلاثة أسباع فيصير أربعة أتســاع · ويضاف الى

خمسة أتساع فيصير أربعة أسباع · واذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره أربعة أسباع ليرجع الى ما كسره أربعة أتساع ·

نسبة سبعي تسع

ينسب مفردا من الستين بثلث سبع تسع عشر · ويضاف الى تسع فيصير سبعا · ويضاف الى سبعين فينسب بثلث سبع تسع · ويضاف الى أربعة أتساع فينسب بنصف سبع تسع · واذا اتصل بآحاد أسقط منها ما كسره سبع حتى يرجع الى ما كسره ثمانية أتساع أو يعول على ما تقدم ذكره ·

نسبة ثلاثة أسباع تسع

هي ثلث سبع ، وقد تقدم ذكرها ·

نسبة أربعة أسباع تسع

ينسب ذلك مفردا من الستين بثلثي سبع تسع عشر · ويضاف الى سبعي تسع فينسب بسبع تسع عشر · ويضاف الى تسعين فيصير سبعين · ويضاف (الى) أربعة أسباع فينسب بثلثي سبع تسع · ويضاف الى خمسة أسباع فيصير سبعة أتساع · فـاذا اتصل بآحاد وضع منه مـاكسره سبعين حتى يرجع الى ما كسره سبعة أتساع ·

(هنا سها الناسخ عن نقل باقي أسباع التسع وبدأ الكتابة عن سبع العشر بما يلي) :

(ويضاف الى خمس) فينسب بربع سبع عشر · ويضاف الى سبعين فيصير خمساً وعشراً · ويضاف الى نصف وخمس فيصير خمسة أسباع · فاذا اتصل بآحاد أسقط منه ما كسره خمسة أسباع حتى يرجع الى ما كسره خمساً وعشراً · أو يسقط منه ما كسره سبع ونصف سبع حتى يرجع الى أربعة أخماس ·

نسبة سبعي العشر

هما خمس سبع وقد تقدم ذكره ·

[٢٠ ظ] نسبة ثلاثة أسباع عشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سبع عشر عشر · ويضاف الى عشر فيصير سبعاً · ويضاف الى خمس وعشر فينسب بخمسي سبع عشر · ويضاف الى سبعين ونصف (سبع) فيصير خمسين · ويضاف الى ستة أسباع فيصير تسعة أعشار · فاذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره سبع حتى يرجع الى ما كسره تسعة أعشار ، أو يوضع منه ما كسره أربعة أسباع ونصف حتى يرجع الى ما كسره خمسين ·

نسبة أربعة أسباع عشر

هي خمسا سبع وقد تقدم ذكره ·

نسبة خمسة أسباع عشر

هي نصف سبع وقد تقدم ذكره ·

نسبة ستة أسباع عشر

هي ثلاثة أخماس (سبع) وقد تقدم ذكره ·

الفصل السابع

في الثمن المضاف

ثمن ثمن واحد من الستين ينسب بسدس ثمن ثمن عشر · ويضاف الى ربع ثمن فينسب بنصف ثمن ثمن عشر · ويضاف الى نصف ثمن فينسب سدس ثمن عشر · واذا اتصل بآحاد عول على ما تقدم ذكره ·

نسبة ثلاثة أثمان ثمن

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف ثمن ثمن عشر · ويضاف الى ثمن ونصف ثمن فينسب بربع ثمن ثمن · ويضاف الى ثلاثة أثمان فينسب بربع ثمن ثمن وخمس ثمن ثمن · ويضاف الى نصف فينسب بثلث ثمن ثمن وربع ثمن ثمن · واذا اتصل بآحاد عول على ما تقدم ذكره ·

نسبة خمسة أثمان ثمن

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس ثمن ثمن · ويضاف الى خمسة أثمان فينسب بثلاثة أرباع ثمن ثمن · ويعول على ما تقدم ذكره في الآحاد ·

نسبة سبعة أثمان ثمن

[٢١و] ينسب ذلك مفرداً من الستين بثمن ثمن عشر وسدس ثمن ثمن عشر · ويضاف الى ربع فينسب بربع ثمن ثمن · ويضاف الى نصف وربع فينسب بثلثي ثمن ثمن وربع ثمن ثمن · ويعول في الآحاد على ما تقدم ذكره ·

نسبة ثمن التسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بسدس ثمن تسع عشر · ويضاف الى ثلث ثمن فيصير نصف تسع · ويضاف الى نصف تسع فينسب بنصف سدس ثمن تسع · ويضاف الى تسع فيصير ثمناً · ويضاف الى ثمن فينسب بسدس ثمن تسع · ويضاف الى ثمن فيصير ربعاً · ويضاف الى ربع وتسع فيصير ربعاً وثمناً · ويضاف الى سبعة أثمان فيصير ثمانية أتساع · فاذا اتصل بآحاد أسقط منه ما كسره ثمن حتى يرجع الى ما كسره ثمانية أتساع ·

نسبة ثلاثة أثمان تسع

هي ثلث ثمن وقد تقدم ذكره .

نسبة خمسة أثمان تسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس ثمن تسع . ويضاف الى ثمن تسع فيصير نصف سدس . ويضاف الى نصف تسع فيصير ثمناً . ويضاف الى نصف سدس فيصير تسعاً وثلث ثمن . ويضاف اليه فيصير سدساً ونصف تسع ، فينسب بسدس ثمن تسع وثمن تسع عشر . ويضاف اليه فيصير سدساً وثمناً فينسب بربع ثمن تسع وثمن تسع عشر . ويضاف الى ربع وثمن فيصير ثلثاً وتسعاً . ويضاف الى خمسة أتساع فيصير نصفاً وثمناً . واذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره أربعة أتساع حتى يرجع الى ما كسره خمسة أثمان .

نسبة سبعة أثمان تسع

ينسب مفرداً من الستين بثمن تسع عشر وسدس ثمن تسع عشر [٢١ ظ] ويضاف الى تسع فينسب بربع ثمن تسع . ويضاف الى ثمن فيصير تسعين . ويضاف الى ثلثين وتسع فيصير سبعة أثمان . ويضاف الى ربع فيصير ثلثاً وثمن تسع . ويضاف الى أربعة أتساع فيصير ربعاً وسدساً وثمناً . ويضاف الى خمسة أثمان فيصير ثلثين ونصف تسع . ويضاف الى ثلثين وتسع فيصير نصفاً وربعاً وثمناً . فاذا اتصل بآحاد وضع منه ما كسره سبعة أثمان حتى يرجع الى ما كسره تسعين .

نسبة ثمن العشر

ثمن عشر واحد من الستين ينسب بسدس ثمن عشر عشر . ويضاف الى نصف عشر فيصير نصف ثمن . ويضاف الى نصف ثمن فينسب بثمن عشر عشر . ويضاف الى ثمن ونصف ثمن فيصير خمساً . ويضاف الى خمس وعشر فيصير ربعاً ونصف ثمن . ويضاف الى ثلاثة أثمان

ونصف فيصير ربعاً وخمساً . فاذا اتصل بآحاد أسقط منها ربعاً ونصف ثمن حتى يرجع الى ما كسره نصف وخمس ، أو يعول على ما تقدم ذكره من الكسور .

نسبة ثلاثة أثمان العشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف ثمن عشر عشر . ويضاف الى ربع فيصير نصف ثمن . ويضاف الى عشر ونصف عشر فيصير ثمناً ونصف ثمن . ويضاف الى ثمن فيصير عشراً ونصف ثمن . ويضاف الى عشر ونصف ثمن فيصير خمساً . ويضاف الى خمسين فيصير ربعاً وثمناً ونصف ثمن . ويضاف الى نصف ونصف ثمن فيصير نصفاً وعشراً . واذا اتصل بآحاد عول على ما تقدم ذكره ، أو يوضع منها ما كسره نصف عشر .

نسبة خمسة أثمان العشر

هو نصف ثمن وقد تقدم ذكره .

[٢٢ و] نسبة سبعة أثمان العشر

ينسب مفرداً من الستين بثمن عشر عشر وسدس ثمن عشر عشر . ويضاف الى عشر فيصير نصفاً ونصف ثمن . ويعول على ذلك في ما يتصل بالآحاد .

الفصل الثامن

في التسع المضاف

تسع تسع واحد من الستين هو سدس تسع تسع عشر . ويضاف الى ثلث تسع فينسب بثلثي تسع تسع عشر . وان شئنا نسبناه بثلث خمس تسع تسع . ويضاف الى تسع فينسب بسدس تسع تسع . واذا اتصل بآحاد عول على ما ذكرناه .

نسبة تسعي تسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث تسع تسع عشر . ويضاف الى ثلث تسع فينسب بنصف سدس تسع تسع . ويضاف الى تسعين فينسب بثلث تسع تسع .

أربعة أتساع تسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بثلث خمس تسع تسع . وان شئنا نسبناه بثلثي تسع عشر . ويضاف الى تسع تسع فينسب بنصف سدس تسع تسع . ويضاف الى أربعة أتساع فينسب بثلثي تسع تسع .

نسبة خمسة أتساع تسع

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف سدس تسع تسع ويضاف الى خمسة أتساع فينسب بخمسة أسداس تسع تسع وهو نصف تسع تسع وثلث تسع تسع .

نسبة سبعة أتساع تسع

يسقط منه ثلثي تسع بما فرض له حتى يرجع الى ما كسره تسع تسع. ويضاف الى ثلث تسع فينسب بسدس تسع تسع . ويضاف الى تسعين فينسب بربع تسع تسع. واذا اتصل بآحاد عول[٢٢ظ]على ما تقدم ذكره.

نسبة تسع العشر

تسع عشر واحد من الستين ينسب بسدس تسع عشر عشر . ويضاف الى عشر فيصير تسعاً . ويضاف الى ثلث ونصف تسع فيصير خمسين . ويضاف الى نصف وعشر فيصير نصفاً وتسعاً . ويضاف الى ثمانية

أتساع فيصير تسعة أعشار . واذا اتصل بآحاد أسقط منه ما كسره تسع حتى يرجع الى ما كسره تسعة أعشار .

نسبة تسعي عشر

هو خمس تسع وقد تقدم ذكره .

نسبة ثلاثة أتساع عشر

هو ثلث عشر وقد تقدم ذكره .

نسبة أربعة أتساع عشر

هو خمسا تسع وقد تقدم ذكره .

نسبة خمسة أتساع عشر

هو نصف تسع وقد تقدم ذكره .

نسبة ستة أتساع عشر

وهو ثلثا عشر وقد تقدم ذكره .

نسبة سبعة أتساع عشر

يسقط منه تسع عشر بما فرض له حتى يرجع الى ما كسره ثلثي عشر .

نسبة ثمانية أتساع عشر

هي أربعة أخماس تسع ، وقد تقدم ذكرها .

الفصل التاسع

في العشر المضاف

عشر عشر واحد من الستين سدس عشر عشر عشر . ويضاف الى خمس خمس فيصير نصف عشر . ويضاف الى نصف عشر فيصير ثلاثة أخماس . وقد تقدم ذكره .

نسبة ثلاثة أعشار عشر

ينسب ذلك مفرداً من الستين بنصف عشر عشر عشر .

نسبة سبعة أعشار عشر

[٢٣و] يسقط منه خمس عشر بما فرض له حتى يرجع الى ما كسره نصف عشر ، أو بالعكس .

نسبة تسعة أعشار عشر

يسقط منه ما كسره نصف عشر حتى يرجع الى ما كسره خمس .
ويعول في جميع ذلك على ما قدمنا ذكره .

الباب السادس

في رد سائر الأعداد الى نسبة الستين

وهو فصلان

واذ قد فرغنا من نسبة الستين بكسورها وكسور كسورها ، فينبغي أن نذكر أيضاً ما يرجع اليه المبتدىء في نسبة غير ذلك من الاعداد ، كما تقدم وعدنا ، فنقول :

انا اذا أردنا أن ننسب عدداً من عدد فينبغي أن نضرب العدد المنسوب في الستين ، وما اجتمع نقسمه على المنسوب منه ، فما خرج من القسم فهو عشران تنسب من الستين كما قدمنا ذكره في نسبتها .

مثال ذلك : اذا أردنا أن ننسب سبعة من خمسة عشر : ضربنـــا السبعة ، وهو العدد المنسوب ، في ستين ، فكان أربع مائة وعشرين ، وقسمناه على الخمسة عشر ، وهو العدد المنسوب منه ، فكان ثمانية وعشرين ، وهو عشران ؛ نسبناه من الستين فكان خمساً وسدساً وعشراً . فقلنا ان السبعة من الخمسة عشر هو خمس وسدس وعشر .

وكذلك لو أردنا أن ننسب سبعة عشر من اثنين وسبعين : ضربنا السبعة عشر في الستين ، فكان ألفاً وعشرين ، وقسمناه على أثنـــين وسبعين ، فخرج من القسم أربعة عشر وسدس ، فنسبناه من الستين فكان ثمناً وتسعاً ، فقلنا أن السبعة عشر من الأثنين والسبعين هو ثمن وتسع .

وجه آخر في رد نسبة سائر الأعداد الى نسبة الستين :

[٢٣ظ] وهو أن نقسم الستين على العدد المنسوب منه فما خرج نضربه في العدد المنسوب ، فما اجتمع من الضرب فهو عشران تنسب من الستين .

مثال ذلك انا اذا أردنا أن ننسب ثلاثة عشر من ستة وثلاثين قسمنا الستين على ستة وثلاثين فخرج من القسم واحد وثلثين ضربناه في العدد المنسوب ، وهو ثلاثة عشر ، فكان أحد وعشرين وثلثين ، ونسبناه من الستين فكان ربعا وتسعاً ، وهي نسبة الثلاثة عشر من ستة وثلاثين ٠

وكذلك نسبة سائر الاعداد ٠ والأجود في ذلك أن يكون المبتدىء حافظاً لما يخرج من قسمة الستين على الأعداد المنطقة ، التي هي أقل من الستين ، وأعني بالمنطقة في هذا الموضع ما لا يكون أصماً ، على مذهب الكتاب ، مثل ثلاثة عشر وسبعة عشر ٠ فانه اذا كان حافظاً لما ذكرنا سهل عليه نسبة سائر الاعداد التي هي أقل من الستين ٠ وذلك أنه متى سئل عن نسبة عددين وهو حافظ لما يخرج من نسبة الستين على العدد المنسوب منه ، عرف أن العدد المنسوب في أي عدد ينبغي أن يضرب حتى ينسب من الستين ٠ ألا ترى أنه اذا سئل عن أربعة عشر كيف تنسب من الخمسة والاربعين ، وهو يعلم أن الستين اذا قسم على الخمسة والاربعين كان الخارج من القسم واحداً وثلثاً ، علم أنه اذا أراد أن ينسب عدداً من خمسة وأربعين فينبغي أن يزيد عليه مثل ثلثه ، لأنه يضربه في واحد وثلث ، فاذا زاد على الاربعة عشر مثل ثلثه ، وهو أربعة وثلثان ، صار ثمانية عشر وثلثين ، وهو خمس وتسع ، فقال ان الاربعة عشر من الخمسة والاربعين خمسها وتسعها ٠

ونحن [٢٤و] مع ذلك نكتب ما تكثر حاجة الكتاب الى حفظه ، وهي الاعداد التي تخرج من قسمة الستين على الاعداد المفتوحة ، من واحد الى مائة وعشرين ، وهي هذه :

ماينسب منه	ما يضرب فيه	مثل ذلك	
اثنان	ثلاثون	ثلاثة	عشرون
أربعة	خمسة عشر	خمسة	اثنا عشر
ستة	عشرة	سبعة	ثمانية وأربعة أسباع
ثمانية	سبعة ونصف	تسعة	ستة وثلثان
عشرة	ستة	اثنا عشر	خمسة
أربعة عشر	أربعة وسبعان	خمسة عشر	أربعة
ستة عشر	ثلاثة وثلاثة أرباع	ثمانية عشر	ثلاثة وثلث ×
عشرون	ثلاثة	أحد وعشرون /	اثنان وستة أسباع
أربعة وعشرون	اثنان ونصف	خمسة وعشورن	اثنان وخمسان
سبعة وعشرون	اثنان وتسعان	ثمانية وعشرون	اثنان وسبع
ثلاثون	اثنان	اثنان وثلاثون	واحد ونصف (وربع وثمن)
خمسة وثلاثون	واحد وخمسة أسباع	ستة وثلاثون	واحد وثلثان
أربعون	واحد ونصف	اثنان وأربعون	واحد وثلاثة أسباع
خمسة وأربعون	واحد وثلث	ثمانية وربعون	واحد وربع
تسعة وأربعون	واحد وسبع وأربعة أسباع سبع	خمسون	واحد وخمس
أربعة وخمسون	واحد وتسع × ×	ستة وخمسون	واحد ونصف سبع

ما ينسب مما هو أكثر من الستين

ماينسب منه	مايوضع عنه	مثل ذلك	
ثلاثة وستون	ثلث سبعه	أربعة وستون	نصف ثمنه
[٢٤ظ]سبعون	سبعه	اثنان وسبعون	سدسه
خمسة وسبعون	خمسه	ثمانون	ربعه
أحد وثمانون	تسعاه وثلث (تسعه)	أربعة وثمانون	سبعاه
تسعون	ثلثه	ستة وتسعون	ربعه وثمنه
ثمانية وتسعون	سبعاه وخمسةأسباعسبعه	مائة وثمانية	خمساه
مائة وخمسة	ثلاثة أسباعه	مائة	أربعة أتساعه
مائة واثنا عشر	ثلاثة أسباعه وربعسبعه	مائة وعشرون	نصفه

× في الأصل : ثلاثة ونصف ٠

× × في الأصل : ربع ٠

فاذا أردنا أن ننسب عدداً من عدد وكان العدد المنسوب أقل من مائة وعشرين ، طلبنا العدد المنسوب منه ، أقل منه فيما أثبتناه في التفصيل ، فان وافق شيئاً منه فانا نضربه في العدد الذي هو قرينه وننسبه من الستين ، وان لم نجده فيه فان العدد أصم ، ولا تصح النسبة الا بالتقريب ٠

مثال ذلك : اذا أردنا أن ننسب ستة من ثمانية وأربعة أسباع ، طلبنا الثمانية والاربعة أسباع في التفصيل فوجدناها فيه ، ووجدنا قرينه سبعة ، فضربنا الستة في السبعة فكان اثنين وأربعين ، فنسبناها من الستين ، فكان نصفاً وخمساً ، وهي نسبة الستة من الثمانية والاربعة الاسباع ٠

ولو أردنا أن تكون نسبة الستة من السبعة ضربناها في الثمانية والاربعة الاسباع فكان أحد وخمسين وثلاثة أسباع ، وننسبناه من الستين ، فيكون نصف وثلث وسدس سبع ، وهو ستة أسباع ٠

وكذلك لو أردنا أن ننسب عدداً مما هو أكبر من الستين ، الى مائة وعشرين ٠

[٢٥و] ## الفصل الثاني

في معرفة نسب الأعداد الصم بالتقريب (٨)

اذا أردنا أن ننسب عدداً من عدد ، وكان المنسوب منه أصم على مذهب الكتاب ، نسبنا بالوجهين اللذين تقدم ذكرهما ، وذلك مثل ثلاثة أجزاء من سبعة عشر جزءاً : أردنا أن ننسبها بالتقريب ، ضربنا الثلاثة في الستين ، وقسمنا ما اجتمع على السبعة عشر ، فخرج من القسمة عشرة ٠ وعشرة أجزاء لا تنسب من سبعة عشر ؛ الا اذا جبرنا العشرة الباقية ، وجعلناها واحداً ، لأنها أكثر من نصف السبعة عشر ، حسبما جرت به عادة الحساب ، فصارت الجملة احد عشر ، نسبناها من الستين

فكانت سدساً وسدس عشر ، وهي نسبة الثلاثة الاجزاء من السبعة عشر بالتقريب ٠

فاذا أخذنا بقسط هذه النسبة من السبعة عشر كان ثلاثة أجزاء وسبعة أعشر ، فقد عاد الثلاثة أجزاء ، وزاد سبعة أعشر بسبب ما جبرنا العشرة الباقية ٠

فاذا أردنا أن يكون أقرب من هذا ضربنا العشرة الباقية من الستين ٠ ولم نجبرها ، وقسمنا ما اجتمع على سبعة عشر ، فخرج من القسم خمسة وثلاثون ، ويبقى خمسة أجزاء لا تنسب من سبعة عشر ، أسقطناها لأنها أقل من نصف السبعة عشر ، وأضفنا الخمسة والثلاثين الى العشرة ، وخلصناها كسوراً من واحد منها ، وهي عشران العشران ، أعني دوانيقاً ، فيصير عشرة وربعاً (وثلثاً) ، نسبناها من الستين فكان عشراً ونصف تسع وسدس ثمن ، وهي نسبة ثلاثة أجزاء من سبعة عشر بالتقريب ٠

وان أخذنا بقسطها من السبعة عشر كان (اثنان) وخمسة دوانيق وتسعة أعشر وثلثين وربعاً ٠ ويحتاج تمام الثلاثة أجزاء نصف سدس [٢٥ظ] عشر ٠ وهو ثمن ثلثي عشر واحد ٠ وانما نقص ذلك بسبب الخمسة الاجزاء الباقية التي أسقطناها ٠

فاذا أردنا أن يكون أقرب من هذا ضربنا الخمسة الاجزاء أيضاً في الستين ، ولم نسقطها ، فقسمناها على السبعة عشر فخرج من القسم سبعة عشر، ويبقى أحد عشر لا تنسب من سبعة عشر، جبرناها لأنها أكثرمن نصف السبعة عشر ، فصارت ثمانية عشر ، نسبناها من الستين ، فكانت نصف سدس عشر عشر عشر ٠ فاذا أخذنا بقسطها من السبعة عشر كان خمسة أفلس وعشر فلس ٠ وهو نصف سدس عشر وسدس عشر عشر ٠ فاذا أضفناها الى ما حفظ لنا من أجزاء السبعة عشر ، وهو جزءان وخمسة

دوانيق وتسعة أعشر وثلثان وربع كانت الجملة ثلاثة أجزاء وربع تسع عشر عشر عشر جزء ·

وعلى هذا ينبغي أن تكون النسبة في سائر الاعداد الصم الباقية ·

وجه آخر :

وأكثر كتاب وقتنا هذا وحسابه اذا أرادوا أن ينسبوا شيئاً من الأعداد الصم بالتقريب ينسبون بهذا الوجه : هو أنهم يزيدون على كل واحد من العددين واحداً وبعض الكسور ، الذي يصير بها العدد الاصم عدداً له كسور كثيرة · مثل ما في مسئلتنا هذه · فانا اذا أردنا أن ننسب ثلاثة أجزاء من سبعة عشر زدنا على الثلاثة واحداً وعلى السبعة عشر واحداً، فيصير أربعة أجزاء من ثمانية عشر جزءاً ، وهو تسعان · فيقولون أن الثلاثة من السبعة عشر هي تسعان · فاذا أخذ بقسط هذه النسبة من السبعة عشر كان ثلاثة وثلثين × ، ويكون قد زاد على الثلاثة ثلثين ، وهو كثير · فيزيدون على كل واحد منهما نصفاً ، فيصير ثلاثة ونصفاً من سبعة عشر ونصف [٢٦و] وهو خمس · فاذا أخذ بقسطه من السبعة عشر كان ثلاثة أجزاء وخمسين وهـــو أيضا زيادة كثيرة · فيضيف بدل النصف سبع واحد ، ثم ينسب ثلاثة وسبع من سبعة عشر وسبع ، أعني اثنين وعشرين من مائة وعشرين ، وهو سدس وسدس (عشر) ·

ومن أرادوا أن يكون أدق من هذا طلبوا كسراً أقل من السبع وزادوا ذلك على كل واحد من السبعة عشر والثلاثة ، ونسبوه منه فيخرج لهم تلك النسبة بالتقريب ·

الا أن هذا الطريق متعب وطلب هذه الكسور شديد ، والأجود ما قدمنا ذكره ·

× الواقع أن $\frac{٢}{٩} \times ١٧ = ٣ \frac{٧}{٩}$

والأجود أن نستعمل هذا في ما يكون قد بقي مما لا ينقسم على السبعة عشر بعد أن نكون قد ضربناه في الستين مرة ، في الطريقة التي قدمنـــا ذكرها · مثل الخمسة الباقية التي أسقطناها في الدفعة الثانية · فاذا زدنا عليها وعلى السبعة عشر واحداً صار ثلثاً ، وأضفناها الى الخمسة والثلاثين ، فصار الجملة معنا عشرة أعشر وخمسة وثلاثين وثلث فلس · أو أضفنا اليها والى السبعة عشر نصفاً فيكون سبعين وخمس سبع · أو أضفنا الى السبعة عشر فقط واحداً ونسبنا منه الخمسة فيصير سدساً وتسعاً ، ثم نسبنا ما يحصل لنا من الكسور ، على أي الوجوه كانت ، من الستين ، وأخذنا بقسطها من السبعة عشر وأضفناها الى ما كان حصل لنا ، وهو جزءان وخمسة دوانيق وتسعة أعشر وثلثان وربع ، فنكون قد نسبنا الثلاثة الاجزاء من السبعة عشر بأقرب الوجوه ان شاء الله ·

الباب السابع ×

في مسائل يرتاض بها المعلم والمبتدىء (١) في نسبة الستين

الفصل الأول

في ما يكون أجوبتها رءوساً

[٣٦ظ] المسائل	الكسور بالنسبة	الاجوبة		
تسعة وعشرين ودانق	وسدس	ربع خمسة عشر	وثمن سبعة ونصف	وتسع ستة وثلثان
ستة واربعين وثلاث حبات وثلاثة أسباع حبة	ونصف سبع	نصف ثلاثون	وسبع ثمانية واربعة اسباع	وثمن سبعة ونصف
خمسة وثلاثون ودانق وثلاث حبات وثلاثة اسباع حبة	سبع وثلثي سبع وهو سدس ونصف سبع	ثلث عشرون	وسبع ثمانية واربعة أسباع	وتسع ستة وثلثان
اثنان وعشرين وأربعة دانق وثلاث حبات وثلاثة أسباع حبة	وثلثين ونصف سبع	سبع ثمانية واربعة اسباع	وثمن سبعة ونصف	وتسع ستة وثلثان

لا يمكن أن تكون مسئلة أجوبتها رءوساً غير هذه ، الا بأن نغير الاعداد الصحاح ، فتكثر المسائل . فاما الكسور فانها لا تتغير عنها الا أن يكون بينها واحد من الكسور الرءوس ، وهي ثلاثة ، أعني السبع والثمن والتسع ، وهي أظهر من أن تنسب . فان وردت عليك مسئلة وقيل أنها تخرج برءوس فقابل الكسور بهذه ، فاذا وافق واحد منها ، أضف اليها ما لها من الاعداد الصحاح وانسب الباقي .

× الجداول التي في هذا الباب يصعب قراءتها في الأصل . وقد راعينا في تحقيقها صحة النتائج الحسابية مع أقل ما يمكن من تغيير .

الفصل الثاني

في (مسائل) تكون أجوبتهـا رءوساً وكسراً واحداً مضافاً

سبعة وثلاثين وخمسة دانق ونصف	وثلثين وربع	نصف ثلاثون	وتسع ستة وثلثان	وسدس ثمن واحد وربع
ثلاثة وعشرون وثلاث حبات وثلاثة أسباع	ونصف سبع	خمس اثنا عشر	وسبع ثمانية واربعة اسباع	وثلث ثمن اثنان ونصف
ثمانية وثلاثون ودانقان وخمس حبات	(ربع وثمن ونصف ثمن)	نصف ثلاثون	وثمن سبعة ونصف	وثمن ثمن نصف وربع وثمن ونصف ثمن
ثمانية عشر وأربع حبات وأربعة أسباع حبة	ثلثي سبع	سدس عشرة	وتسع ستة وثلثان	وسدس سبع واحد وثلاثة أسباع
سبعة عشر وحبة وسبع حبة	سدس سبع	ثمن سبعة ونصف سبع	وتسع ستة وثلثان	وثلث سبع اثنان وستة أسباع
[٢٧و] ثلاثة عشر وخمسة أسباع حبة وثلث سبع حبة	سبع تسع	ثمانية وأربعة أسباع	وثلثي تسع أربعة واربعة اتساع	
تسعة وعشرون وثلاث حبات وخمس	ثلثي عشر	ثلث عشرون	وتسع ستة وثلثان	وخمس خمس اثنين وخمسين
تسعة وثلاثون وثلاثة دوانيق وحبة وسبع	نصف وسدس سبع	نصف ثلاثون	وتسع ستة وثلثان	وثلث سبع اثنان وستة اسباع
اثنان وأربعون ودانق وسبع حبات وثلاثة أسباع حبة	ربع ونصف سبع	نصف ثلاثون	وسبع ثمانية واربعة اسباع	وانصف ثمن ثلاثة ونصف وربع
خمسة وعشرون وخمسة دانق وخمس حبات وخمسة أسباع حبة	ستة أسباع وثلثي سبع	ربع خمسة عشر	وتسع ستة وثلثان	ونصف سبع أربعة وسبعين
	وان شئتنا :	ربع خمسة عشر	وسدس عشرة	وسبع تسع ستة اسباع وثلثي سبع

أحد واربعون واربعة دوانيق وخمس حبات وخمسة اسباع حبة	خمسة أسباع ونصف سبع	نصف ثلاثون	وثمن سبعة ونصف	ونصف سبع أربعة وسبعين
ثلاثة وعشرين وخمسة دانق وثلاث حبات وثلاثة أسباع حبة	ستة أسباع وثلث سبع	خمس اثنا عشر	وسبع ثمانية واربعة اسباع	ونصف تسع ثلاثة وثلث
اربعة وخمسين ودانقين وربع	ربع وثمن	نصف وربع خمسة واربعون	وثمن سبعة ونصف	وربع ثمن واحد وسبعة اثمان
ثمانية وثلاثون وثلاثة دانق وحبتان	ربع وسدس وثمن	نصف ثلاثون	وتسع ستة وثلثان	وربع ثمن واحد وسبعة اثمان
ثلاثون ودانقين وخمس حبات وثلاثة أسباع حبة	ربع وثمن ونصف سبع	ثلث عشرون	وسبع ثمانية واربعة اسباع	واحد وسبعة اثمان
سبعة وثلاثون وخمسة دوانيق وحبة وثلاثة أخماس حبة	ثلثين وخمس	نصف ثلاثون	وتسع ستة وثلثان	وخمس عشر واحد وخمس
[٢٧ظ] سبعة وعشرون وثلاثة دانق وخمس حبات وخمسة أسباع حبة	أربعة أسباع وثلث سبع	ثلث عشرون	وتسع ستة وثلثان	وسبع تسع ستة اسباع وثلثا سبع

وهذه المسائل مع أكثرها رءوس من الاعداد صحاح ، تجعل معها لتعمى المسائل وتشكل . ومن أراد أن يسقطها أو يزيد فيها فليس بضائر ذلك . وهو كاف لمن له أدنى فهم ورياضة . وقد يجوز أن يكون لهذا أجوبة غير ما ذكرناه .

وحسبنا الله وحده ، وصلى الله على سيدنا محمد نبي رحمته وعلى عترته الطاهرة .

تتلوه المنزلة الثانية من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال من علم الحساب وهي في الضرب والقسمة .

[٢٨ظ] **بسم الله الرحمن الرحيم**

المنزلة الثانية

من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني

في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال من علم الحساب وهي في الضرب والقسمة

ينبغي أطال الله بقاء مولانا الملك السيد وأدام تأييده وعلوه وتمكينه ورفعته ، وكبت عدوه ، أن نسلك في المنزلة (الثانية) أيضاً الطريقة التي سلكنا في المنزلة الأولى ونذكر فيها من أصول الضرب والقسمة جملا لا يستغني عنها الكتاب والعمال وغيرهم ، ونوضح بأبواب قريبة ومعان سهلة وأمثلة مقنعة مجردة أيضا من العلل والبراهين ، لئلا يطول الكتاب ، ونقدم الاسهل والأقرب على الأصعب والأبعد ، ونبدأ بالأشياء التي هي الأصول في حساب الضرب والقسمة ، ثم نتبع بما يتركب عنها ، ونذكر في كل واحد من أبواب هذه المنزلة من الأصول التي ينبغي أن نعتمد عليها في الأعمال الحسابية اذا كثر العدد ولم يمكن أن يضبط باليد ولا بالقلب(١) ، أشياء تسهل بها طرائقها . ثم نذكر الانواع التي يستعملها الحذاق في الضرب والقسمة على طريق الاختصار ، ليقرب مأخذها ويخف استعمالها في سائر أنواع المعاملات .

ونستعين في ذلك كله بالحي الذي لا يموت والحق الذي لا يزول ، انه قادر على ما يشاء .

[٢٩و] **أبواب هذه المنزلة**

الباب الثاني : في ضرب الاعداد والصحاح بعضها في بعض وقسمتها ، وهو ثمانية فصول ·

الباب الثالث : في استخراج الاعداد التي تخرج منها الكسور وجمعها ونقصانها ، وأشياء ينبغي أن يقدم ذكرها لضرب الكسور وقسمتها ، وهو خمسة فصول ·

الباب الرابع : في ضرب الكسور بعضها في بعض وقسمتها ، وهو خمسة فصول ·

الباب الخامس : فيضرب الصحاح في الكسور ومقابلاتها من القسمة ، وهو ثلاثة فصول ·

الباب السادس : في الأنواع المركبة من الضرب والقسمة ، وهو ثمانية فصول ·

الباب السابع : في اختصار الضرب والقسمة ، وهو فصلان ·

فذلك سبعة أبواب ، وخمسة وثلاثون فصلا ·

الفصل الأول

في معنى الضرب

قد ذكر أقليدس في المقالة السابعة من كتابه في الأصول معنى الضرب ، وكذلك نيقوماخس الجهراسيني في كتاب الارتماطيقي فقالا ان الضرب هو تضعيف أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد · وذلك انا اذا أردنا أن نضرب عدداً في عدد أضعفنا أحدهما بمقدار ما في الآخر من الآحاد ، وذلك مثل تسعة ، اذا أردنا أن نضربها في سبعة ، أضعفنا التسعة سبع مرات ، فكان ثلاثة وستين ، أو أضعفنا السبعة تسع [٢٩ظ] مرات ، فكان أيضا ثلاثة وستين ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب عشرين في سبعة عشر أضعفنا العشرين سبعة عشر مرة فكان ثلاثمائة وأربعين ، أو أضعفنا السبعة عشر عشرين مرة فكان أيضاً ثلاثمائة وأربعين ·

ومعنى قولنا تسعة في سبعة هو أنه اذا كان الواحد بسبعة ، بكم تكون التسعة ، واذا كان للواحد سبعة كم يكون لتسعة ؟ فيكون في كلا الوجهين ثلاثة وستين · ولأجل ذلك يصير النصف في الثلث سدساً · فانا نقول : اذا كان للواحد نصف كم يكون للثلث ؟ فيكون سدس · أو اذا كان للواحد ثلث ، كم يكون للنصف ؟ فيكون أيضا سدس ·

ومثاله في معاملات الناس كثير ، وذلك كقولهم : اذا كان ثمن ثوب نصف دينار كم يكون ثمن ثلث ثوب ؟ فيكون سدس دينار ، وكقولهم : اذا كان ثمن ثوب نصف دينار ، فثلث دينار ثمن كم يكون ؟ فيقال ثمن سدس ثوب ·

ولأجل ذلك يصير الواحد في الواحد واحداً · فانا نقول : اذا كان للواحد واحد ، كم يكون لواحد ؟ ·

يتبين مما قلناه غلط جماعة من الحساب في هذا الموضع ، وذلك أنهم اذا سئلوا عن الواحد في الواحد صار واحدا لأنه حدث من تقاطع× هذين الخطين ثلاثة خطوط ، ويكون اثنان في اثنان أربعة لأنه يحدث من تقاطع ثلاثة خطوط في ثلاثة خطوط تسع عقد× فيكون لأجل هذا واحدفي واحد واحداً ، واثنان في اثنين أربعة ، وثلاثة في ثلاثة تسعة · وهذا الذي ذكروه يستمر في جميع الاعداد الصحاح الا أنه لا يستمر في الكسور لا نصفاً في نصف يمكننا أن نقول أنها ربع عقدة ولا ثلث في ثلث تسع عقدة · وانما أخذ ذلك من قول أقليدس في المقالة الثانية من كتابه في الاصول حيث ذكر معنى ضرب الخطوط بعضها في بعض ، ولم يحسنوا أن يعيدوا عنه فيذكروه على جهته ، فحصل في أيدي البعض معنى للضرب يستعمل في [٣٠و] المساحة · فأما على جهة العدد فلنتبين

× يبدو أن هناك خطأ من الناسخ وان الصواب : لأنه يحدث من تقاطع خط في خط عقدة ، ويكون اثنان في اثنين اربعة لأنه يحدث من تقاطع خطين في خطين أربع عقد ، ويكون ثلاثة في ثلاثة تسعة لأنه يحدث من تقاطع ثلاثة خطوط في ثلاثة خطوط تسع عقد ·

ما ذكرناه · وليس يليق الاحتجاج له وبطلان قول من قدمنا ذكرهم في هذا الكتاب أنه خارج عن المعنى الذي نحن بسبيله ، مع أن الأمر أظهر وأجلى من أن يحتاج فيه الى ايضاح وشرح ·

الفصل الثاني

في معنى القسمة

أما القسمة فانه لم يذكرها أحد من المتقدمين ، وأكثر ما قالوا فيها أنها عكس الضرب · وقد ذكرناها نحن في شرحنا لكتاب أبرخس(١١) البثيني في أصول الأعداد · ونذكر في هذا الموضع ما يليق به لئلا يخلى الكتاب من شيء يحتاج اليه فنقول :

ان القسمة على قياس اقليدس ونيقوماخس هي تفريق أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد ، أعني تفريق المقسوم بقدر ما في المقسوم عليه من الآحاد · وذلك انا اذا أردنا أن نقسم عشرين على خمسة جزأنا العشرين بأجزاء متساوية عددها خمسة ، فيكون كل قسم منها أربعة ، ولأجل هذا نأخذ لكل خمسة واحداً لنعلم ما يصيب كل واحد من الخمسة · ومعنى قولنا نقسم عشرين على خمسة ، أنه اذا كان لخمسة نفر عشرون درهماً كم يكون لواحد منهم ؟ فلذلك قالوا أن القسمة هي عكس الضرب : فانا اذا أردنا أن نضرب عشرين في خمسة قلنا : اذا كان لواحد عشرين درهماً كم لخمسة نفر ؟ وفي القسمة نقول عكس هذا القول ، وهو أنه اذا كان لخمسة نفر عشرون درهماً كم يكون لواحد منهم ؟ فيكون المطلوب (في الضرب) ما نصيب أحد العددين ، والمطلوب في القسمة ما نصيب الواحد ·

فقد تبين مما ذكرناه أن القسمة هي عكس الضرب · ومن عرف معنى القسمة على ما ذكرناه وقف على قسمة الكسور على الكسور ، وعلى غيره ؛ فان أكثر الناس يتحيرون في هذا الموضع ، وذلك أن جهالهم (؟)

اذا سئلوا عن قسمة تبنى من الكسور بعضها على بعض ، مثل قسمة شيء من الكسور بعضها على بعض ، مثل قسمة حبة [٣٠ ظ] على حبة ، أجابوا بأنها حبة ، وقسمة دانق على دانق أجابوا انها دانق · وهذا هو خطأ فاحش فاما الدوانيق على الحبات ، أو الحبات على الدوانيق ، أو حبات الذهب على حبات الفضة ، أو حبات العراق على حبات فارس وخراسان والشام ، أو أنصاف أو ثلاث على حبات ودوانيق ، أو غير ذلك من أجناس الكسور التي الحاجة اليها والى معرفتها ضرورية ، فقل من ترى ممن يعرفه · وأكثرهم اذا سئلوا يجبرون ، واذا أجابوا أخطأوا · ولو رجعوا الى معنى القسمة على ما ذكرنا سهل عليهم ذلك وظهر عن قرب · فان معنى قولنا نقسم عشرين على خمسة ، كما تقدم ذكره ، أنه اذا كان لخمس نفر عشرون درهماً ، كم يكون لواحد منهم ؟ كذلك نقول في قسمتنا نصفاً على خمس انه اذا كان لخمس : نصف ، فكم يكون لواحد ؟ فيكون درهمين ونصف(١٢) ، لأن المطلوب في القسمة يكون أبداً : ما نصيب الواحد ؟

وكذلك نقول في قسمتنا ثلاث حبات على حبتين انه اذا كان لحبتين ثلاث حبات ، كم يكون لواحد ؟ فيقال انه درهم ونصف · فيكون الذي يخرج من قسمة نصف على خمس درهمين ونصفا ، والذي يخرج من قسمة ثلاث حبات على حبتين درهم ونصف ·

ولعل قائلا يقول : كيف يكون في معاملات الناس لخمس نصف ، أو لخمس ثلاث حبات ، حتى يكون معنى القسمة فيها ما ذكرتموه ؟ قلنا ان هذا هو أظهر من أن يحتاج أن يسأل عنه ، وذلك ان أكثر معاملات الشركاء في الضياع والعقار والاقطاعات هو على هذا السبيل ، فان الضيعة اذا كانت بين جماعة فقد يكون لواحد نصفها ، وللآخر خمسها ، وللآخر حبتان منها من درهم ، وللآخر ثلاث حبات · فاذا قسم

الارتفاع[١٣] [٣١ و] بينهم فقد يجوز أن يصيب لمن له الخمس نصف درهم ، ولمن له الحبتان ثلاث حبات • فيسأل صاحب الدليل عن الارتفاع الذي قسم بين الملاك ويقول له : كم كان أصل الارتفاع حتى أصابني ثلاث حبات ؟ فيقال له انه كان درهماً ونصفاً • وكذلك نقول لصاحب الخمس لما أصابه النصف أن أصل الارتفاع الذي هو للواحد كان درهمين ونصفاً • وهذا واضح بين • فلما علم الحساب ذلك ، أسقطوا المعاملات وذكروا الحساب المحض على جهته ليكون أسهل على المبتدىء •

فأما شرح الكسور وتفصيلها وأبواب العمل في ضربها وقسمتها فانما يكون في الباب الرابع من هذه المنزلة ، ان شاء الله •

الفصل الثالث
في تفصيل أنواع الضرب

فاذ قد تبين ما قدمنا ذكره من معنى الضرب والقسمة فينبغي أن نذكر أنواعها وما ينقسم اليه كل واحد منها ، ليكون الحاسب اذا وردت عليه مسئلة رجع فيها اليه واعتمد على أصله ، اذا علم من أي نوع هي •

فنقول أن الضرب ينقسم الى ثلاثة أنواع بسيطة (يتركب عنها ثلاثة آخر) ، وليس يمكن أن يوجد للضرب نوع آخر سوى هذه الستة أنواع التي أنا ذاكرها ان شاء الله •

النوع الأول من الأنواع البسيطة ، فهو ضرب الصحاح في الصحاح ، وذلك مثل سبعة في ستة ، ومثل أربعة وثلاثين في سبعة وعشرين •

وعلى هذا النوع نعتمد في سائر أنواع الضرب والقسمة • ومن كان درباً فيه مرتاضاً في استعماله (سهل عليه الباقي) لأن كلها اليه يرجع وعنه يتركب وعليه المعول كما سنبين في مواضعه ان شاء الله •

والنوع الثاني من الانواع البسيطة هو ضرب الكسور في الكسور ،

وذلك مثل نصف وربع في خمس وسدس ، ومثل ثلث وسبع في ثمن وتسع •

والنوع الثالث من الانواع البسيطة [٣١ظ] هو ضرب الصحاح في الكسور ، وذلك مثل سبعة عشر في نصف وثلث ، ومثل خمسة عشر في خمس وتسع •

فأما الأنواع المركبة من هذه فهي ثلاثة • فالأول منها هو ضرب الصحيح والكسور في الصحيح ، وذلك مثل أربعة عشر وثلث سبع في سبعة عشر ، ومثل خمسة وعشرين في ثلاثة وعشرين ونصف وربع •

وأما النوع الثاني من الأنواع المركبة فهو ضرب الصحاح والكسور في الكسور ، وذلك مثل خمسة عشر وثلث في خمس وسدس ، ومثل سبعة عشر في ربع وتسع وعشر •

والنوع الثالث من الأنواع المركبة فهو ضرب الصحاح والكسور في الصحاح والكسور ، وذلك مثل :

ثمانية عشر ونصف وثلث	في	خمسة عشر وثلث وربع	ومثل	اربعة وثمانين وخمسة اتساع	في	ثلاثة وسبعين وتسع عشر

فيصير سائر أنواع الضرب ستة لا تتجاوزها ولا يزيد عليها • ونحن نذكر أصول كل واحد منها ونورد عليها أمثلة نصور ذلك بها عن قرب ان شاء الله •

الفصل الرابع
في تفصيل أنواع القسمة

ان القسمة تنقسم الى أربعة أنواع بسيطة يتركب عنها خمسة أنواع أخر ، وليس يمكن أن يوجد للقسمة نوع آخر سوى هذه •

أما النوع الأول من الأنواع البسيطة للقسمة فهو قسمة الأعداد الصحاح بعضها على بعض • وذلك مثل قسمة عشرين على أربعة عشر ، ومثل سبعة عشر على أربعة وعشرين [٣٢و] وهذا النوع هو مقابل للنوع

الأول من أنواع الضرب ، والحاجة اليه في سائر الأنواع الباقية من الضرب والقسمة كالحاجة الى النوع الاول من أنواع الضرب ، كما سنبين في موضعه ان شاء الله ·

النوع الثاني من أنواع القسمة وهو قسمة الكسور ، وذلك مثل قسمة أربعة أسباع على خمسة أتساع ، ومثل قسمة نصف وثلث على ربع خمس ·

وهذا النوع هو مقابل للنوع الثاني من الانواع البسيطة للضرب ·

والنوع الثالث من الانواع البسيطة هو قسمة العدد الصحاح على الكسور ، مثل قسمة أربعة وعشرين على خمسة وسدس ؛ ومثل قسمة سبعة وعشرين على ثلث وربع ·

والنوع الرابع من الانواع البسيطة للقسمة هو قسمة الكسور على الصحاح ، وذلك مثل قسمة أربعة أخماس على ثمانية وعشرين ومثل قسمة ثلث وتسع على أربعة وعشرين ·

وهذان النوعان هما مقابلان للنوع الثاني من الانواع البسيطة للضرب·

فأما النوع الأول من الانواع المركبة للقسمة فهو قسمة العدد الصحيح والكسور على العدد الصحيح ، وذلك مثل قسمة خمسة عشر (و···) على أربعة وعشرين ، ومثل قسمة سبعة عشر ونصف وثلث على ستة عشر ·

والنوع الثاني من الانواع المركبة فهو قسمة الصحاح على الصحاح والكسور ، وذلك مثل قسمة أربعة وعشرين على سبعة وخمسة أسباع ومثل قسمة اثني عشر على ثلاثة وعشرين وثلث ·

وهذان النوعان هما مقابلان للنوع الأول من الانواع المركبة للضرب ·

والنوع الثالث من الانواع المركبة للقسمة وهو قسمة الصحاح والكسور على الكسور ، وهو مثل قسمة ثلاثة عشر وربع سدس على خمس وسدس ، ومثل قسمة أربعة وعشرين وثمن سبع على أربعة أتساع·

والنوع الرابع من الأنواع المركبة للقسمة هو قسمة الكسور على

الصحاح والكسور ، وذلك مثل قسمة نصف وثلث على ستة وثلاثة أسباع ، ومثل قسمة خمس وسبع على اثني عشر وخمسة أسداس ·

وهذان النوعان أيضاً هما مقابلان للنوع الثاني من الانواع المركبة للضرب ·

والنوع الخامس من الانواع المركبة للقسمة هو قسمة الصحاح والكسور على الصحاح والكسور ، وذلك مثل سبعة عشر وثلاثة أرباع على اثنين واربعة أسباع · وهذا النوع هو مقابل للنوع الثالث من أنواع الضرب ·

وانما أوردنا المقابلات في هذا الموضع ليكون ذكرها في موضع واحد ، فان كل واحد منهما من جنس الآخر ، والعمل فيهما قريب بعضه من بعض ، فصار جميع أنواع الضرب والقسمة خمسة عشر نوعاً تشتمل عليها ست مقابلات ·

ونحن نوضح أبوابه وحسابه في مواضعه ان شاء الله ·

الباب الثاني
في ضرب الأعداد الصحاح وقسمتها
وهو ثمانية فصول
الفصل الأول ×
في مراتب الأعداد وتواليها وترتيب عقودها

وقد بينا في ما أثبتناه في شرح كتاب محمد بن موسى الخوارزمي في صناعة [٣٣و] الجبر والمقابلة(١٤) من أصول الاعداد وتركيبها وأنواع مراتبها ما فيه مقنع · والذي ينبغي أن نذكر في هذا الموضع جمل مما لا بد منه للكاتب ولا يسع الناظر في حساب المعاملات التغافل عنه فنقول : ان الواحد هو أصل لسائر الاعداد ، وعنه تتولد ، واليه تنحل · والذي يتركب عنه ثلاث مراتب وتسع عقود ·

أما المراتب فهي : آحاد عشرات مئون(١٥)

وأما العقود فهي : واحد واثنان وثلاثة الى تسعة(١٦) ·

وليس في سائر أنواع الحساب شيء سوى هذه ، واليها ترجع كلها ، ومن حفظها وارتاض بها في العمل وصارت له دربة في التصرف فيها ، استغنى عن حفظ باقيها ، ولم يحتج الى شيء آخر سواها ، كما سنبين ان شاء الله ·

فأما الألوف فهي مرتبة أولى تقوم مقام الآحاد ، وان عشرات الالوف تقوم مقام العشرات ، وان مئي الالوف تقوم مقام المئين · وذلك ثلاث مراتب مثل الآحاد والعشرات والمئين · ثم نبتدىء بثلاث مراتب أخر مثل التي تقدم ذكرها وهي ألوف الألوف وعشرات الوف الألوف ومئين الوف الالوف · ثم تتضاعف المراتب ثلاثاً ثلاثاً الى ما لا نهاية له ولا أمد

× هنا يبدأ م ·

لآخره · وان المراتب الاول التي هي الآحاد والعشرات والمئين تقوم مقام المراتب الباقية وتنوب عنها ويكون حكمها حكمها في جميع [٣٣ظ] أعمالها ·

وانما جعلت الألوف بدلا من الآحاد لأن كل مرتبة من مراتب الاعداد فهي مركبة من التسعة الآحاد التي هي من واحد الى تسعة · ألا ترى أنها تسقط في ما بعد الألوف من المراتب ولا تذكر الا في تفصيلها : مثل خمسة ألف ، وسبعين ألف ، فان الخمسة والسبعة ذكرتا في تفصيل الالوف وعشرات الالوف · وانما جعلت المراتب على ما ذكرنا لحاجتهم اليها في كل واحد منها الى الآحاد ، فان كل واحد منها يقوم مقام واحد من عقود المراتب الباقية · ألا ترى أن خمسة في الآحاد تقوم مقـام الخمسين في العشرات ، والخمس مائة في المئين ، والخمسة ألف في الالوف ، والخمسين ألف في عشرات الالوف ، وكذلك في ما بعد ؟ وكذلك الستة تقوم مقام الستين والستمائة والستة ألف ·

فقد ظهر أن الالوف ليست مرتبة رابعة للاعداد ، كما يعتقدها جماعة من الحساب ودونوا ذلك في كتبهم ، وتبين غلطهم في ذلك · وانما جعلت نائبة عن الآحاد التي هي أصل المراتب ، كما أن الواحد هو أصل لسائر الأعداد ، وكما أن العشرة والمائة ينوبان عن الواحد ، فان كل واحدة منها هي واحد من مرتبتها ولا يذكر الواحد عندها ، كذلك الالوف هي نائبة عن الآحاد ولا تذكر بعدها فاذا كانت الآحاد والعشرات والمئون تقوم مقام سائر المراتب ، وتفصيل الآحاد التي هي العقود تقوم مقام آحاد تلك المراتب دل ذلك على أن من حفظ هذه المراتب وارتاض في هذه العقود سهل عليه حفظ [٣٤و] ما فيها ان شاء الله ·

فاذ قد تبين ذلك فانا اذا أردنا أن نعرف المراتب على الولاء أضفنا الى الثلاث مراتب الاولى التي هي الآحاد والعشرات والمئون ، لفظة ألوف ، وضاعفناها أبداً ، فيحصل لنا سائر المراتب متوالية من غير أن يشذ

منها شيء ، كما قد وضعناها في هذا التفصيل :

آحاد	عشرات	مئون
الوف	عشرات الوف	مئون الوف
الوف الوف	عشرات الوف الوف	مئوها
الوف الوف الوف	عشراتها	مئوها
الوف الوف الوف الوف	عشراتها	مئوها
الو الوف الوف الوف الوف	عشراتها	مئوها

وكذلك تنساق المراتب بعدها ، من غير أن يسقط منها شيء أو يخل ، ان شاء الله ·

الفصل الثاني

في استخراج أسماء المراتب وأعدادها

ان الحاجة شديدة الى معرفة أسماء المراتب واعدادها ، في ضرب المراتب الكثيرة بعضها في بعض ، وبمعرفتها يسهل كثير من الاعمال ، فاذا أردنا ذلك فينبغي أن نسقط من العدد الذي لتلك المرتبة : واحداً أبداً ، ونأخذ مما يبقى ، لكل ثلاثة لفظة من ألفاظ الالوف ، وما يبقى لا يتم ثلاثة ، فهو عشرات ومئون مضافة الى تلك الالوف ، فان كان الباقي واحداً فهو عشرات ، وان كان اثنين فهو مئون ·

مثال ذلك [٣٤ظ] انا أردنا أن نعرف اسم المرتبة الثانية عشر من المراتب المتوالية من الآحاد : أسقطنا من الاثني عشر واحداً ، وأخذنا مما بقي لكل ثلاثة : لفظة ألوف ، فكان لتسعة : ثلاث مرات ألوف ، وبقي اثنان ، وهما المئين ، فقلنا أن المرتبة الثانية عشرة من مراتب الاعداد هي مئو الوف ألوف ألوف ·

وكذلك لو أردنا أن نعلم اسم المرتبة السادسة عشر : أسقطنا من الستة عشر : واحداً ، وأخذنا لما بقي من كل ثلاثة : لفظة ألوف ، فكان اسم المرتبة السادسة عشر من الآحاد : ألوف ألوف ألوف ألوف ألوف ،

خمس مـرات ، وكـذلك اسـم المرتبـة الثـالثة والعشرين : عشرات ألوف الوف ألوف ألوف ألوف ألوف ألوف ، سبع مرات ·

فان كان اسم المرتبة لنا معلوما ، وأردنا أن نعلم كم بعدها من الآحاد وأي شيء لها من الاعداد : ضربنا ألفاظ الالوف في ثلاثة ، وزدنا على ما اجتمع واحداً أبداً · فان لم يكن في اسم المرتبة عشرات ولا مئون ، فان الذي حصل هو عدد تلك المرتبة من الآحاد ، وان كان في اسـم المرتبـة عشرات أو مئون ، أضفنا الى ما اجتمع معنا : للعشرات واحداً ، وللمئين اثنين ، فما حصل بعد ذلك فهو بعد تلك المرتبة من الآحاد ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نعلم المرتبة التي اسمها عشرات ألوف الوف الوف ، أي مرتبة هي وكم بعدها من الآحاد : ضربنا ألفاظ الالوف التي في المرتبة ، وهي ثلاث مرات ألوف ، في ثلاثة ، وزدنا على ما اجتمع : واحداً ، فصار عشرة ، واضفنااليها للعشرات : واحداً ، فبلغ احد عشر ، فقلنا أن عشرات ألوف ألوف ألوف هي المرتبة الحادية عشرة ، من الآحاد · على هذا القياس نستخرج أسماء المراتب ·

الفصل الثالث (١٧)

في ضرب المراتب بعضها في بعض

[٣٥و] ينبغي أن نعلم أن الآحاد في أي مرتبة ضربت لم تغير تلك المرتبة عن حالها ، وذلك أن الآحاد ان ضربت في الآحاد ، كانت آحاداً ، وان ضربت في العشرات كانت عشرات ، ويكون كل واحد منها عشرة ، وكل عشرة منها مائة ؛ وان ضربت في المئين ، كانت مئين ، وكذلك في سائر المراتب ·

والعشرات في أي مرتبة ضربت ، كان الذي يحصل من المرتبة التي تليها · وذلك أن العشرات ان ضربت في مئين ألوف ، كانت ألوف الوف ، وهي المرتبة التي تلي مئين ألوف ·

وأما المئون فانها اذا ضربت في مرتبة من المراتب كان الذي يحدث من الضرب ثالث تلك المرتبة · فانها ان ضربت في الالوف كانت مئين ألوف ، وهي المرتبة الثالثة من الالوف ، وكذلك في سائر المراتب ·

وجه كلي في ضرب المراتب بعضها في بعض

فاذا أردنا أن نعرف ما يحصل من ضرب المراتب بعضها في بعض ، بأصل يعول عليه في سائر الاوقات ، فانا نعد من الآحاد الى أقرب المرتبتين منها ، ثم ما يحصل من العدد نعد مثلها من أبعد الناحيتين في خلاف جهة الاحاد ، فما بلغ اليه العدد فهو ما يحصل من ضرب تلك المراتب بعضها في بعض ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نضرب مئين في عشرات ألوف : عددنا من الاحاد الى أقرب المرتبتين اليها ، وهي مئون ، فكانت ثلاث مراتب ، وهي آحاد [٣٥ظ] وعشرات ومئون · ثم عددنامن عشرات ألوف ثلاث مراتب ، وهي عشرات ألوف ، مئو ألوف ، ألوف ألوف ، فبلغ العدد الى ألوف الوف ، وهي ما يحصل من ضرب المئين في عشرات ألوف ·

وكذلك ان أردنا أن نضرب عشرات في عشرات ألوف ألوف عددنا من عشرات ألوف ألوف مرتبتين ، وذلك مثل ما بين الآحاد والعشرات من المراتب ، فبلغ العدد الى مائتين الوف ألوف ، وهي المرتبة الحاصلة من ضرب العشرات في عشرات ألوف ألوف · وكذلك نعمل في ضرب جميع المراتب بعضها في بعض ·

وجه ثان في ضرب المراتب بعضها في بعض ، على مذهب الكتاب

قد تقدم لنا أن مراتب الاعداد ثلاثة ، وهي آحاد وعشرات ومئون ، وانها تتركب وتتضاعف بثلاث مراتب أخر ، وهي (آحاد) وعشرات ومئون ألوف ، فاذا أردنا أن نضرب شيئاً من المراتب المركبة من هذه بعضها في بعض ، فانا نجمع ما فيها من ألفاظ الالوف ناحية ، ثم نضرب

العشرات والمئين التي في احدى الناحيتين في العشرات والمئين التي في الناحية (الاخرى ، فما حصل نضمه الى ما عزلناه ناحية ، فما اجتمع فهو ما يحصل من ضرب المراتب بعضها في بعض ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نضرب مئي ألوف في عشرات ألوف ألوف ، جمعنا ما فيها من ألفاظ الالوف وعزلناها ناحية ، وهي ثلاث مرات ألوف [٣٦و] ثم ضربنا المئين في العشرات فكان ألوفاً ، وأضفناها الى ما عزلناها ناحية ، فكان ألوف ألوف ألوف ألوف ، أربع مرات ، وهي ما يكون من ضرب مئي ألوف في عشرات ألوف ألوف ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب عشرات ألوف في عشرات ألوف ألوف ضربنا العشرات في العشرات فكان مئين ، فأضفناها الى ما في الناحيتين من ألفاظ الالوف فصارت مئي ألوف ألوف ألوف ، وهي ما يكون من عشرات ألوف في عشرات ألوف ألوف ·

فان كان في احدى الناحيتين ألوف ، ولم يكن فيها عشرات ولا مئون ، أو كان في الناحيتين جميعاً ألوف فقط ، أضفنا ألفاظ احدى الناحيتين الى ألفاظ الناحية الأخرى ، فما حصل منها كان المجتمع من ضرب تلك المراتب بعضها في بعض ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نضرب عشرات ألوف ألوف في ألوف ألوف : أضفنا الألفاظ التي في الناحيتين جميعا الى بعض فكان الحاصل منها عشرات ألوف ألوف ألوف ألوف · وهي ما يكون من ضرب عشرات ألوف ألوف في ألوف ألوف ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب ألوف ألوف في ألوف ألوف ألوف أضفنا ألفاظ الالوف بعضها الى بعض فصارت ألوف ألوف ألوف ألوف ألوف ، خمس مرات · وهي ما تكون من ضرب ألوف ألوف في ألوف ألوف ألوف ·

وعلى هذا السبيل ينبغي أن يكون ضرب سائر المراتب بعضها في بعض·

وقد [٣٦ظ] نشبه ضرب مراتب الكسور بعضها في بعض بهذه · فانا اذا أردنا أن نضرب شيئاً من مراتب الكسور بعضها في بعض نسبنا

ألفاظ أحد الكسرين من ألفاظ الكسر الآخر . وذلك أ نالارباع اذا أردنا أن نضربها مثلا في اتساع نسبنا أحدهما من الآخر فيصير أرباع أتساع . وهي ما يكون من ضرب الارباع في الاتساع .

والفرق بينهما اننا في الكسور ينبغي أن ننسب أحدهما من الآخر ، وفي مراتب الاعداد ينبغي أن نجمع بينهما .

ونحن نبين ذلك في المواضع الاخص به ان شاء الله .

الفصل الرابع

في قسمة المراتب بعضها على بعض

قد تقدم لنا في هذا الكتاب أن مراتب الاعداد ثلاثة ، وانها تنقسم على تسعة عقود ، وان جميع أنواع الضرب والقسمة ترجع اليها . وظهر ذلك في ضرب المراتب بعضها في بعض . وينبغي أن نبين ذلك في القسمة أيضاً فنقول :

ان من أراد أن يعلم قسمة المراتب بعضها على بعض فسبيله أن يحفظ قسمة التسعة عقود بعضها على بعض حفظ من لا يتوقف في جواب ما يسأل منها ، ويرتاض فيها رياضة تامة . فاذا فعل ذلك وسهل عليه التصرف فيها فينبغي أن يعلم بعد ذلك أن المراتب المتساوية اذا قسمت بعضها على بعض كان الذي يخرج من القسمة آحاداً أبداً ، أعني أن كل واحد مما يخرج من القسمة يكون واحداً : فان العشرات اذا قسمت على العشرات كانت آحاداً ، والمئون اذا قسمت [٣٧و] على المئين كانت آحاداً ، وكذلك الالوف على الالوف ، وعشرات الالوف على عشرات الالوف ، فان الذي يخرج من القسمة في جميع ذلك يكون آحاداً ألا ترى انا متى قسمنا ثمانين على أربعين ، أو ثمانمائة على أربعمائة ، أو ثمانية الف على أربعة ألف ، كان الذي يحصل من القسمة في جميع ذلك اثنين ؟

وأيضاً أن كل مرتبتين متتاليتين قسمت العليا منهما على السفلى فان

الحاصل من القسمة يكون عشرات ، كل واحد يكون منهما عشرة ، وكل عشرة مائة . وان قسمت السفلى منهما على العليا كان الذي يخرج من القسم أعشاراً ، كل عشرة منها تكون واحداً .

مثال ذلك المئون والالوف ، وهما مرتبتان متتاليتان ، وليس بينهما أخرى . ومتى قسمت الالوف ، وهي المرتبة العليا ، على المئين وهي المرتبة السفلى ، كان الذي يخرج من القسم عشرات . وان قسمت المئين على الالوف كان الذي يخرج من القسم أعشاراً .

وأيضاً فان كل مرتبتين بينهما مرتبة ، قسمنا العليا منهما على السفلى فان الذي يخرج من القسم يكون مئين ، ويكون كل واحد منها مائة . وان قسمنا السفلى على العليا فان الذي يخرج من القسم يكون أجزاء من مائة ، ويكون كل مائة منها واحداً ، وكل واحد عشر عشر واحد وهو ثلاثة أخماس عشر .

مثال ذلك الالوف والعشرات ، وبينهما مرتبة واحدة وهي المئون ، فاذا قسمنا العليا منهما ، وهي الوف ، على السفلى ، وهي [٣٧ظ] عشرات، كان الذي يخرج من القسم مئين . وان قسمت عشرات على الوف كان كل واحد منها عشر عشر واحد .

وجه كلي في قسمة المراتب بعضها على بعض

فاذا أردنا أن نقسم مرتبة على مرتبة فينبغي أن نعد من احدى المرتبتين الى الاخرى فما حصل من العدد نعد مثلها من الاحاد فما انتهى اليه العدد من المراتب فهي المرتبة التي تحدث من القسمة ، ثم ان كان المقسوم المرتبة العليا والمقسوم عليه المرتبة السفلى كان الذي يخرج من القسمة المرتبة التي انتهى اليها العدد . وان كان بالعكس من هذا كان الذي يخرج من القسمة أجزاء من تلك المرتبة .

مثال ذلك : انا أردنا أن نقسم ألوف ألوف على مئين ، عددنا المراتب

التي من المئين الى ألوف ألوف فكان خمس مراتب وهي مئون والوف وعشرات الوف ومئو ألوف والوف الوف · فاذا عددنا من الاحاد خمس مراتب انتهى العدد الى عشرات ألوف فقلنا أن الذي يخرج من قسمة ألوف الوف على مئين هو عشرات الوف · فان كان المقسوم المئين والمقسوم عليه ألوف ألوف كان كل واحد منها هو عشر عشر عشر عشر واحد ·

وجه ثان في قسمة المراتب بعضها على بعض ، على مذهب الكتاب

ان كتاب زماننا اذا أرادوا أن يقسموا مراتب الاعداد بعضها على بعض طلبوا مرتبة اذا ضربت في المرتبة السفلى كانت منها المرتبة العليا · فاذا وجدوا ذلك ، فان كان المقسوم المرتبة العليا كانت المرتبة الموجودة هي التي تخرج من القسم ·

مثال ذلك انا اذا أردنا أن نقسم مئي ألوف على مئين طلبنا مرتبة يكون مضروبها في المئين مائتي ألوف ، فوجدناها ألوفاً ، فقلنا أن مئي ألوف اذا قسمت على مئين كان الذي يخرج من القسم ألوفاً · فان كان المقسوم مئين واردنا أن نقسمها على مئي ألوف كان الذي يخرج من القسم أجزاء من ألوف ، وكل ألف منها واحداً ، وكل ستة عشر وثلثين منها عشيراً ، وكل واحد منها ثلاثة أخماس عشر عشير ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم عشرات ألوف على مئتي ألوف الوف طلبنا مرتبة اذا ضربناها في عشرات الوف كانت مئتي ألوف ألوف ، فوجدناها عشرات الوف ، فقلنا أن عشرات ألوف اذا قسمت على مئي ألوف الوف كان الخارج من القسم أجزاء عشرات ألوف ، ويكون كل عشرة ألف منها واحداً ، وكل واحد ثلاثة أخماس عشر عشر عشير ·

فان كان المقسوم مئي ألوف ألوف على عشرات ألوف كان الذي يخرج من القسم عشرات ألوف ، كل واحد عشرة ألف ·

الفصل الخامس

في ضرب عقود المراتب بآحادها بعضها في بعض

فاذا أردنا ذلك ضربنا عدد العقود بعضها في بعض ، فما حصل من الضرب أخذنا لكل واحد منها واحداً من المرتبة الحادثة من ضرب المرتبتين احداهما في الأخرى ، فما كان فهو الذي يحصل من الضرب ·

مثال ذلك : أنا اذا أردنا أن نضرب ثلاثين في أربع مائة ضربنا ثلاثة في أربعة ، فكان اثني عشر ، وأخذنا لكل واحد ألفا لأن العشرات في المئين تكون ألوفا ، فيصير الحاصل من ضرب ثلاثين في أربع مائة اثني عشر ألفاً ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب تسعين ألفاً في خمسمائة ضربنا تسعة في خمسة فكان خمسة وأربعين ألف ألف ، وهو ما يحصل من ضرب تسعين ألفا في خمس [٣٨ ظ] مائة · وهذا بابه وحسابه ·

الفصل السادس

في قسمة عقود المراتب وآحادها بعضها على بعض

فاذا أردنا ذلك قسمنا الآحاد بعضها على بعض ، وأخذنا لكل واحد مما يخرج من القسمة واحداً مما يحصل من قسمة المرتبتين احداهما على الأخرى ·

مثال ذلك : أنا اذا أردنا أن نقسم سبعة ألف على ثلاثمائة ، قسمنا سبعة على ثلاثة فحصل من القسمة لكل واحد اثنان وثلث ، وهو عشرات ، فصار ثلاثة وعشرين وثلث ، وهو ما يكون من قسمة سبعة ألف على ثلاثمائة ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم سبعين على ثلاثة ألف قسمنا سبعة على ثلاثة فخرج من القسم اثنان وثلث ، وأخذنا لكل واحد منها عشر عشر واحد ، فيكون الذي يصيب الواحد من قسمة سبعين على ثلاثة ألف : خمس عشر وثلث عشر عشر ، وهو عشير وخمسا عشير · وهذا بابه وحسابه ·

الفصل السابع

في ضرب المراتب الكثيرة بعضها في بعض (١٨)

فاذا اردنا أن نضرب مراتب كثيرة بعضها في بعض ، فينبغي لنا أن نضرب عدد ما في احدى الناحيتين من المراتب في عدد ما في الناحية الأخرى من المراتب ، فما يحصل من الضرب هو عدد ما يقع فيه من الضرب . وانما نفعل ذلك أولا لنتحرر من غلط يجري في الحساب أو سهو يعرض لمن يحسب . ثم نبتدىء بأخذ أعلى المراتب التي في احدى الناحيتين ، ونضربها في آحاد جميع المراتب التي في الناحية الأخرى ، ونحفظها ناحية . ثم نضرب آحاد المراتب التي تليها من تلك الناحية في جميع المراتب التي في الناحية الأخرى . ولا نزال نفعل ذلك ونحفظ كل ما يحصل من الضرب الى أن نأتي على ضرب جميع المراتب التي في تلك الناحية . ثم نجمع ذلك كله ، ونزيد كل مرتبة على مرتبتها [٣٩و] فما اجتمع فها ما يكون من ضرب تلك المراتب بعضها في بعض .

مثال ذلك انا اردنا أن نضرب ستة واربعين في ثمانية وعشرين : ضربنا عدد المراتب بعضها في بعض فكان اربعة ، لأنها مرتبتين في مرتبتين ، وهو عدد ما يقع فيها من الضرب .

ثم نبتدىء فنضرب أربعين في عشرين ، فيكون ثمانمائة ، وفي ثمانية فيكون ثلاثمائة وعشرين ، فنحفظه . ثم نضرب الستة في عشرين فيكون مائة وعشرين وفي ثمانية فيكون ثمانية واربعين . ثم نجمع ذلك كله فيكون الف ومائتين وثمانية وثمانين . وهو ما يحصل من ضرب ستة واربعين في ثمانية وعشرين .

فهذا هو أصل الضرب . ونحن سنبين وجوه الاختصار في بابه ان شاء الله .

وكذلك لو أردنا أن نضرب ثلاثمائة واربعة وعشرين في خمسة وتسعين ، علمنا انه يحتاج فيها الى ست ضربات ، لأنها ثلاث مراتب في مرتبتين . ثم ابتدأنا فضربنا ثلاثمائة في تسعين ، فكان سبعة وعشرين الفا ، ثم ضربناه في خمسة فكان الفا وخمسمائة ، فحفظناه . ثم ضربنا العشرين

في تسعين فكان الفا وثمانمائة ، ثم ضربناها في خمسة فكان مائة . فحفظناه أيضا . ثم ضربنا الأربعة في تسعين فكان ثلاثمائة وستين ، وضربناها في خمسة فكان عشرين . فذلك ست ضربات . ثم جمعنا ذلك كله فكان الفا وسبعمائة وثمانين ، وهو ما يكون من ضرب ثلاثمائة واربعة وعشرين في خمسة وتسعين . وهذا بابه وحسابه .

وجه في ضرب المراتب الكثيرة بعضها في بعض ، على مذهب الكتاب

فاذا كثرت المراتب ، ولم يمكن أن نضبط ذلك باليد ، فان فيه طريقتين ، احداهما كان يستعملها الكتاب في دواوين الخراج وذهب نظامه من ايديهم ، وبقي نوع الضرب . حتى انهم اذا ارادوا أن يعملوا به خلطوا في كتابتها فيلحقهم في ذلك غلط كثير ، ويحتاجون أن يرجعوا فيه ويعيدوا الضرب ، ويتعبون . [٣٩ ظ] فاذا حفظ نظام هذا النوع من الضرب امنوا من غلط يجري في ضربهم الأعداد الكثيرة بعضها في بعض .

والطريق الثاني يمكن أن يستعمل في بعض الأعمال النجومية وأعمال الخراج والدواوين وما لا يمكن ان يضبط باليد والقلب ، وهو اقرب وأحسن ، ومن كان به دربا سهل عليه سائر أنواع الحساب ولم يبال بالمراتب كثرت أو قلت .

ونحن نذكر الطريقين جميعاً في هذا الكتاب ، ونبتدىء بما كان يستعمله الكتاب خاصة ، فنقول :

انا اذا أردنا أن نضرب مراتب كثيرة بعضها في بعض فينبغي أن نسلك فيها المسلك الذي نبينه في هذا المثال :

وذلك انا أردنا أن نضرب سبعة ألف وثمان مائة وسبعة وخمسين في ثلاثة ألف وأربعمائة وخمسة وتسعين :

لم يكن بد لنا من ستة عشر ضربة ، وذلك أنها أربع مراتب في أربع مراتب . ثم نبتدىء بالسبعة ألف ونضربها في ثلاثة فيكون أحد وعشرين ألف ألف ، وفي أربع مائة فيكون ألفي ألف وثمانمائة ألف ، وفي تسعين فيكون ستمائة ألف وثلاثين ألفاً ، وفي خمسة فيكون خمسة وثلاثين ألفاً .

ونكتبه مفصلا على هذه الصورة ، كل شيء مع جنسه ، لئلا يختلط :

احد وعشرين الف الف   ثمان مائة الف   ثلاثين الف   خمسة الف
الفي الف   ستمائة الف   ثلاثين الف

ثم نضرب الثمان مائة في ثلاثة الف فيكون الفي الف واربع مائة الف ، وفي اربع مائة فيكون ثلاثمائة وعشرين الفاً ، وفي تسعين فيكون اثنين وسبعين ألفا ، وفي خمسة فيكون أربعة ألف • ونضيف ذلك الى ما حصل، محفوظا كل شيء مع جنسه ومن مرتبته • فيصير ما كتبناه في التفصيل على هذه الصورة :

احد وعشرين الف الف   ثمان مائة الف   ثلاثين الف   خمسة الف
الفي ألف   ستمائة الف   ثلاثين الف   الفين
الفي ألف   أربع مائة الف   عشرين الف   اربعة الف
ثلاثمائة الف   سبعين الف

[٤٠و] ثم نضرب الخمسين في ثلاثة ألف فيكون مائة وخمسين ألفا ، وفي اربع مائة فيكون عشرين الفا ، وفي تسعين فيكون أربعة الف وخمس مائة ، وفي خمسة فيكون مائتين وخمسين • ونضيف ذلك أيضاً الى ما كتبناه ، كل شيء الى جنسه ، فيصير التفصيل على هذه الصورة :

احد وعشرين الف الف   ثمان مائة الف   ثلاثين الف   خمسة الف   خمس مائة
الفي ألف ألفي الف   ستمائة الف   ثلاثين الف   الفين   مائتين
اربع مائة الف   عشرين الف   اربعة الف
ثلاثمائة الف   سبعين الف   اربعة الف
مائة الف   خمسين الف
عشرين الف

ثم نضرب الستة أيضاً في ثلاثة الف فيكون ثمانية عشر الفا ، وفي اربع مائة فيكون الفين واربعمائة ، وفي تسعين فيكون خمس مائة واربعين ، وفي خمسة فيكون ثلاثين • ونضيف ذلك أيضاً الى ما حفظناه في التفصيل كل شيء مع جنسه ، فيصير التفصيل على هذه الصورة :

احد وعشرين الف الف   ثمان مائة الف   ثلاثين الف   خمسة الف   خمس مائة   خمسين
الفي الف الفي الف   ستمائة الف   ثلاثين الف   الفين   مائتين   اربعين
اربع مائة الف   عشرين الف   اربعة الف   اربع مائة   ثلاثين
ثلاثمائة الف   سبعين الف   اربعة الف   خمس مائة
مائة الف   خمسين الف   ثمانية الف
عشرين الف   الفين
عشرة الف

ثم نجمع ما في كل مرتبة ، ونبتدىء بالجمع من الآحاد ثم العشرات ، ثم ما بعدها • فاذا اجتمع اكثر من عشرة زيد على المرتبة التي فوقها من جنسها • فيصير ما في ألوف ألوف وعشراتها خمسة وعشرين ألفألف،وفي مئي ألوف وعشراتها ألفي ألف ومائتي ألف ، وفي عشرات ألوف وعشراتها مائتي وثلاثين ألفا ، وفي الالوف خمسة وعشرين ألفا ، وفي المائين ألف وستمائة [٤٠ ظ] وفي العشرات مائة وعشرين وليس في الآحاد شيء • فاذا اجتمع ذلك كله صار سبعة وعشرين ألف ألف وأربع مائة وستة وخمسين ألفا وسبع مائة وعشرين درهمـا • وذلك ما يكون من ضرب سبعة الف وثمان مائة وستة وخمسين في ثلاثة الف واربع مائة وخمسة وتسعين •

فاذا جرى أمر الضرب على ما رتبناه وضبط هذا الضبط لم يقع فيه شيء من الاختلاف والغلط ، وان كثرت المراتب •

الأصل الآخر في ضرب المراتب الكثيرة بعضها في بعض وهو اقرب مما تقدم ذكره[١٩] •

ينبغي أن نورد مثالا على هذا الطريق من المراتب القليلة ليقرب تصوره وتفهم طريقته ، ثم نذكر بعد ذلك مثالا على المراتب الكثيرة فنقول :

انا اذا اردنا أن نضرب عدداً كثير المراتب أو قليلها ، في مثلها ، أو في اعداد أكثر منها مراتب ، أو أقل ، فينبغي أن نكتب العددين جميعاً في سطرين ، ويثبت في كل مرتبة آحادها فقط ، ويكون ابتداء السطرين

بالمراتب العالية ، حتى يكون الانتهاء الى الآحاد ، مثل ما هو موجود في الألفاظ الفارسية ، فانهم لا يقدمون الآحاد على العشرات ، ولا العدد القليل على العدد الكثير ، كتقديم ذلك في اللغة العربية ·

ثم نبتدىء بأول عدد من أحد السطرين ونضربها في جميع الاعداد التي في السطر الآخر ، ويثبت ما يحصل في سطر ثالث على التوالي · ثم نضرب العدد الذي يلي الأول من ذلك السطر أيضاً في جميع الأعداد التي في السطر الآخر ، ونثبته في السطر الثالث ، ونجعل ابتداء [٤١ و] ما نثبته من العدد الثاني على الترتيب الذي كتبناه أولا · وكذلك نعمل بالأعداد الباقية ، الى أن نأتي على جميع الأعداد التي في ذلك السطر · فيحصل لنا من الضرب سطر مراتبه مثل مجموع مراتب السطرين او أقل منه بواحد ·

وان كانت مرتبة ليس فيها عدد رقمنا × فيها كما يفعله الكتاب في حساباتهم اذا خلا موضعه من الحساب ، ليحفظ المراتب ولا يتجاوزها فتختلط وتصير العشرات مئين ، أو المئين الوفا ·

ثم نجمع ما في كل مرتبة من مراتب السطر الثالث ، ونكتب آحاده في مواضعه ، وعشراته نجعلها آحادا ونزيدها على المرتبة التي قبلها · فما حصل بعد ذلك فهو ما يحدث من ضرب المراتب الكثيرة بعضها في بعض · وتكون أول المراتب هي المرتبة التي تحدث من ضرب أعلى المرتبتين اللتين في الناحيتين ، احدهما في الآخر ، وباقيها على تواليها الى أن تبلغ الى الآحاد ·

مثال ذلك : في مراتب قليلة ، اذا أردنا أن نضرب أربع مائة وتسعة وثمانين في سبعة وستين ، كتبنا العددين على هذه الصورة :

ستة	سبعة	
اربعة	ثمانية	تسعة

× في مفاتيح العلوم (ص ٣٩) الترقين خط يخط في التاريخ او العريضة اذا خلا باب من السطر ·

ثم ضربنا ستة ، وهو أول الأعداد من أحد السطرين ، وفي جميع الأعداد التي في السطر الآخر ، فكان ضربه في أربعة× : اربعة وعشرين ، وفي ثمانية× : ثمانية واربعين ، وفي تسعة× : اربعـــة وخمسين · وكتبناها في سطر على هذه الصورة :

[٤١ ظ]

اربعةوعشرين	ثمانيةواربعين	اربعة وخمسين

ثم ضربنا السبعة من هذا السطر في جميع الأعداد التي في السطر الآخر ، فكان ضربه في أربعة : ثمانية وعشرين ، وفي ثمانية : سبعـــة وخمسين ، وفي تسعة : ثلاثة وستين · واثبتناها في سطر رابع ، وجعلنا ابتداءه من العدد الثاني وتحته على ما جعلناه في هذا السطر :

اربعة وعشرين	ثمانية وأربعين	اربعة وخمسين	
	ثمانية وعشرين	ستة وخمسين	ثلاثة وستين

ثم نجمع ما في كل مرتبة ونثبت آحاده تحت تلك المرتبة في سطر رابع وعشراته جعلناها آحاداً وزدناها على ما في المرتبة التي قبله · فيكون ابتداؤنا بالجميع من آخر المراتب على الولاء الى أن نبلغ الى أول المراتب ، كما قد كتبناه في هذا السطر :

×× اربعة وعشرين		ثمانية وأربعين	اربعة وخمسين	
		ثمانية وعشرين	ستة وخمسين	ثلاثة وستين
	ثلاثة	ثمانية	احد عشر	ستة
ثلاثة	اثنين	سبعة	ستة	ثلاثة

فيكون آخر السطور ما قد حصل من الضرب ، وما فوقه ما يرتفع من كل مرتبة من عشراتها ويزاد على المرتبة التي قبلها ، فيصير جميع ما يحصل من الضرب اثنين وثلاثين الفاً وسبع مائة وثلاثة وستين [٤٢ و] وهو ما يكون من ضرب أربع مائة وتسعة وثمانين في سبعة وستين ·

فاذا اردنا أن نضرب ثلاثة وستين الفاً وسبع مائة واربعة وثمانين في

× في ل كتب هنا الاربعة والثمانية والتسعة بالارقام الهندية ·

× × في ل مكان هذه العملية فراغ ·

ثمانية الف وخمس مائة وتسعة وعشرين ، كتبناها في سطرين ، وقدمنا المراتب العالية ، على المراتب المنحطة ، الى أن يكون آخرها الآحاد ، وكتبنا من كل مرتبة آحادها ، على ما قد كتبت في هذين السطرين :

ثمانية خمسة اثنين تسعة

ستة ثلاثة سبعة ثمانية اربعة

فتكون الستة هو الستين الفا ، والثلاثة ثلاثة الف ، والسبعة سبع مائة ، والثمانية ثمانين ، والأربعة أربعة · وكذلك يكون في السطر الثاني الثمانية ثمانية الف ، والخمسة خمس مائة ، والاثنين عشرين ، والتسعة تسعة ·

ثم نبتدىء بأول الأعداد التي في السطر الآخر ، ونكتب ما يجتمع في سطر ثالث ناحية ، وليكن الابتداء في الضرب بالثمانية ، فيكون الذي يحصل من ضرب الثمانية في جميع أعداد السطر الآخر كما في هذا السطر :

ثمانية واربعين اربعة وعشرين ستة وخمسين اربعة وستين اثنين وثلاثين

ثم نضرب الخمسة من ذلك السطر أيضا في جميع الاعداد التي في السطر الآخر ، ونكتبها تحت السطر الثالث ، ويكون ابتداء الكتابة من المرتبة الثانية من السطر الثالث ، على ما هو في هذه الصورة في هـــذا التفصيل :

ثمانية واربعين اربعة وعشرين ستة وخمسين اربعة وستين اثنين وثلاثين

ثلاثين خمسة عشر خمسة وثلاثين اربعين عشرين

ثم نضرب الأثنين أيضا في جميع الأعـــداد التي في السطر الآخر ، ونضيفها [٤٢ظ] الى ما ثبت في السطر الثالث ، ونجعل ابتداءها تحت المرتبة الثالثة ، فيصير على هذه الصورة :

ثمانية واربعين اربعة وعشرين ستة وخمسين اربعة وستين اثنين وثلاثين

ثلاثين خمسة عشر خمسة وثلاثين اربعين عشرين

اثنا عشر ستة اربعة عشر ستة عشر ثمانية

ثم نفعل بالتسعة كفعلنا بما تقدم من الاعداد ، فيصير التفصيل على هذه الصورة :

ثمانية واربعين اربعة وعشرين ستة وخمسين اربعة وستين اثنين وثلاثين

ثلاثين خمسة عشر خمسة وثلاثين اربعين عشرين

اثنا عشر ستة اربعة عشر ستة عشر ثمانية

اربعة وخمسين سبعةوعشرين ثلاثةوستين اثنينوسبعين ستةوثلاثين

ثم نجمع ما في كل مرتبة منها ، ونكتب آحادها في تلك المرتبة ، وعشراتها نجعلها آحادا ومثيها عشرات ، ونزيده على المرتبة التي قبلها ، كفعلنا في المثال الأول · ونكتب عدده تحت مرتبته · وان كانت مرتبة ليس فيها عدد جعلنا في موضعه ترقينة ، كما قد جرت به عادة الكتاب · فيصير التفصيل× :

٤٨ ٢٤ ٥٦ ٦٤ ٣٢

— ٣٠ ١٥ ٣٥ ٤٠ ٢٠

— — ١٢ ٦ ١٤ ١٦ ٨

— — — ٥٤ ٢٧ ٦٣ ٧٢ ٣٦

خمسة ستة عشرة سبعةعشر اثناعشر عشرة ثمانية ثلاثة

خمسة اربعة —— واحد ثلاثة سبعة ثلاثة ستة

[٤٣ ظ] فصار : المراتب التي حصلت من الضرب مثل مجموع المراتب التي في الناحيتين ، وهي تسع مراتب · والذي حصل لنـا من ضرب أعلى المرتبتين في الناحيتين ، بعضهما في بعض ، كان عشرات الوف الوف ، وعشراتها تكون مئين الوف الوف · فاذا نسبناها وجمعناها كان الذي يحصل من الضرب خمس مائة الف الف واربعة واربعين الف الف وثلاثة عشر الفا وسبع مائة وستة وثلاثين ·

فاا ضبط الضرب على هذه الجهة التي ذكرناها لم يقع فيه زلل ولا غلط ، وتسهل سائر أجناسها · ولو مخافة التطويل لكنا أوردنا في هذا

× في ل ترك مكان هذا التفصيل فراغ · أما في م فقد ظهرت العملية كاملة مع « الترقينة » وهي بالشكل — ، وكتبت الاعداد بالكلمات : وقد آثرنا أن نكتبها هنا بالأرقام لضيق المسافة ·

الموضع جميع الانواع التي ينبغي أن تحفظ في هذا النوع من الضرب ، وما يجب أن يعمل في أبوابه · لكن الأنشغال بغيره أصلح لئلا يلحق الناظر فيه ضجر ، وان كانت الفائدة فيه كثيرة · ومن ضبط هذا النوع من الضرب استغنى عما كان يعتمد عليه أهل الهند في حسابهم في الأعمال النجومية وما لا يضبط باليد والقلب ، وكان ذلك أسهل عليهم من استعمال التراب والتخت والميل ، وليس كل موضع يوجد فيه تخت وتراب ، ولا كل انسان له به رياضة · وما ذكرنا يغني عن جميع ذلك ·

الفصل الثامن

في قسمة المراتب الكثيرة بعضها على بعض[٢٠]

نقول في هذا الفصل أن المبتدىء ينبغي أن يكون حافظا لقسمة ما دون كل مرتبة من العشرات على آحاده ، مثل قسمة ما دون الخمسين على خمسة ، وقسمة ما دون السبعين على سبعة ، وقد سهل حفظ ذلك على المبتدىء اذا كان حافظا لقسمة الآحاد بعضها على بعض ، وذلك أنه اذا حفظ كسور الآحاد كلها ، مثل تسع ما دون التسعة ، وثمن ما دون الثمانية ، وسبع ما دون السبعة ، وحفظ بعد ذلك الاعداد التي تتركب من كل واحد [٤٣ظ] منها ، مثل تسع ما يتركب من التسعة في التضعيف ، وهو ثمانية عشر ، وسبعة وعشرون ، وستة وثلاثون ، الى التسعين ، وكذلك ما يتركب من الثمانية بالتضعيف ، مثل ثمن ستة عشر ، وأربعة وعشرين ، واثنين وثلاثين الى الثمانين ، وكذلك في السبعة والستة ، وسائر الآحاد ، واحكم ذلك احكاما جيدا وحفظه ، سهل عليه جواب ما يسأل عنه من القسمة على الآحاد · الا ترى انه اذا سئل مثلا عن قسمة ستة وسبعين على تسعة ، وهو قد حفظ أن تسع أثنين وسبعين درهما ثمانية دراهم ، وان تسع الاربعة ثلث وتسع ، قال في الجواب بسهولة : ان تسع ستة وسبعين درهما ثمانية دراهم وثلث وتسع بلا توقف ؟

وكذلك ان سئل عن سبع خمسةواربعين ، وهو قد حفظ ان سبع اثنين واربعين ستة وان سبع ثلاثة : ثلث وثلثي سبع ، قال في جواب سبع خمسة واربعين انها ستة وثلث وثلثي سبع ·

وعلى هذا ينبغي ان تكون رياضة المبتدىء في القسمة ·

القسمة على الآحاد

فاذا احكم ذلك واراد بعده ان يقسم اعدادا كثيرة من مراتب كثيرة ، على الآحاد فسبيله ان ينظر ان كان كل واحد من المراتب عدد عقوده اكثر من الآحاد قسم كل واحد من المراتب على الآحاد حسب ما تقدم ذكره من قسمة المراتب ، ثم جمع ذلك كله ، فما حصل فهو ما يكون من قسمة تلك الاعداد على الآحاد · وان كان عدد عقوده أقل من الآحاد بسط العليامن جنس ما يليها من المراتب ، ثم يقسمها ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نقسم تسع مائة وسبعة وثمانين على ستة : قسمنا التسعة على الستة ، لأن عدد المئين أكثر من ستة ، فخرج من القسم واحد ونصف ، وهو مائة وخمسون [٤٤ و] ثم قسمنا السبعة والثمانين على ستة فكان اربعة عشر ونصفا ، واضفناها الى المائة والخمسين فصارت الجملة مائة واربعة وستين ونصفاً · وهو ما يصيب الواحد في قسمة تسع مائة وسبعة وثمانين على ستة ·

فاذا اردنا أن نقسم تسعة الف وثمان مائة وسبعة وثمانين على أربعة : قسمنا تسعة على أربعة فيكون اثنان وربع ، وهو الفان ومائتان وخمسون ، ثم قسمنا ثمانية على أربعة فكان أثنين وهو مائتان ، ثم قسمنا الثمانية على أربعة فيكون اثنين وهو عشرون ، ثم قسمنا السبعة على أربعة فكان واحداً ونصفاً وربعاً · ثم جمعنا ذلك كله فكان الفين واربع مائة واحد وسبعين ونصف وربع · وهو ما يكون من قسمة تسعة الف وثمان مائة وسبعة وثمانين على أربعة ·

فاذا اردنا أن نقسم ثلاثمائة وستة وعشرين على سبعة : بسطنا الثلاثمائة عشرات ، لان الثلاثمائة آحادها أقل من سبعة ، فكان مع العشرين : اثنين وثلاثين ، أخذنا سبعها فكان أربعة ، وهو أربعون ، لانهـا كانت مـن قسمـة العشرات على الآحـاد ، ونضيف مـا بقي ، وهو أربعة ، أعني اربعين ، الى الآحاد التي معنا ، وهو ستة ، فيصير ستة واربعين ، أخذنا سبعها ، فكان ستة وأربعة أسباع ، أضفنا ذلك الى ما كان معنا ، فصارت الجملة ستة واربعين واربعة اسباع ؛ وهو ما يخرج من قسمة ثلاثمائة وستة وعشرين على سبعة .

القسمة على العشرات

فاما ما يقسم على العشرات مفرداً فان الطريق فيه مثل ما تقدم ذكره :

مثال ذلك : انا أردنا أن نقسم أربعة الف وثلاثمائة على ثمانين : بسطناها عشرات ، لانها من قسمة مئين على عشرات ، وبينهما مرتبة واحدة ، فيكون ثلاثة وخمسين ونصف وربع ، وهو ما يصيب الواحد من قسمة اربعة الف وثلاثمائة على ثمانين .

وكذلك تكون القسمة على المئين مفرداً . فانا اذا أردنا أن نقسم أربعة وعشرين ألفا على أربع مائة قسمنا أربعة وعشرين على أربعة ، فخرج من القسمة ستة ، وهو ستون . وهكذا نعمل في جميع ما يقسم على مرتبة واحدة .

قسمة المراتب الكثيرة على مرتبتين

فاما ما يقسم على مرتبتين فينبغي أن يكون المبتدىء فيها قد حفظ ما يكون من قسمة ما دون المائة بعضها على بعض ، مثل ستة وثلاثين على اثني عشر ، وخمسة واربعين على ثمانية عشر . فاذا فعل ذلك فسبيله أن يحفظ ما يخرج من قسمة كل عدد على العدد الذي منه تركب ، مثل مائة وستين على ستة عشر ، ومثل مائتين وعشرة على أحد وعشرين ، ومثل ثلاثمائة وستين على ستة وثلاثين . فاذا حفظ ذلك فينبغي أن يعلم أن كل ما يقسم على احد عشر فينبغي أن يؤخذ لكل احد عشر واحد ، ولكل

ولكل مائة وعشرة : عشرة ، ولكل الف ومائة : مائة ؛ وكذلك ما يقسم عـلى ثمـانيـة عشـر ، فسبيلـه أن يؤخـذ لكل ثمانيـة عشـر : واحـد ، ولكـل مائـة وثمانين عشرة ، ولكل ألـف وثمانمائة مائـة .

فاذا اردنا أن نقسم بعد ذلك عددا كثير المراتب على عشرات وآحاد فينبغي أن نبسط اكثر المراتب من جنس المرتبة التي تحتها ، ثـم نقسمها ؛ الا أن يكون أقل من العدد المقسوم عليه ، فنبسطه مرة اخرى ، ثم نقسم .

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم أربعة الف وستمائة واربعة وعشرين على ستة عشر : بسطنا الأربعة الف مئين ، فكان مع الستمائة : ستـة واربعين ، ثم قسمناه على الستة عشر ، لانها اكثر من ستة عشر ، فخرج من القسم اثنان ، وهو مائتان ، فيبقى [٤٥و] أربعة عشر وهي أقـل من ستة عشر ، وهي مئين ، فبسطناه عشرات ، فكان مع العشرين : مائة واثنين واربعين ، قسمناه على الستة عشر ، فخرج من القسمة ثمانية ، وهي ثمانون ، ويبقى اربعة عشر ، وهو أقل من ستة عشر ، وهو عشرات ، فاذا بسطناه آحادا صار مع الأربعة : مائة واربعة واربعين ، قسمناه على الستة عشر ، فخرج من القسم تسعة ، وهو آحاد ، اضفناه الى ما حفظناه ، فصارت الجملة مائتين وتسعة وثمانين ، وهو ما يكون من قسمة أربعة الف وستمائة وأربعة وعشرين على ستة عشر .

وكذلك لو أردنا أن نقسم ستة الف ومائتين وثلاثة وأربعين على ستة وتسعين : بسطنا الستة الف مئين ، فكان مع المائتين اثنين وستين ، وهو أقل من ستة وتسعين ، فبسطناها مرة أخرى ، فكان مع الأربعين ستمائة واربعة وعشرين ، فاذا قسمناها على الستة والتسعين كان الخارج من القسم ستة ، وهو ستون ، لانها عشرات على آحاد ، وبقي ثمانية واربعون ، بسطناها آحادا ، فكان مع الثلاثة : اربع مائة وثلاثة وثمانين . فاذا قسمناها على ستة وتسعين كان الخارج من القسم خمسة وربع ثمن ،

أضفناها الى ما معنا فصار الجميع خمسة وستين وربع ثمن. وهو ما يخرج من قسمة ستة الف ومائتين وثلاثة واربعين على ستة وتسعين .

وجه في قسمة المراتب الكثيرة على آحاد وعشرات ، على مذهب الكتاب

ان الكتاب اذا أرادوا أن يقسموا عدداً كثير المراتب على آحاد وعشرات ، طلبوا عدداً اذا ضرب في المقسوم عليه كان مثل المقسوم ، فاذا وجدوا ذلك العدد ، كان هو الذي يخرج من القسم . الا أنهم ليس يحفظونه [٤٥ ظ] على الترتيب ، ولو حفظوه وعملوا فيه حسب ما يجب ، كان يمكنهم أن يقسموا مراتب كثيرة على مراتب كثيرة . ونحن نبين كيفية استعمالها في مثال يسهل على الناظر في هذا الكتاب العمل بها .

وذلك أنا لو أردنا أن نقسم ثلاثمائة وخمسين على اثني عشر طلبنا عدداً اذا ضربناه في اثني عشر كان ثلاثمائة وخمسين ، أو قريباً منه ، مما هو أقل منه . ونطلبها أولا عشرات : فنجدها عشرين . فاذا ضربناها في اثنين عشر كان مائتين وأربعين . فاذا أسقطناها من ثلاثمائة وخمسين صار الباقي مائة وعشرة . ثم نطلب عدداً اذا ضربناه في اثني عشر كان مائة وعشرة ، أو قريبا منه مما هو أقل منه ، فيكون تسعة . فاذا ضربناها في اثني عشر كان مائة وثمانية ، ويبقى اثنان ، نسبناها من الأثني عشر ، ونجمعها مع ما حفظناه ، فيصير تسعة وعشرين وسدساً . وهو ما يكون من قسمة ثلاثمائة وخمسين على اثني عشر .

وكذلك لو أردنا أن نقسم ثلاثة وعشرين ألفا وخمس مائة على أربعة وثمانين طلبنا عدداً اذا ضربناه في أربعة وثمانين كان ثلاثة وعشرين ألفا وخمس مائة . وذلك بأن نطلب أولا عدداً اذا ضربناه في أربعة وثمانين يكون مائتين وثلاثين أو قريباً منه ، فوجدناه اثنين . فاذا

ضربناهما في أربعة وثمانين كان مائة وثمانية وستين . فاذا أسقطناها من مائتين وثلاثين صار الباقي اثنين وستين ، فيكون مع الخمسين مائة سبعة وستين ، وهو أقل من أربعة وثمانين ، بسطناها عشرات ، فصارت ستمائة وسبعين . ثم طلبنا عدداً اذا ضربناه في أربعة وثمانين كان ستمائة وسبعين ، فوجدناه سبعة ، فاذا ضربناها في أربعة وثمانين كان خمسمائة وثمانية وثمانين . فان أسقطناها من الستمائة والسبعين بقي اثنان وثمانون ، وهو أقل من أربعة وثمانين ، فبسطناه عشرات ، فصار ثمانمائة وعشرين . طلبنا عدداً اذا ضربناه [٤٦و] في أربعة وثمانين كان ثمان مائة وعشرين أو أقل منه ، فوجدناها تسعة . فاذا ضربناها في أربعة وثمانين كان سبع مائة وستة وخمسين ، فاذا أسقطناها من ثمان مائة وعشرين كان الباقي أربعة وستين ، وهو ثلثان وثلثا سبع . فاذا جمعناها كلها صار مائتين وتسعة وسبعين وثلثين وثلثي سبع . وهو ما يكون من قسمة ثلاثة وعشرين ألفاً وخمس مائة على أربعة وثمانين .

القسمة على مراتب كثيرة

فاذا أردنا أن نقسم ثلاثة وثمانين ألفاً وسبع مائة وثمانية وأربعين على ثلاثمائة وأربعة وثمانين : ضربنا الثلاثمائة والاربعة والثمانين في مرتبة تكون قريباً من ثمانين ألفا ، وهو مائة ، فيصير ثمانية وثلاثين الفا وأربع مائة . ثم طلبنا عددا اذا ضربناه فيه كان ثمانين الفا او قريبا منه ، فكان اثنين ، ضربناهما في ثمانية وثلاثين ألفا وأربع مائة فيصير ستة وسبعين الفا وثمان مائة . أسقطناها من ثلاثة وثمانين الفا وسبع مائة وثمانة وأربعين ، بقي ستة ألف وتسع مائة وثمانية وأربعون . ضربنا الثلاثمائة والاربعة والثمانين في عشرة ، لأنا ضربنا الاول في مائة ، فكان ثلاثة ألف وثمان مائة وأربعين . ثم طلبنا عددا اذا ضربناه ، في ثلاثة ألف وثمان مائة وأربعين كان ستة ألف وتسع مائة وثمانية وأربعين،

أو قريبا منه ، فكان واحدا ، لانه لا يتم اثنين ٠ وأسقطنا مما معنا ، وهو ستة ألف وتسع مائة وثمانية وأربعين ، فصار الباقي ثلاثة ألف ومائة وثمانية ٠ ثم طلبنا عددا اذا ضربناه في ثلاثمائة وأربعة وثمانين كان ثلاثة الف ومائة وثمانية ، فكان ثمانية ٠ فاذا ضربناها في ثلاثمائة وأربعة وثمانين كان ثلاثة ألف واثنين وسبعين ٠ فاذا أسقطناها مما بقي معنا ، وهو ثلاثة ألف ومائة وثمانية ، صار الباقي ستة وثلاثين ٠ فاذا [٤٦ظ] نسبناها من ثلاثمائة وأربعة وثمانين كان نصف سدس ونصف سدس ثمن ، وان شئنا قلنا نصف ثمن وربع وربع ثمن ، وهو أحسن ٠ فاذا جمعنا ذلك كله كان مائتين وثمانية عشر ونصف ثمن وربع ثمن ، وهو ما يكون من قسمة ثلاثة وثمانين ألفا وسبع مائة وثمانية وأربعين على ثلاثمائة وأربعة وثمانين ٠

وجه قريب في قسمة المراتب الكثيرة بعضها على بعض

فاذا أردنا ذلك فينبغي أن نكتب العددين في سطرين ، كما فعلناه في الضرب ، ونجعل ابتداءه بأعلى المراتب ، ونكتب من كل مرتبة آحادها فقط ، فان كانت مرتبة ليس فيها عدد رقمنا موضعها لحفظ المراتب ٠ وان كان أول مرتبة من المقسوم عليه أكثر من أول مرتبة من المقسوم جعلنا ابتداء كتابتنا المقسوم عليه تحت المرتبة الثانية من المقسوم ٠ ثم طلبنا عددا اذا ضربناه في المقسوم عليه كان مثل العدد الذي فوقه من العدد المقسوم ، أو قريبا منه ؛ وطلب ذلك سهل ، وذلك بأن نطلب عددا اذا ضربناه في أول مرتبة من مراتب المقسوم عليه وثانيها ، كان أول مرتبة من مراتب المقسوم وثانيها ٠ فان كان أول مرتبة من مراتب المقسوم عليه أكثر من أول مرتبة من مراتب المقسوم طلبنا عددا اذا ضربناه في أول مرتبة من مراتب المقسوم عليه وثانيها كان ثلاث مراتب من مراتب المقسوم أو قريبا منه ٠ فاذا وجدنا ذلك ضربنا العدد الموجود

في جميع أعداد المقسوم عليه ، على المثال الذي يقوم في الضرب ، وكتبناه في سطر تحت المقسوم عليه ، ونقصنا ما في كل مرتبة من مراتب العدد المجتمع من الضرب من مراتب [٤٧و] العدد المقسوم ، كل مرتبة من جنسه ٠ فما بقي كتبناه مع العدد المقسوم عليه في سطرين ، كما فعلناه أولا ، وحفظنا العدد الذي وجدناه ومرتبته ٠ ثم طلبنا عددا آخر اذا ضربناه في العدد المقسوم عليه كان مثل ما بقي من العدد أو قريبا منه ، كطلبنا في الدفعة الاولى ٠ ولا يزال يفعل ذلك حتى يفنى العدد المقسوم ، أو يبقى منه ما هو أقل من العدد المقسوم عليه ٠ فتكون الاعداد التي وجدناها هي التي خرجت من القسمة ، وما بقي لا يتم واحداً نسبناه من العدد المقسوم عليه فيكون كسورا منه ٠

مثال ذلك أنا أردنا أن نقسم ثلاثمائة ألف وأربعين ألفا وتسع مائة وستة وخمسين على تسع مائة وخمسة وأربعين :

كتبنا العددين في سطرين على هذه الصورة :

ثلاثة	اربعة	—×	تسعة	خمسة	ستة
	تسعة	اربعة	خمسة		

فكتبنا تسعة تحت الاربعة ، لأنها أكثر من ثلاثة ، وكتبنا في المرتبة الثالثة من السطر الاول ترقيمة لأنها موضع الالوف ، ولم يكن فيها شيء من الاعداد ٠

ثم طلبنا عددا اذا ضربناه في تسع مائة وخمسة وأربعين كان ثلاثة الف وأربع مائة وتسعة : وذلك بأن نطلب عددا اذا ضربناه في تسعة كان أربعة وثلاثين ، أو قريبا منه ، مما هو أقل منه ، واذا ضربته في الباقي كان مثل الباقي ٠ فوجدناها ثلاثة ، فكتبناها تحت تسعة ، وضربناها في جميع الاعداد التي في السطر الثاني ، وكتبنا كل شيء

× هذه «الترقينة» تظهر في م ٠ أما في ل فقد ترك مكانها فراغ ٠ وفي الصور التالية اعتمدنا م فهي أكمل٠

تحت العدد الذي ضرب فيه ، وجعلناها على المثال الذي تقدم في الضرب ، فيصير على ما في هذه الصورة :

المقسوم ثلاثة اربعة — تسعة خمسة ستة
المقسوم عليه — تسعة اربعة خمسة
فذلـــــــك ثلاثة
ما اجتمع من الضرب اثنان ثمانية ثلاثة خمسة

فاذا أنقصنا كل شيء مما في السطر الثالث مما فوقه من السطر الاول ، وكتبنا الباقي منه مع العدد المقسوم عليه في سطرين ، صارت على هذه الصورة :

خمسة سبعة اربعة خمسة ستة الذي خرج من القسمة
تسعة اربعة خمسة ثلاثة — — ×

وعزلنا العدد الذي وجدناه ، وهو ثلاثمائة ، ناحية ، لانا قسمنا عشرات ألوف على مئين ·

ثم طلبنا عددا اذا ضربناه في تسعمائة وخمسة واربعين كان خمسة ألف وسبع مائة وأربعين ، أو قريبا منه ، مما هو أقل منه ، فوجدناه ستة · فاذا ضربناه في جميع الاعداد التي في السطر الثاني وأثبتناه في سطر ثالث ، كل شيء تحت مرتبته ، صار على هذه الصورة :

خمسة سبعة اربعة خمسة ستة
تسعة اربعة خمسة
ما اجتمع من الضرب خمسة ستة سبعة —

فاذا أسقطنا كل شيء منها من العدد الذي فوقه ، وكتبنا الباقي مع العدد المقسوم عليه في سطرين ، كما فعلناه في الاول ، صار عـلى هـذه الصورة :

سبعة خمسة ستة الذي خرج من القسم
تسعة اربعة خمسة ثلاثة ستة —

× هذه الأشارة في النسختين ·

[٤٨و] ثم عزلنا الذي خرج من القسم ، وهو ستون ، لانها ألوف على مئين مع ما خرج أولا ، ناحية ، وطلبنا عددا اذا ضربناه في تسعة كان مثل الذي بقي من العدد المقسوم ، أو قريبا منه ، مما هو أقل منه ، فلم نجد شئاً ، لان التسعة كانت أكثر مما فوق ، وعلمنا أن ما بقي لا يتم منه واحد ، فنسبناه من تسع مائة وخمسة وأربعين ، فكان أربعة أخماس · فقلنا أن الذي خرج من قسمـة ثلاثمائة ألف وأربعين ألفـا وتسع مائة وستة وخمسين على تسع مائة وخمسة وأربعين هو ثلاثمائة وستون درهما وأربعة أخماس درهم،فعلى هذا ينبغي أن‌تكون قسمةالمراتب الكثيرة ، بعضها على بعض · فاذا ضبط القسمة على ما شرحناه أمن صاحبه من غلط يجري ، وسلم حسابه وسهل عليه حفظه ، ولم يحتج الى معاودة فيه ، ان شاء الله ·

الباب الثالث

في استخراج الأعداد التي تخرج منها الكسور وجمعها ونقصانها

وهو خمسة فصول

الفصل الأول(٢١)

في الأعداد المشتركة والمتباينة

الاعداد تنقسم الى نوعين : مشترك ومتباين . أما المشترك فهي الاعداد التي تشترك في كسر ما من الكسور . وذلك مثل خمسة عشر وأربعة وعشرين ، فانهما يشتركان في الثلث : فان للخمسة عشر ثلث وهو خمسة ، وللاربعة وعشرين أيضا ثلث ، وهو ثمانية . وكذلك أيضا الاثنا عشر والثمانية عشر والثلاثين ، فانها مشتركة في النصف والثلث والسدس . فان لكل واحد منها نصف وثلث وسدس . فأمثال هذه الاعداد يقال لها مشتركة .

وأما المتباينة فهي الاعداد التي لا تشترك في كسر ، وان وجد لاحدها كسر ما فليس يوجد للآخر ذلك الكسر . وذلك مثل خمسة عشر وثمانية وعشرين . فان لكل واحد [٤٨ظ] منهما كسورا وليست للآخر تلك الكسور . ألا ترى أن للخمسة عشر من الكسور الثلث والخمس ، وليس للثمانية والعشرين واحد منهما ، والثمانية والعشرون لها من الكسور النصف والربع والسبع ونصف السبع وربع السبع ، وليس للخمسة عشر شيء منها . وكذلك الثمانية عشر والأحد عشر : فان للثمانية عشر من الكسور النصف والثلث والسدس والتسع ونصف التسع ، وليس يوجد للأحد عشر شيء من هذه الكسور . فمثل هذه الاعداد يقال لها المتباينة .

وجه في استخراج الأعداد المشتركة والمتباينة

وقد ذكر أقليدس في المقالة السابعة ذلك على جهة العدد ، وفي المقالة العاشرة على جهة الخطوط . الا أن الذي ذكره لا يصلح للمبتدىء ولمن لا يكون له رياضة في صناعة الهندسة . وينبغي أن نورد ذلك في هذا الموضع على جهة تقرب على المتعلمين فهمه وتسهل على الناظر في هذا الكتاب علمه ، فنقول :

اذا كان لنا أعداد ، وأردنا أن نعرف أنها مشتركة أم متباينة ، وان كانت مشتركة ففي أي كسر تشترك ، فانا نقسم العدد الكثير على العدد القليل ، فان انقسم عليه ولم يبق منه شيء أقل من الاقل ، قيل أن العدد القليل يعد العدد الكثير ، وان الاكثر اضعاف الاقل ، وذلك مثل اثنا عشر ، وثمانية وأربعين : فانا اذا قسمنا العدد الكثير ، وهو ثمانية وأربعين ، على العدد القليل ، وهو اثنا عشر ، انقسم عليه ، وخرج من القسم أربعة ، فعند ذلك يقال أن الاثني عشر تعد الثمانية والاربعين أربع مرات ، وانها ربعها ، وان الثمانية والاربعين هي أربعة أضعاف الاثني عشر.

وان كان الاكثر لا ينقسم على الاقل ، لكن يبقى منه بقية أقل من الاقل ولا تتم منه واحدا في القسمة ، قسمنا القليل على تلك البقية ، فان انقسم [٤٩و] عليه فان كسر تلك البقية هو الذي يشتركان فيه ، وان لم ينقسم عليه لكن يبقى منه بقية أخرى ، قسمنا البقية الاولة على البقية الثانية ، ولا نزال نفعل ذلك الى أن ننتهي في القسمة الى بقية تنقسم على البقية التي قبلها . فيكون لتلك الاعداد من الكسور جميع ما للبقية التي انقسمت عليها ، وتكون تلك الاعداد مشتركة في كسور ذلك العدد . وان لم ننته الى عدد تنقسم عليه البقايا التي قبلها حتى تبلغ في القسمة الى أن تصير البقية واحدا ، فان تلك الاعداد هي متباينة ، غير متفقة في شيء من الكسور .

مثال ذلك في الأعداد المشتركة

انا اذا أردنا أن نعرف الخمسة عشر والاحد والثمانين : هما مشتركان أم هما متباينان ؟ قسمنا الاحد والثمانين على الخمسة عشر ، فخرج من القسم خمسة وبقي ستة لا يتم منها واحد ، قسمنا عليه الخمسة عشر ، فخرج من القسم اثنان ، وبقي ثلاثة ٠ لا يتم منها أيضا واحد ، قسمنا عليها الستة ، وهي البقية الاولى ، فانقسمت عليها ، فعلمنا أن الخمسة عشر والاحد والثمانين يشتركان في الثلث ، الذي هو كسر الثلاثة ٠

وكذلك لو أردنا أن نعرف ان مائة وستة وخمسين ، وثلاثمائة وثمانية وأربعين ، مشتركان هما أم متباينان ؟ قسمنا الكثير ، وهو ثلاثمائة وثمانية وأربعون ، على القليل ، وهو مائة وستة وخمسون ، فخرج من القسم اثنان ، وبقي منها ستة وثلاثون لا يتم منها واحد ٠ قسمنا عليها القليل ، وهو مائة وستة وخمسون ، فخرج من القسم أربعة وبقي اثناعشر ، أقل من ستة وثلاثين ، قسمنا عليه الستة والثلاثين ، فانقسمت عليها ٠ فعلمنا أن هذين العددين ، أعني الثلاثمائة والثمانية والاربعين ، والمائة والستة والخمسين ، مشتركان ، وانهما يتفقان في جميع الكسور التي للاثني عشر ، وهي النصف والثلث [٤٩ظ] والربع والسدس ونصف السدس ٠

في اشتراك الأعداد الكثيرة

فان كانت أعداد كثيرة وأردنا أن نعرف أنها مشتركة هي أم متباينة ، وان كانت مشتركة ففي أي الكسور تشترك ، فانا نعرف ذلك أولا في عددين بمثل الطريقة التي ذكرناها ، ثم نتعرف الاشتراك بين العدد الذي يشتركان في كسوره وبين العدد الثالث ، فان اشتركا فان العدد الذي يشتركان في كسوره هو الذي تشترك الاعداد الثلاثة في كسوره ، وان لم يشتركا فان الاعداد الثلاثة متباينة ٠ وكذلك نعلم في باقي الاعداد ٠

مثال ذلك انا أردنا أن نعلم أن اثنين واربعين وثلاثة وستين واحد

وتسعين هل تتفق في شيء من الكسور أو تتباين ولا تشترك ، فعرفنا بالطريقة التي تقدم ذكرها اشتراك الاثنين والاربعين والثلاثة والستين ، فوجدناهما تتفقان في كسور أحد وعشرين وان لهما جميعا من الكسور ما لاحد وعشرين ٠ ثم نظرنا في أمر الاحد والعشرين والاحد والتسعين فوجدناهما يتفقان في السبع ، فعلمنا أن الاثنين والاربعين والثلاثة والستين والاحد والتسعين قد اشتركت في السبع ، وانه يوجد لكل واحد منها سبع ٠

وكذلك لو أردنا أن نعرف أن مائتين وتسعة ومائة وسبعة وثمانين ومائة واثنين وثلاثين مشتركة هي أم متباينة استخرجنا الاتفاق الذي بين مائتين وتسعة ومائة وسبعة وثمانين فكان من أحد عشر ، وذلك أن كل واحد منهما ينقسم على أحد عشر ، ثم نظرنا في أمر الاحد عشر وأمر المائة والاثنين والثلاثين ، وهل هما يشتركان في شيء ، فوجدنا الاحد عشر تعد المائة والاثنين والثلاثين اثني عشر مرة ، فقلنا أن تلك الاعداد الثلاثة تتفق في جزء من أحد عشر ، وانه يوجد لكل واحد منها جزء من أحد عشر ٠

مثال الأعداد [٥٠ و] المتباينة

فان أردنا أن نعرف خمسة وستين واثنين واربعين هل يتفقان في شيء من الكسور أم هما متباينان ، سلكنا فيهما الطريقة التي ذكرناها ، وذلك أنا قسمنا الخمسة والستين على اثنين واربعين فخرج من القسم واحد وبقي ثلاثة وعشرون ، أقل من اثنين واربعين قسمنا عليه الاثنين والاربعين ، فبقي منه تسعة عشر ، قسمنا عليها الثلاثة والعشرين ، فبقي منه أربعة ، قسمنا عليها التسعة عشر ، فبقي منه ثلاثة ، قسمنا عليها الاربعة ، فبقي منها واحد ٠ فقد انتهى من القسمة الى الواحد ، فقلنا أن الخمسة والستين والاثنين والاربعين هما عددان متباينان ولا يتفقان في شيء من الكسور ٠

وكذلك نعمل في سائر الاعداد المتباينة والمشتركة ان شاء الله ٠

الفصل الثاني [٢٢]

في معرفة الأعداد التي تخرج منها الكسور

ينبغي أن نعلم أن الذي يحتاج اليه في هذا الموضع هو معرفة أقل الاعداد التي تخرج منها الكسور ، وهي التي يسميها الحساب : مخرج الكسر . وذلك أنا نجد أعدادا كثيرة تتفق في كسور ما ولا تكون أقل عدد توجد فيه تلك الكسور . وذلك مثل الستة والثلاثين فان لها السدس والتسع ، والاربعة والخمسين لها أيضا السدس والتسع . الا أنهما ليسا باقل عدد له هذه الكسور التي نريدها ، فانا نجد عددا أقل منهما له نصف وسدس وتسع وهو ثمانية عشر .

فاذا كان الامر على ما ذكرناه فينبغي أن نذكر طريقا به نعرف أقل الاعداد التي تخرج منها الكسور التي نريدها .

وقد ذكر ذلك أقليدس في كتابه في الاصول [٥٠ظ] الا أنه على جهة الخطوط . ونحن نبين ذلك في هذا الموضع بطريق واضح ومثال مقنع يصلح للمبتدىء والمنتهي ان شاء الله ، فنقول :

ان جميع أنواع الكسور (سوى) التي يسميها الكتاب الصم هي أربعة ، وان سائرها كلها مركبة منها ، واليها ترجع ، وهي النصف والثلث والخمس والسبع . وباقي الكسور بأسرها هي مركبة من هذه . كذلك سائر الاعداد ، سوى الصم على مذهب الكتاب ، فانها مركبة من الاعداد التي لهذه الكسور . ألا ترى أن جميع الاعداد التي لها نصف هي مركبة من الاثنين ، وان جميع الاعداد التي لها ثلث هي مركبة من الثلاثة ، وكذلك ما يتركب من الخمسة والسبعة . فاذا أردنا أن نجد عددا تخرج منه كسور ما وكانت تلك الكسور بعض هذه الاربعة ، ضربنا أعدادها بعضها في بعض ، فما اجتمع فهو العدد الذي تخرج منه تلك الكسور .

مثال ذلك انا أردنا أن نجد عددا له ثلث وسبع : ضربنا الثلاثة ، وهو العدد الذي يخرج منه الثلث ، في السبعة ، وهو العدد الذي يخرج منه السبع ، فكان أحد وعشرين ، وهو أقل عدد له ثلث وسبع ، وما يتركب منهما . فان كل عددين كان لهما شيء من الكسور ، وضرب أحدهما في الآخر ، فان الذي يجتمع يكون له جميع الكسور التي الى العددين وجميع الكسور التي تتركب من تلك الكسور .

مثال ذلك أن الاربعة لها نصف وربع ، والتسعة لها ثلث وتسع ، فاذا ضرب الاربعة في التسعة كان ستة وثلاثين ، فتكون الستة والثلاثين لها نصف وربع وثلث وتسع ، وهي الكسور التي كانت للاربعة والتسعة ، ويكون لها أيضا نصف سدس ، ونصف تسع ، وغير ذلك [٥١و] من كسور أخر . وذلك كله يتركب من العددين اللذين ضرب أحدهما في الآخر .

فان أردنا أن نجد عددا له نصف وثلث وخمس ضربنا الاثنين في الثلاثة فكان ستة ، ثم ضربناها في الخمسة ، فكان ثلاثين ، وهو العدد الذي له نصف وثلث وخمس ، وما يتركب منها ، فلها أيضا من الكسور السدس والعشر وثلث العشر . وانما صار لها ذلك لان السدس يتركب من النصف والثلث ، والعشر يتركب من النصف والخمس ، وثلث العشر يتركب من الخمس والسدس .

ولو أردنا أن نجد عددا تكون له الكسور الاربعة ضربنا الثلاثين في سبعة فكان مائتين وعشرة ، وهو العدد الذي له نصف وثلث وخمس وسبع ، وجميع ما يتركب من هذه الاجناس الاربعة بثلاث ازدواجات وهو خمسة عشر كسرا .

معرفة الكسور المتباينة

وكذلك نعمل في جميع الكسور التي أعدادها متباينة ، وذلك انا نضرب بعضها في بعض ، فما اجتمع منها فهو أقل عدد تخرج منه تلك الكسور مثال ذلك انا أردنا أن نجد عدداً له ثمن وتسع : ضربنا الثمانية

في التسعة ، فكان اثنين وسبعين ، وهو أقل عدد له ثمن وتسع ٠ وانما ضربنا التسعة في الثمانية لانهما متباينان ، لا يتفقان في شيء من الكسور ٠ فان الثمانية لها من الكسور النصف والربع والثمن ، وليس للتسعة واحد منها ٠ وكذلك للتسعة ثلث وتسع ، وليس للثمانية واحد منها ٠ فتكون الاثنين والسبعين لها الثمن والتسع وجميع الكسور التي كانت (للثمانية) والتسعة أيضا ، وجميع ما يتركب من تلك الكسور [٥١ظ] أيضا ٠ ألا ترى أن لها سدسا ، وليس لواحد من التسعة والثمانية سدس ، الا أن للثمانية نصف وللتسعة ثلث ، فكان السدس مركبا من النصف والثلث ، صار للاثنين والسبعين ، المركب من التسعة والثمانية ، أيضا سدس ٠ وكذلك الامر في سائر الكسور المشتركة منها ٠

معرفة الكسور المشتركة

فان كانت اعداد تلك الكسور مشتركة فانا نأخذ بقسط أصغر الكسور التي يتفق فيها عددان أولا من أحدهما ، ونضربه في العدد الآخر ، وما اجتمع نأخذ بقسط أصغر الكسور التي يتفق فيها العدد المجتمع وعدد ثالث من أحدهما ، ونضربه في الآخر ، وكذلك نفعل بما يجتمع مع عدد رابع وخامس ، الى نأتي على جميع الكسور ٠ فما حصل بعدذلك فهو العدد الذي تخرج منه تلك الكسور ٠ مثال ذلك اذا أردنا أن نجد عددا له سدس وثمن ، أخذنا بقسط الكسر الذي تشترك فيه الستة والثمانية ، وهو النصف من أحدهما وضربناه في الآخر ، فكان أربعة وعشرين ٠ وذلك انا ضربنا نصف الثمانية في الستة ، كان أربعة وعشرين ، ولو ضربنا نصف الستة في الثمانية كان أيضا أربعة وعشرين ٠ فالاربعة والعشرين هو أقل عدد له سدس وثمن ٠

وكذلك لو أردنا أن نجد أقل عدد له ربع وسدس وتسع : ضربنا نصف الاربعة في الستة ، أو نصف الستة في الاربعة ، لانهما يشتركان

في النصف ، فكان اثني عشر ٠ وهو أقل عدد له ربع وثلث ٠ ثم نضرب ثلث الاثني عشر في التسعة ، أو ثلث التسعة في الاثني عشر ، لأنهما يتفقان في الثلث ، فيكون ستة وثلاثين ، وهو أقل عدد له ربع وسدس وتسع ٠

فان شئنا ضربنا في الابتداء ثلث الستة في التسعة فيكون ثمانية عشر، أو ثلث التسعة في الستة ، فيكون أيضا ثمانية عشر ، لأن الستة والتسعة يتفقان [٥٢و] في الثلث ٠ ثم ضربنا نصف الثمانية عشر في الاربعة ، أو نصف الاربعة في الثمانية عشر ، فيكون أيضا ستة وثلاثين ٠

وان شئنا ضربنا الاربعة في التسعة ، فيكون ستة وثلاثين ، وأسقطنا الستة ، لأن السدس ركب من النصف والثلث اللذين واحد منهما للاربعة والآخر للتسعة ؛ وقد بينا أن كل عددين يكون لهما كسران فان ما يجتمع من ضرب أحدهما في الآخر يكون له الكسور التي تتركب من ذينك الكسرين ٠ فلأجل ذلك علمنا أن ما يكون من ضرب الاربعة في التسعة يكون له أيضا سدس ٠

وان شئنا ضربنا الستة في نفسها ، وأسقطنا الاربعة والتسعة لأن الستة لها نصف وثلث ؛ وكل عدد يكون له نصف وضرب في مثله ، كان المجتمع له ربع ، وكذلك ما يكون له ثلث وضرب في مثله ، فانه يكون له تسع ٠ فاذا ضربنا الستة في مثلها كان المجتمع له ربع وسدس وتسع ٠

فان أردنا أن نجد عددا له نصف سدس ونصف تسع أخذنا أقل عدد له نصف سدس ، وهو اثنا عشر ، وأقل عدد له نصف تسع ، وهو ثمانية عشر ، ثم ننظر ما يتفقان فيه من الكسور فنجدهما يتفقان في عدة كسور ، وهي النصف والثلث والسدس ، وأصغرها كلها السدس ٠ فنضرب سدس أحدهما في الآخر ، فيكون ستة وثلاثين ، وهو أقل عدد له نصف سدس ونصف تسع ٠

نوع آخر من اشتراك الكسور

فان أردنا أن نجد أقل عدد له نصف وثلث وسدس وثمن ، علمنا أن النصف يدخل في السدس والثمن ، وذلك أن كل عدد له سدس أو له ثمن فان له نصفاً ، فان الثمن والسدس مركبان من النصف ؛ فلأجل ذلك أسقطنا النصف [٥٢ظ] وعلمنا أيضا أن الثلث يدخل في السدس ، فان كل عدد له سدس ، له ثلث ؛ فأسقطنا الثلث أيضاً . وبقي سدس وثمن . فنطلب حينئذ عدداً له سدس وثمن كما تقدم ذكره ، فنجدها أربعة وعشرين ، وهو أقل عدد له نصف وثلث وسدس وثمن .

وجه في استخراج العدد الذي له الكسور التسعة

فان أردنا أن نجد عدداً له الكسور التسعة ، التي هي الرءوس ، وهي النصف والثلث الى العشر ، سلكنا في طلبه الطريقة التي ذكرناها قبل . وذلك أنا قد علمنا أن النصف والربع يدخلان في الثمن ، وان الثلث يدخل في التسع ، وان السدس مركب من النصف والثلث ، وان العشر مركب من النصف والخمس . فيبقى من الاعداد التي لا اشتراك بينها أربعة أعداد ، وهي خمسة وسبعة وثمانية وتسعة . فاذا ضربنا بعضها في بعض صار ألفين وخمسمائة وعشرين ، وهو العدد الذي تخرج منه الكسور التسعة × :

ألا ترى أن لها من الكسور النصف ، وهو ألف ومائتان وستون ، والثلث وهو ثمان مائة واربعون ، والربع وهو ستمائة وثلاثون ، والخمس وهو خمسمائة وأربعة ، والسدس وهو أربعمائة وعشرون ، والسبع وهو ثلاثمائة وستون ، والثمن وهو ثلاثمائة وخمسة عشر ، والتسع وهو مائتان وثمانون ، والعشر وهو مائتان واثنان وخمسون .

فعلى هذا السبيل ينبغي أن تستخرج جميع الكسور .

× على الهامش في ل نجد عملية ضرب ٥ × ٧ × ٨ × ٩ مكتوبة بحروف عبرية ، ما عدا حاصل الضرب فهو بالحروف الهندية .

وجه آخر في استخراج الكسور التسعة

قد علمنا أن الكسور التي هي الأصول : أربعة ، وهي النصف والثلث والخمس والسبع . [٥٣و] وان العدد الذي تخرج منه تلك الكسور هو مائتان وعشرة ، فان له جميع الكسور التي تتركب منها ، أعني من النصف والثلث والخمس والسبع . فمنها الذي نحتاج اليه في الكسور التسعة السدس والعشر . والكسور التي ليس للمائتين وعشرة : الربع والثمن والتسع . وقلنا أن الربع يكون من ضرب نصف في نصف ، وكذلك الثمن ، فاما التسع فأنه يكون من ضرب الثلث في نفسه فكأنا قد وجدنا عددا له نصف وثلث وخمس وسدس وسبع وعشر ، والذي نريد بعد ذلك أن يكون له ربع وثمن وتسع . لكن الربع يدخل في الثمن ، وما له ثلث اذا ضرب في ما له ثلث كان المجتمع له تسع . فنضرب المائتين والعشرة في ثلاثة فيكون ستمائة وثلاثين ، ونريد أن يكون له ثمن ، فنضربها في نصف الثمانية لأنهما يتفقان في النصف ، فيصير ألفين وخمسمائة وعشرين . وهذا بابه وحسابه .

الفصل الثالث

في جميع الكسور (٢٣)

فاذا أردنا أن نجمع كسورا أخذنا بقسطها من العدد الذي يجمعها ، وزدنا بعضها على بعض ، ونسبناه من ذلك العدد ، فما حصل من القسمة فهو الذي يكون من جمع تلك الكسور .

مثال ذلك انا أردنا أن نزيد خمسين على ثلاثة أسباع : أخذنا خمسين الخمسة والثلاثين ، وهو العدد الذي له خمس وسبع ، فكان أربعة عشر ، وزدناه على ثلاثة أسباعها ، وهو خمسة عشر ، فكان تسعة وعشرين ،

نسبناه من خمسة وثلاثين ، فكان نصفاً وخمساً وعشراً وخمس سبع× . وان شئنا قلنا أربعة أخماس وخمس سبع [٥٣ظ] ، وهو ما يكون من زيادة الخمسين على ثلاثة أسباع .

وكذلك لو أردنا أن نجمع بين ثلاثة أرباع وخمسة أتساع وثلث ثمن ، أخذنا عدداً له هذه الكسور ، وهو اثنان وسبعون ، وزدنا ثلاثة أرباعه ، وهو أربعة وخمسون ، على خمسة أتساعه ، وهو أربعون ، فما حصل زدنا عليه ثلث ثمنه ، وهو ثلاثة ، فصار الجميع سبعة وتسعين ، أسقطنا منه اثنين وسبعين بواحد ، ونسبنا الباقي ، وهو خمسة وعشرون ، من الاثنين والسبعين ، فكان ثلثا وثمن تسع ، وقلنا أن الذي يجتمع من ثلاثة أرباع وخمسة أتساع وثلث ثمن هو واحد وثلث وثمن التسع .

فان أردنا أن نزيد سبعين وثمن على ثلاثة أجزاء من ثلاثة عشر ، أخذنا من العدد الذي تجتمع فيه هذه الكسور ، وهو سبع مائة وثمانية وعشرون ، بقسط كل واحد من هذه الكسور ، وجمعناها فكان أربع مائة وسبعة وستين ، ثم نسبناها من سبع مائة وثمانية وعشرين ، فكان نصفاً وثمناً وثلاثة أجزاء من مائة واثنين وثمانين . وان شئنا نسبناها من الاصل وقلنا أنها أربع مائة وسبعة وستين جزءاً من سبع مائة وثمانية وعشرين .

وجه في جمع الكسور على مذهب الكتاب

من سبيلهم اذا أرادوا أن يجمعوا كسوراً أن يجعلوها كلها عشراناً وينسبوها من الستين ، ليكون ذلك أسهل عليهم ، فان رياضتهم بالستين وبأجزائها أكثر منها بالاعداد الاخر ، اذ كانوا قد حفظوها ، على ما بينا في المنزلة الاولى من هذا الكتاب ، ولا يحتاجون أن يتعبوا في استخراج الاعداد التي تخرج منها الكسور . ولاجل ذلك اختار المنجمون أيضا من سائر الاعداد الستين وجعلوا سائر حساباتهم راجعة اليها ، ليكون

× في م زيدت العبارة : وان شئنا قلنا ثلثين وثلثي سبع وثلثي عشر .

أسهل عليهم في تصرفهم في أعمالهم . فانه لا يوجد في الاعداد التي بين الواحد والمائة [٥٤ و] عدد له من الكسور ما للستين . ونحن نبين في كل باب كيفية الاشتغال فيه ، ان شاء الله .

فاذا أردنا أن نجمع ثلاثة أرباع وخمسة أثمان وأربعة أتساع : أخذنا ثلاثة أرباع الستين ، وهو خمسة وأربعون ، وخمسة أثمانه وهو سبعة وثلاثون ونصف ،وأربعة أتساعه وهو ستة وعشرون وثلثان ، وجمعناها ، فكانت مائة وتسعة وسدس ، أسقطنا منها ستين ، بواحد ، ونسبنا الباقي ، وهو تسعة وأربعون وسدس ، من الستين ، فكان ثلثاً وربعاً وثمناً وتسعاً . فقلنا انا اذا جمعنا ثلاثة أرباع وخمسة أثمان وأربعة أتساع ، كانت واحدا وثلثا وربعا وثمنا وتسعا .

وان شئنا قلنا أنها درهم وأربعة دوانيق وتسعة أعشر وسدس .

وكذلك ان أردنا أن نجمع أربعة أخماس وثلثين وثلاثة أعشار : أخذنا بقسط كل واحد من هذه الكسور من الستين وجمعناها فكانت درهم وأربعة دوانيق وستة أعشر . وان شئنا قلنا : ثلثان وعشر .

الفصل الرابع
في نقصان الكسور

اذا أردنا أن نضع كسرا من كسر : أخذنا بقسط كل واحد من المنقوص والمنقوص منه من العدد الذي تخرج منه تلك الكسور ، فما كان أنقصنا ما أصاب المنقوص من الاجزاء مما أصاب المنقوص منه ، فما بقي نسبناه من ذلك العدد ، فما حصل ، فهو الذي يبقى من الكسور .

مثال ذلك انا أردنا أن نضع ثلثا وربعا من نصف وسبع : أخذنا عددا تخرج منه هذه الكسور ، فكان أربعة وثمانين ؛ ثم أسقطنا ثلثه وربعه ، وهو تسعة وأربعون ، من نصفه وسبعه ، وهو أربعة وخمسون ، فبقي خمسة ، نسبناها من أربعة [٥٤ظ] وثمانين ، فكان ربع سبع ، وسدس

سبع ؛ وهو الباقي من النصف والسبع اذا أسقطنا منه ثلثا وربعا ٠

وكذلك لو أردنا أن نسقط خمسين وثلاثة أسباع وأربعة أتساع من ثلثين وثلاثة أرباع وخمسة أثمان : جمعنا الخمسين والثلاثة أسباع والاربعة أتساع فكان واحدا وستمائة وثمانية وثمانين جزءا من ألفين وخمسمائة وعشرين جزءاً من واحد ، وجمعنا الثلثين والثلاثة أرباع والخمسة أثمان ، فكان اثنين ومائة وخمسة أجزاء من ألفين وخمسمائة وعشرين ٠ ثم أسقطنا الواحد والستمائة والثمانية والثمانين ٠ من اثنين ومائة وخمسة أجزاء من الاصل ، وهو الفين وخمسمائة وعشرين ٠ فكان الباقي ألف وتسعمائة وسبعة وثلاثين ٠ فاذا نسبناها من ألفين وخمسمائة وعشرين كان ثلثين وعشر وسبع ثمن تسع ٠

وجه في نقصان الكسور على مذهب الكتاب

فاذا أردنا ذلك فينبغي أن نأخذ بقسط كل واحد من الكسور من الستين،ونضع أحدهما من الآخر،فما بقي نسبناه من الستين٠مثال ذلك أنا أردنا أن نسقط خمسين وثلاثة أسباع وأربعة أتساع ، من المسئلة التي تقدم ذكرها ، من ثلثين وثلاثة أرباع وخمسة أثمان : جمعنا الخمسين وما معها من الكسور فكان واحدا وستة عشر عشيراً وثلث وثلث سبع عشر٠ وجمعنا أيضا الثلثين وما معها من الكسور فكان درهمين وعشيرين ونصف ٠ وأسقطنا الاقل من الاكثر فبقي ستة وأربعون عشيراً وخمسة أسداس سبع عشير ٠ فاذا نسبناه من الستين كان ثلثين وعشر وسبع ثمن تسع ٠

وكذلك [٥٥و] لو أردنا أن نسقط ثلثي تسع من ثلاثة أرباع عشر : أخذنا ثلثي تسع الستين وهو أربعة أعشر وثلث وتسع ، فأسقطناه من ثلاثة أرباع عشر ، وهو أربعة أعشر ونصف ، فيبقى نصف تسع عشير ٠ وهو ما يبقى من ثلاثة أرباع العشر اذا أسقطنا منه ثلثي التسع ٠

وهكذا ينبغي أن يكون جمع سائر أنواع الكسور ونقصانها ٠

الفصل الخامس

في مسائل من هذا الجنس

فان قيل لنا : ثلاثة أخماس أكثر من أربعة أسباع ؟ أجبنا بأن ثلاثة أخماس أكثر من أربعة سباع بخمس سبع ٠ والطريق في ذلك أنا نأخذ عددا له خمس سبع ، وهو خمسة وثلاثون ٠ ونأخذ ثلاثة أخماسه ، فيكون أحد وعشرين ؛ ونأخذ أربعة أسباعه ، فيكون عشرين ٠ فنجد الثلاثة أخماس أكثر من الاربعة أسباع بجزء واحد ٠ فاذا نسبنا ذلك الجزء من خمسة وثلاثين كان خمس سبع ٠

وكذلك لو اردنا ان خمسة أتساع أكثر أو أربعة أسباع : اخذنا أقل عدد له سبع وتسع ، فكان ثلاثة وستين ، وأخذنا أربعة أسباعه فكان ستة وثلاثين ، وخمسة اتساعه فكان خمسة وثلاثين ، فكان تفاضلهما جزء واحد ٠ فاذا نسبناه من الثلاثة والستين كان سبع تسع ، وهو زيادة أربعة أسباع على خمسة أتساع ٠

علم ذلك على مذهب الكتاب

فاذا اردنا ذلك اخذنا أربعة أسباع الستين ، وهو ثلاثة دوانيق وأربعة أعشر وسبعين ، فاسقطنا منه خمسة أتساعه وهو ثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث ، فبقي [٥٥ظ] ستة أسباع وثلثي سبع عشير ٠ فاذا نسبناه من الستين كان سبع تسع ٠ وهو مثل الجواب الاول ٠

وكذلك ينبغي أن يعمل في جميع أنواع هذه المسائل ٠

الباب الرابع

في ضرب الكسور وقسمتها

وهو خمسة فصول

ينبغي أن نعلم أن الكسور جنسان : أحدهما مطلق والآخر منسوب(٢٤) . فأما المطلق فمثل الاثلاث والأرباع والاتساع ، وسائر الأنواع التي ذكرناها في المنزلة الأولى من هذا الكتاب .

وأما المنسوبة فهي الدوانيق والحبات والطساسيج والعشران ، وغيرها من الرسوم التي تستعملها الناس في معاملاتهم .

أما المطلق فقد مضى من شرحها وذكر أنواعها ما فيه الكفاية . والذي بقي علينا مما ينبغي أن نذكره : ضرب بعضها في بعض وقسمتها . ونحن نورده في هذا الموضع ان شاء الله .

وأما المنسوب فقد اختلفت أهل البلاد في استعمالها ، وكثر ذلك فيهم . ونحن نذكر منها بلغة ، ليكون ذلك معينا للناظر في هذا الكتاب على ما يحتاج اليه . فنقول :

ان **الدرهم** في سائر البلدان التي نعرفها **ستة دوانيق** .

فاما بالعراق وكور الأهواز ونواحي فارس فهو **ثمانية واربعون حبة ، وستون عشيراً وستة وتسعون فلساً** وهو عند أهل بغداد **اثنا عشر قيراطاً** .

وأما بنواحي خراسان والشام فهو **اربعة وعشرون طسوجا وستة** [٥٦ و] **وثلاثون حبة** .

وأهل خوزستان يقسمون الحبة بأربعة أقسام يسمون كل قسم منها **تومنة** ، فيكون الدرهم مائة واثنين وتسعين تومنة .

فاما نواحي ما وراء النهر فانهم يستعملون في أكثر معاملاتهم الفلوس ويصرفونها بينهم عدداً ، وهي أجناس مختلفة . فمنها ما يكون : **ستة وثلاثون بدرهم** ، ومنها **ثمانية واربعون بدرهم** ومنها ستون **بدرهم** .

ويتعاملون أيضاً عندهم بدراهم مركبة من عدة أجناس من الجواهر ،

تسمى **المسيبية والعطرية والمحمدية** وأخذهم وعطاؤهم بها يكون عدداً .

فأما **الدينار** فانه أيضاً في سائر البلدان **ستة دوانيق** .

وهو بنواحي السواد **عشرون قراطاً ، وستون حبة ، وستون عشيراً** .

فأما بالبصرة والأهواز ونواحي فارس فهو **أربعة وعشرون قيراطاً ، واثنان وسبعون حبة** .

فيكون **القيراط** في الوجهين جميعاً **ثلاث حبات** ، وتكون حبة فضة العراق مثل ثلاثة أرباع حبة خراسان والشام ، وهي مثلها ومثل ثلثها(٢٥) . وحبة ذهب العراق نصف وثلث حبة البصرة والأهواز وفارس ، وهي مثلها ومثل خمسها(٢٦) .

فأما نسبة الذهب والفضة فان منها ما يتعلق بوزنها من جهة الثقل ، وهو له طبيعي . ومنها ما يتعلق باستعمال الناس لها في الأوزان ، وهو وضعي . فان وزن الفضة هو مثل نصف وخمس وزن الذهب ، أعني أنه اذا كان جسمان متساويان في المساحة(٢٧) وكان أحدهما فضة والآخر ذهب كان وزن الفضة مثل نصف خمس وزن الذهب ، ويكون وزن الذهب مثل وثلاثة أسباع وزن الفضة . وكذلك ان كان جسمان متساويان في الوزن من هذين الجوهرين كانت نسبة مساحة احدهما الى مساحة الآخر هاتين [٥٦ ظ] النسبتين بالعكس .

فأما النسبة التي بين دوانيقها فانها لا تغاير شيئاً مما ذكرناه .

فأما بين حباتها فهي مختلفة : وذلك أن حبة الذهب وهي مثل حبة الفضة ومثل سبعها وحبة الفضة هي مثل سبعة أثمان حبة الذهب . لأن الدرهم هو ثمانية واربعون حبة فضة ، وهو اثنان واربعون حبة ذهب ، ونسبة أحد هذين العددين من الآخر : هذه النسبة .

فأما بالبصرة وكور الأهواز وفارس فان حبة الفضة هي مثل حبة الذهب ومثل نصف عشرها . وحبة الذهب هي مثل ستة اسباع حبة الفضة ومثل ثلثي سبعها . وذلك أن الدرهم عندهم ثمانية واربعون حبة فضة ، وهو خمسون حبة ذهب وخمسي حبة ، لأنه نصف وخمس الدينار ، ونسبة هذين العددين احدهما عند الآخر هذه النسبة .

فأما أوزان العراق فانه يزيد على أوزان خراسان وفارس بسدس عشرها ، أعني بسدس عشر أوزان العراق · فيكون دوانيقه وحباته أيضاً تزيد تلك الزيادة ·

وأوزان الأهواز تزيد على أوزان فارس مثل سدس عشره ، ونصف عشر عشره · فتكون زيادة أوزان الأهواز على أوزان فارس بنصف عشر عشر ·

الفصل الثاني

في ضرب الكسور المطلقة بعضها في بعض [٢٨]

فاذا أردنا أن نضرب كسوراً في كسور ضربنا عدد أجزاء احـدى الناحيتين في عدد أجزاء الناحية الأخرى ، فما حصل نسبناه ، مما يكون من ضرب مخرج [٥٧و] أحد الكسرين في مخرج الكسر الآخر ·

مثال ذلك انا اردنا أن نضرب أربعة أخماس في ثلاثة اسباع : ضربنا أربعة في ثلاثة ، فكان اثنا عشر ، ونسبناه من خمسة وثلاثين ، الذي هو مخرج الخمس والسبع ، فكان خمساً وسبعاً ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب نصفاً وثلثاً في ربع وخمس ، ضربنا عدد أجزاء النصف والثلث ، وهو خمسة أجزاء من ستة ، في عدد أجزاء الربع والخمس ، وهو تسعة أجزاء من عشرين ، فـكان خمسة واربعين ، فحفظناه · ثم ضربنا مخرج النصف والثلث ، وهو ستة ، في مخرج الربع والخمس ، وهو عشرون ، فكان مائة وعشرين ، ونسبنا الخمسة والأربعين من مائة وعشرين ، فكان ربعاً وثمناً ؛ وهو ما يكون من ضرب نصف وثلث في ربع وخمس ·

فان أردنا أن نضرب أربعة أجزاء من أحد عشر في ثلاثة أجزاء من ثلاثة عشر ، ضربنا الأربعة في الثلاثة فكان اثنا عشر ، ونسبناه من ضرب احد عشر في ثلاثة عشر ، وهو مائة وثلاثة وأربعون ، فيكون اثنا عشر جزءاً من مائة وثلاثة واربعين ·

ضرب الكسور المتجانسة بعضها في بعض

اذا أردنا أن نضرب أربعة أخماس في ثلاثة أخماس ، ضربنا أربعة في ثلاثـة ، فيكون اثني عشر ، وأخذنا من كل خمسة خمس ، فيكون خمسين وخمسي خمس ·

[٥٧ظ] وكذلك لو أردنا أن نضرب خمسة أسباع في أربعة أسباع ، ضربنا خمسة في أربعة فكان عشرين ، وأخذنا من كل سبعة سبع ، فيكون سبعين وستة أسباع سبع ·

ضرب الكسور المختلفة بعضها في بعض

فان كانت الكسور مختلفة فانه يؤخذ من مخرج الكسرين واحد من الكسر الآخر : مثلا ثلاثة أخماس في أربعة أسباع : فانه يضرب ثلاثة في أربعة فيكون اثني عشر ، ويؤخذ من كل سبعة ، التي هي مخرج السبع ، خمس ، أو من كل خمسة التي هي مخرج الخمس ، سبع ، فيكون خمساً وسبعاً · وهو ما يكون من ضرب ثلاثة أخماس في أربعة أسباع ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب خمسة أثمان في أربعة أتساع : ضربنا خمسة في أربعة فكان عشرين ؛ وأخذنا من كل تسعة ثمناً ، أو من كل ثمانية تسعاً · فكان ربعاً وربع تسع ، وهو ما يكون من ضرب خمسة أثمان في أربعة أتساع ·

ضرب الكسور بعضها في بعض ، على مذهب الكتاب

الأجود في ضرب هذه الكسور لمن يكون له رياضة بنسبة الستين أن يجعل أحدهما عشرانا ، وتأخذ منه بقسط الآخر ، فما كان ينسب من الستين ·

ومن أمثال ذلك المسئلة التي تقدمت ؛ وهي انا أردنا أن نضرب نصفاً وثلثاً في ربع وخمس : جعلنا احدى الناحيتين عشراناً ، فاذا جعلنا الربع والخمس عشراناً [٥٨ و] فكان سبعة وعشرين ، ثم أخذنا نصفه وثلثه فكان اثنين وعشرين نصفاً · ثم نسبناه من الستين فكان ربعاً وثمناً ، وهو مثل الجواب الأول · وان شئنا جعلنا النصف والثلث عشراناً ، فكان خمسين عشيراً ، وأخذنا ربعه وخمسه ونسبناه من الستين فكان أيضاً ربعاً وثمناً ·

الفصل الثالث

في ضرب الكسور المنسوبة بعضها في بعض (٢٩)

فاذا أردنا أن نضرب خمسة دوانيق في أربعة دوانيق : ضربنا خمسة في أربعة فكان عشرين ، وأخذنا من كل ستة دانق ، ومن كل واحد حبة ، خراساني وشامي ، فيكون ثلاثة دوانيق وحبتين • وأخذنا من كل واحد حبة وثلث ، عراقي وفارسي ، فيكون ثلاثة دوانيق وحبتين وثلثي حبة •

وان شئنا نسبنا الدوانيق من الدراهم فتكون الخمسة دوانيق نصفاً وثلثاً ، والأربعة دوانيق ثلثين ، وضربنا بعضها بعض على الرسم الذي تقدم ذكره •

ضرب القراريط بعضها في بعض

فان أردنا أن نضرب ثلاثة قراريط في قيراطين : ضربنا ثلاثة في اثنين ، فكان ستة ، وأخذنا من كل اثني عشر قيراطاً بغدادياً ، ومن كل ثلاثة حبة عراقي وفارسي ، فيكون حبتين • فان كانت القراريط أهوازية أخذنا من كل أربعة وعشرين قيراطاً ، ومن كل اثني عشر حبة ، فيكون نصف حبة • فان كانت القراريط ذهبا أخذنا من كل عشرين قيراطاً بغدادياً ، ومن كل ستة وثلاثين حبة بغدادية ، فيكون تسعة أعشار حبة ذهب بغدادي وتأخذ من كل أربعة وعشرين قيراطاً بصرياً وفارسياً ومن كل ثمانية حبة ، فيكون ثلاثة أرباع حبة ذهب بصري وفارسي •

فان أردنا أن نضرب ثلاثة قراريط ذهباً بغدادياً في أربعة قراريط ذهب بصري وفارسي : ضربنا ثلاثة في أربعة فكان اثني عشر ، وأخذنا من كل عشرين : قيراطاً بصرياً ، ومن كل أربعة وعشرين : قيراطاً بغدادياً ، ومن كل ثمانية [٥٨ ظ] حبة بغدادية ، ومن كل ستة وثلاثين حبة بصرية وفارسية • فيكون الحاصل من ضرب ثلاثة قراريط ذهب بغدادي في أربعة قراريط ذهب بصري حبة ونصف بغدادي وحبة وأربعة أخماس حبة بصري وأهوازي •

ضرب الحبات بعضها في بعض

فان أردنا أن نضرب خمس حبات فضة في ثلاث حبات فضة : ضربنا خمسة في ثلاثة فكان خمسة عشر • وأخذنا من كل ثمانية واربعين : حبة

عراقية ، فيكون ربع حبة ونصف ثمن حبة ؛ ومن كل ستة وثلاثين : حبة خراساني وجبلي ، فعيكون ربع حبة وسدس حبة • فان كانت الحبات ذهباً : أخذنا من كل ستين : حبة ذهب بغدادي ، ومن كل اثنين وسبعين حبة ذهب بصري ، فيكون ربع حبة ذهب بغدادي ، وسدس حبة وثلث ثمن حبة بصري •

فان أردنا أن نضرب خمس حبات ذهب بغدادي في أربع حبات ذهب بصري : ضربنا الخمسة في الاربعة فكان عشرين • وأخذنا من كل ستين : حبة بصري وفارسي ، ومن كل اثنين وسبعين : حبة بغدادي • فيكون ثلث حبة بصري، وسدس وتسع حبة بغدادي •

وكذلك ان أردنا أن نضرب العشران بعضها في بعض ضربناها وأخذنا من كل ستين : عشيراً ، ومن كل ثلاثة الف وستمائة واحداً ، ومن كل واحد سدس عشر عشير •

ضرب الكسور المختلفة المنسوبة بعضها في بعض

فان أردنا أن نضرب خمسة دوانيق في ثلاثة قراريط ضربنا الخمسة في الثلاثة ، فكان خمسة عشر ، وأخذنا من كل ستين قيراطاً • فان كانت القراريط فضة بغدادي فانا نأخذ من كل اثني عشر دانقاً ، ومن كل واحد ونصف : حبة فضة فيكون دانق وحبتين • وان كانت القراريط أهوازية أو بصرية ، أخذنا من كل أربعة وعشرين : دانقاً ، ومن كل ثلاثة : حبة ، فيكون خمس حبات •

[٥٩و] فان كانت القراريط والدوانيق ذهباً بغداديا ، أخذنا من كل عشرين : دانقاً ،ومن كل اثنين : حبة • فيكون سع حبات ونصف ذهب • وان كانت القراريط ذهباً بصرية ، أخذنا من كل أربعة وعشرين : دانقاً ، ومن كل اثنين وخمسين حبة ذهب ، فيكون ثلاث حبات وسبع حبة بصري •

فان أردنا أن نضرب ثلاثة قراريط بغدادي في أربع حبات ذهب بصري : بسطنا القراريط حبات وضربناها في الحبات البصرية ، وأخذنا من كل ستين : حبة بصرية ، ومن كل اثنين وسبعين : حبة بغدادية • فيكون نصف حبة ذهب بغدادي ، ونصف وعشر حبة ذهب بصري •

ضرب الدوانيق في الحبات

اذا أردنا أن نضرب أربعة دوانيق في ثلاث حبات فضة : ضربنا أربعة في ثلاثة ، فكان اثني عشر ، وأخذنا من كل ستة : حبة فضة ، ومن كل ثمانية وأربعين دانقاً ، ان كانت الحبات عراقية · فيكون حبتين ·

وان شئنا نسبنا الاربعة الدوانيق من الدرهم فيكون ثلثين ، وأخذنا فيه كما بينا في ضرب الدوانيق ·

وان شئنا بسطنا الدوانيق حبات وعملنا فيه كما بينا في ضرب الحبات ·

وان شئنا نسبنا الاربعة الدوانيق من الدرهم فيكون ثلثين ، وأخذنا ثلثي الثلاث حبات ، فيكون حبتين ·

وان كانت الحبات خراسانية نسبناها من الستة والثلاثين كما تقدم ذكره ·

ضرب حبات الذهب في حبات الفضة

فان أردنا أن نضرب أربع حبات من ذهب في خمس حبات فضة ، ضربنا [٥٩ ظ] أربعة في خمسة فكان عشرين ، وأخذنا من كل ثمانية وأربعين حبة ذهب ، ومن كل اثنين وأربعين : حبة فضة · فكان ربعاً وسدس حبة ذهب ، ويكون ثلثاً وسبع حبة فضة ·

وان كانت حبات الذهب بصري وفارسي : أخذنا من كل خمسين وخمسين حبة فضة فكان سبعي حبة وتسع حبة فضة · فان كانت حبات الفضة خراساني أخذنا من كل ستة وثلاثين : حبة ذهب ، فيكون نصف حبة ونصف تسع حبة ذهب ·

وجه آخر في ضرب الكسور بعضها في بعض

فان أردنا أن نضرب دانق وثلاث حبات في دانق وعشيرين : بسطنا الدانق وثلاث حبات ، حبات ؛ فيكون أحد عشر حبة ؛ وبسطنا الدانق والعشيرين ، عشراناً ؛ فكان أثني عشر عشيراً · ثم ضربنا أحد عشر في اثني عشر ، فكان مائة واثنين وثلاثين · وأخذنا من كل ستين : حبة ، فيكون حبتين وخمس ·

وان شئنا نسبنا دانق وثلاث حبات من ثمانية واربعين ، فيكون سدساً ونصف ثمن ، ثم أخذنا سدس دانق وعشرين ، ونصف ثمنها فيكون عشرين ونصف وربع ·

×وان شئنا أخذنا من كل ثمانية وأربعين : عشيراً ، فيكون عشيرين ونصف وربع عشير ، وان شئنا نسبنا دانق وعشيرين من الستين فيككون خمساً ، وأخذنا بقسطه من الدانق والثلاث حبات فيكون حبتين وخمس ·

فان أردنا أن نضرب دانقين وعشير فضة في ثلاثة قراريط وحبة ذهب بغدادي : فانا نبسط كل واحد من جنسه فيكون أحد وعشرين عشيراً ، وعشر حبات · ثم ضربنا الواحد والعشرين في العشرة فيكون مائتين وعشرة ، وأخذنا [٦٠ و] من كل ستين : حبة ذهب ، ومن كل اثنين واربعين : عشيراً فضة ، فيكون ثلاث حبات ونصف ذهب ، وخمسة أعشر فضة ·

وان شئنا زدنا على العشرة ثلاثة اسباعها فيصير أربعة عشر وسبعين ؛ ثم نضربها في أحد وعشرين ، فيكون ثلاثمائة ؛ ثم نأخذ من كل ستين : عشيراً ، فيكون خمسة أعشر ·

وان شئنا نقصنا من أحد وعشرين خمسه وعشره فيبقى أربعة عشر ونصف وخمس ، فنضربها في عشرة ، فيكون مائة وسبعة واربعين درهما ، ونأخذ من كل اثنين واربعين : حبة ذهب ، فيكون ثلاث حبات ونصف ذهب ؛ وهو مثل الجواب الأول ·

وان كانت القراريط الذهب بصري أو أهوازي ، بسطناها حبات ، فيكون عشر حبات ، وضربناه في أحد وعشرين ، فكان مائتين وعشرة ، ثم أخذنا من كل ستين : حبة ذهب ، فيكون ثلاث حبات ونصف · وان شئنا أخذنا من كل خمسين وخمس عشيراً فيكون أربعة اعشر وسدس · وهو ما يكون من ضرب دانقين وعشير فضة في ثلاثة قراريط وحبة ذهب بصري ·

وعلى هذا الطريق يجب أن يكون ضرب جميع أنواع الكسور بعضها في بعض · وأنواع الكسور المنسوبة كثيرة ، ولم نذكرها كلها لان ما في ذكرناه كفاية لمن له فهم وذكاء ان شاء الله ·

× هذه غير موجودة في ل ·

الفصل الرابع

في قسمة الكسور المطلقة بعضها في بعض

ينبغي أن نعلم أن الكسور اذا كانت متجانسة فكانها اعداد صحاح ، فيجب أن يقسم بعضها على بعض ، وما يخرج من القسم يكون اعداداً صحاحاً .

مثال ذلك : انا أردنا أن نقسم خمسة أسباع على ثلاثة أسباع : فانها خمسة مقسومة على ثلاثة فيخرج من القسمة واحد وثلثان . وهو ما يكون من قسمة خمسة أسباع على [٦٠ ظ] ثلاثة أسباع .

وكذلك ان أردنا أن نقسم ثمانية اتساع على تسعين ، قسمنا الثمانية على الاثنين فيخرج من القسم اربعة وهو ما يكون من قسمة ثمانية اتساع على تسعين .

وهكذا ان أردنا أن نقسم عشرة أجزاء من ثلاثة على أربعة أجزاء من ثلاثة عشر ، قسمنا العشرة على أربعة فيخرج من القسم اثنان ونصف ، وهو ما يكون من قسمة عشرة أجزاء من ثلاثة عشر على أربعة أجزاء منه .

وكذلك يكون الدوانيق على الدوانيق والحبات على الحبات والعشيرات على العشيرات . فان جميع ما يخرج من القسمة يكون اعداداً صحاحاً . وقد بينا علة ذلك في الباب الأول من هذه المنزلة .

قسمة الكسور المختلفة

فان كانت الكسور مختلفة فانا نجعلها من جنس واحد ، ثم نقسم بعضها على بعض ، كما تقدم ذكره . وذلك أن مثل ثلاثة أرباع أردنا أن نقسمها على ثلاثة أسباع : فانا نجعلها من جنس واحد وذلك بأن نأخذ عددا له ربع وسبع ، فيكون ثمانية وعشرين . ونأخذ ثلاثة أرباعه ، وهو أحد وعشرين ، ونقسمها على ثلاثة اسباع وهو اثنا عشر ، فيخرج من القسم واحد ونصف وربع ، وهو ما يكون من قسمة ثلاثة أرباع على ثلاثة اسباع .

وكذلك ان أردنا أن نقسم نصفاً وثلثاً على ربع وسبع : جعلنا كلها

من جنس واحد ، وهو ان نضرب الخمسة ، وهي أجزاء النصف والثلث في ثمانية وعشرين ، وهي مخرج الربع والسبع ، فيكون مائة واربعين ، ثم نضرب أحد عشر وهو أجزاء الربع والسبع في ستة ، وهو مخرج النصف والثلث فيكون ستة وستين . ثم نقسم المائة والأربعين على الستة والستين ، فيخرج من القسم اثنان وأربعة أجزاء من ثلاثة وثلاثين . وهو ما يكون من قسمة نصف وثلث على ربع وسبع .

[٦١ و] فاذا أردنا أن نقسم عشرة أجزاء من أحد عشر على جزأين من ثلاثة عشر : ضربنا عشرة في ثلاثة عشر فيكون مائة وثلاثين ، وضربنا الجزأين في أحد عشر فيكون أثنين وعشرين ؛ ثم نقسم المائة والثلاثين على اثنين وعشرين ، فيكون خمسة وعشرة أجزاء من أحد عشر جزءاً من واحد . وهو ما يكون من قسمة عشرة أجزاء من أحد عشر على جزأين من ثلاثة عشر .

الفصل الخامس

في قسمة الكسور المنسوبة

فاذا أردنا أن نقسم دوانيق على حبات أو على طساسيج ، أو طساسيج على قراريط أو على حبات ، أو على عشران أو غير ذلك من الأجناس فينبغي أن نجعلها كلها من جنس واحد ثم نقسم .

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم خمسة دوانيق على أربعة حبات فضة : بسطنا الدوانيق حبات فيكون اربعين حبة عراقية ثم قسمناه على أربعة فيخرج من القسم عشرة ، فهو ما يكون من قسمة خمسة دوانيق على أربع حبات .

فان كانت الحبات خراسانية كـــان الخمسة دوانيق اذا بسطناها حبات : ثلاثين حبة ، واذا قسمناه كان الخارج من القسم سبعة ونصف . وكذلك يكون الأمر في سائر هذه الأجناس .

فان أردنا أن نقسم حبات فضة على عشران فضة زدنا على عدد الحبات مثل ربعها حتى تصير عشراناً ، أو نقصنا من عدد العشران مثل خمسها حتى تصير حبات ، ثم قسمنا .

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم أربع حبات على عشيرين : زدنا على عدد الحبات ربعها ، فصار خمسة ، ثم قسمناها على عشيرين فخرج من القسم اثنان ونصف [٦١ ظ] وهو عدد ما يخرج من قسمة أربع حبات على عشيرين · وان شئنا وضعنا من العشيرين خمسها ، فيبقى حبة وثلاثة أخماس حبة ، قسمنا عليها الأربعة ، فخرج من القسم اثنان ونصف · وهو مثل الجواب الأول ·

وكذلك ان أردنا أن نقسم عشراناً على حبات فضة ؛ فان كانت الحبات خراسانية زدنا على عدد الحبات مثل ثلثيها ، أو وضعنا من العشران مثل خمسها ، ثم قسمنا ·

فان أردنا أن نقسم حبات الذهب البغدادية على حبات الذهب الفارسية والبصرية : زدنا على البغدادي مثل خمسها ، أو وضعنا من البصري مثل سدسها ، وقسمنا · وذلك مثل : ثلاثة قراريط وحبة ذهب بغدادي أردنا أن نقسمها على قيراطين وحبة بصري : زدنا على الحبات البغدادي مثل خمسها فيصير اثنا عشر ، وقسمناها على الحبات البصرية ، وهو ست حبات ، فخرج من القسم اثنان · وان شئنا وضعنا من حبات البصري سدسها ، فيبقى خمس حبات ، قسمنا عليها الحبات البغدادي ، وهي عشرة ، فخرج من القسم اثنان · وهو مثل الجواب الأول ·

قسمة الفضة والذهب

فان أردنا أن نقسم حبات الفضة على حبات الذهب ، أو حبات الذهب على حبات الفضة ، وكان الجميع حبات بغداد ، زدنا على حبات الذهب مثل سبعها ، أو نقصنا من حبات الفضة مثل ثمنها ، ثم قسمنا ·

فان كانت الحبات الذهب بصرية زدنا على حبات الفضة نصف عشرها ، أو نقصنا من حبات الذهب مثل ثلث سبعها ، فان كانت عشران فضة وأردنا أن نقسمها على حبات ذهب بغدادي ، زدنا على الحبات [٦٢و] الذهب مثل ثلاثة أسباعها ، أو وضعنا من العشران مثل خمسها وعشرها · فان كانت الحبات الذهب بصرية زدنا عليها مثل سبعها وثلث سبعها ، أو وضعنا من العشران أربعة أخمس خمسها ، ثم قسمنا ·

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم ثلاثة قراريط وحبة ونصف ذهباً بصرياً على خمس حبات فضة بغدادي : نقصنا من حبات الذهب ثلث سبعها ، وهو نصف حبة ، فيبقى عشرة ، نقسمها على خمسة فيخرج من القسم اثنان · وان شئنا زدنا على خمس حبات نصف عشرها ، وهو ربع ، ونقسم عليها العشرة والنصف ، فيكون الخارج من القسم أيضاً اثنين ·

فان أردنا أن نقسم دانقين وخمسة أعشر فضة ، على ثلاثة قراريط وحبة ونصف ذهب بصري : زدنا على حبات الذهب سبعها وثلث سبعها ، وهو حبتان ، فيصير اثني عشر عشراً ونصفاً ، ثم نقسم خمسة وعشرين عليه ، فخرج من القسم اثنان · وان شئنا نقصنا من دانقين وخمسة أعشر : أربعة أخماس خمسها ، وهو أربعة عشر ، فيبقى أحد وعشرون حبة ، نقسمها على عشر حبات ونصف ، فيخرج من القسم اثنان ، وهو ما يكون من قسمة دانقين وخمسة أعشر على ثلاثة قراريط وحبة (ونصف) ذهب بصري ·

والأجود في جميع ما ذكرناه ، من ضرب الكسور وقسمتها ، أن ينسب من الدرهم ويضرب ، حتى لا يختلف في سائر البلدان على الحاسب ، ويسهل عليه · وذلك مثل ثلاث حبات ذهب بصري في أربع حبات ذهب بغدادي : فانه ثلث ثمن في ثلث عشر ، وانما ذكرنا ضرب تلك الانواع ليرتاض الناظر في هذا الكتاب ، فان أكثر الناس يغلطون في مثل هذه الاقياس ·

وعلى هذا ينبغي أن تكون قسمة جميع أنواع الكسور ، فقد أتينا على قسمة جميع أنواع الكسور وضربها · وفي ما ذكرناه كفاية لمن له أدنى فهم ورياضة في صناعة الحساب ·

الباب الخامس

في ضرب الأعداد الصحاح في الكسور ومقابلاتها في القسمة

وهو ثلاثة فصول

الفصل الأول [٦٢ ظ]

في ضرب الأعداد الصحاح في الكسور

فاذا أردنا ذلك ضربنا العدد الصحيح في عدد أجزاء الكسور ، فما اجتمع قسمناه على مخرج تلك الكسور ، فما خرج من القسمة فهو ما يكون من ضرب الصحيح في الكسور ·

مثال ذلك انا أردنا أن نضرب ثلاثة عشر في أربعة أسباع : ضربنا الثلاثة عشر في أربعة ، وهو عدد أجزاء الكسر فكان اثنين وخمسين ، فأخذنا من كل سبعة واحداً ، وهو مخرج الكسر ، فكان سبعة وثلاثة أسباع ، وهو ما يكون من ضرب ثلاثة عشر في أربعة أسباع ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب أحد عشر في نصف وثلث وجزأين من ثلاثة عشر : ضربنا الأحد عشر في سبعة وسبعين وهو عدد أجزاء الكسور ، لأن مخرج الكسور ثمانية وسبعين ، فكان من الضرب ثمان مائة وسبعة وأربعين ، وأخذنا من كل ثمانية وسبعين واحداً ، فكان عشرة وسبعة وستين جزءاً من ثمانية وسبعين جزءاً ؛ وهو ما يكون من ضرب أحد عشر في نصف وثلث وجزأين من ثلاثة عشر ·

فاذا× نسبنا الكسور بالتقريب كان نصفاً وثلثاً وربع عشر ونصف تسع تسع عشر ·

فاذا أردنا أن نضرب ثلاثة عشر في خمسة دوانيق : ضربناها في خمسة وأخذنا من كل ستة درهما ومن كل واحد دانقا ، فيكون عشرة دراهم وخسة دوانيق ·

× من هنا الى آخر الفصل الثاني غير موجود في م ·

فان أردنا أن نضرب عشرة في دانقين وثلاث حبات : ان شئنا بسطنا الدانقين حبات ، فيكون مع الثلاث حبات : تسعة عشر حبة عراقية ، وثلاث عشر حبة جبلية وخراسانية ، وضربنا العشرة فيهما ، وأخذنا من كل ثمانية [٦٣ و] دانقاً ، ومن كل واحد حبة عراقية ، أو نأخذ من كل ستة وثلاثين : درهماً ، ومن كل ستة : دانقاً خراسانياً أو جبلياً ·

وان شئنا ضربنا العشرة في الدانقين مفرداً ، وأخذنا من كل ستة دانقاً ، وحسبنا الحبات كما تقدم ذكره · فيكون الحاصل من الضرب ثلاثة دراهم وخمسة دانق وست حبات عراقي · وأربعة دراهم ودانق خراساني وشامي ·

وان شئنا نسبنا الدانقين والثلاث حبات من الدراهم فيكون ثلثاً ونصف وثمن عراقي ، وربعاً وسدساً خراساني ، فاذا أخذنا بقسطه من القسم كان مثل الجواب الأول ·

الفصل الثاني

في قسمة الصحاح على الكسور

فان أردنا أن نقسم عددا صحيحا على كسور : فانا نضرب العدد الصحيح في مخرج الكسور ، فما اجتمع قسمناه على عدد أجزاء الكسور ، فما خرج من القسمة فهو الذي يكون من قسمة الصحيح على الكسور ·

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم أحد عشر على خمسة أسباع : ضربنا الأحد عشر في سبعة ، التي (هي) مخرج السبع ، فكان سبعة وسبعين ، فقسمناه على خمسة ، التي هي عدد أجزاء الكسور ، فكان خمسة عشر وخمسين ، وهو ما يكون من قسمة أحد عشر على خمسة أسباع ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم سبعة عشر على ثلث وربع : ضربنا السبعة عشر في اثني عشر ، وهو مخرج الثلث والربع ، فكان مائتين واربعين ، وقسمناه على سبعة ، التي هي عدد أجزاء الكسر ، فيخرج من القسم تسعة وعشرون وسبع ، وهو ما يكون من قسمة سبعة عشر على ثلث وربع ·

الفصل الثالث
في قسمة الكسور على الصحاح

فاذا أردنا ذلك ضربنا مخرج الكسور في العدد الصحيح ، فما اجتمع [٦٣ ظ] نسبنا منه عدد أجزاء الكسر ، فما حصل من القسمة هو ما يكون من قسمة الكسور على الصحيح ·

مثال ذلك : انا أردنا أن نقسم نصفاً وثلثاً على أربعة : ضربنا الاربعة في ستة ، وهو مخرج النصف والثلث ، فكان أربعة وعشرين ، ثم نسبنا منه عدد أجزاء الكسور وهو خمسة ، فكان ثمناً ونصف سدس · وهو ما يكون من قسمة نصف وثلث على اربعة ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم أربعة أجزاء من ثلاثة عشر على ستة : ضربنا الستة في الثلاثة عشر ، فكان ثمانية وسبعين ، ونسبنا الأربعة أجزاء منه فكان جزأين من تسعة وثلاثين ، وهو ما يكون من قسمة أربعة أجزاء من ثلاثة عشر على ستة ·

وجه آخر من قسمة الكسور على الصحاح

فان أردنا ذلك ضربنا عدد أجزاء الكسر في كسر العدد المقسوم عليه ، فما خرج من الضرب نسبناه من مخرج الكسر ، فما حصل من النسبة هو ما يكون من قسمة الكسور على الصحيح ·

والمثال في ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها ، وهي قسمة نصف وثلث على أربعة · فانا نضرب عدد أجزاء الكسور ، وهو خمسة في ربع ، وهو الكسر المشتق اسمه من أربعة ، فكان واحداً وربعاً ، نسبناه من الستة فكان سدساً وثلث ثمن ، وهو مثل الجواب الأول ·

وجه آخر في قسمة الكسور على الصحيح

فاذا أردنا ذلك ضربنا كسر العدد في الكسور التي معنا فما كان [٦٤ و] فهو الحاصل من القسمة · والمثال في ذلك المسئلة التي تقدمت · فانا اذا ضربنا الربع ، وهو كسر العدد ، في النصف والثلث كان سدساً وثلث ثمن · وذلك مرادنا · وهذا بابه وحسابه ·

الباب السادس
في ضرب الأنواع المركبة وقسمتها
وهي ثمانية فصول
الفصل الأول
في ضرب الصحاح والكسور في الصحاح

فاذا أردنا ذلك ضربنا الصحيح في الصحيح كما بينا وحفظناه ، ثم ضربنا الصحاح في الكسور واضفناه الى ما حفظناه ، فما اجتمع فهو الذي نريده ·

مثال ذلك انا أردنا أن نضرب أحد عشر وثلثين في أربعة : ضربنا أحد عشر في أربعة ، فكان اربعة وأربعين ، ثم ضربنا الثلثين في أربعة فكان اثنين وثلثين ، واضفناه الى اربعة وأربعين ، فصار ستة وأربعين وثلثين · وهو ما يكون من ضرب أحد عشر وثلثين في أربعة ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب تسعة وربعا وسبعا في ثمانية : ضربنا التسعة في ثمانية فكان اثنين وسبعين ، ثم ضربنا ربعاً وسبعاً في ثمانية فكان ثلاثة وسبع اضفناه الى الاثنين والسبعين ، فصار خمسة وسبعين وسبعاً · وهو ما يكون من ضرب تسعة وربع وسبع في ثمانية · وهذا بابه وحسابه ·

الفصل الثاني
في قسمة الصحاح والكسور على الصحاح

[٦٤ ظ] اذا أردنا ذلك قسمنا الصحيح على الصحيح وحفظناه ، ثم قسمنا الكسور على الصحيح واضفناه الى المحفوظ ، فما اجتمع فهو ما يكون من قسمة الصحيح والكسور على الصحيح ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نقسم أربعة عشر وخمسين على ثلاثة : قسمنا الأربعة عشر على ثلاثة ، فخرج من القسم أربعة وثلثان ؛ ثم قسمنا الخمسين على ثلاثة فكان عشراوثلث عشر × ؛ وزدناه على ما حفظناه فصار أربعة ونصف وخمس وعشر · وهو ما يكون من قسمة أربعة عشر وخمسين على ثلاثة ·

× في الأصل : عشيراً وثلث عشير (في النسختين) ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم أحد عشر وربع وسدس على أربعة وعشرين : قسمنا الأحد عشر على أربعة وعشرين فكان ثلثاً وثمناً ؛ ثم قسمنا الربع والسدس على أربعة وعشرين فكان نصف سدس ثمن • فاذا أضفناه الى ما خرج من القسم ، وهو ثلث وثمن ، كان الجميع ثمناً وتسعاً وربع ثمن • وهو ما يكون منقسمة أحد عشر وربع وسدس على أربعة وعشرين •

وقد يتفق في هذا الباب أن يكون المقسوم أقل من المقسوم عليه ، وأن يكون أكثر منه ؛ وسبيله أن تجعل كلها من جنس الكسر وتقسم لئلا يصعب منه شيء ويسهل •

الفصل الثالث

في قسمة الصحاح على الكسور والصحاح

فاذا أردنا ذلك بسطنا الناحيتين من جنس الكسور ، وقسمنا ذلك •

مثال ذلك ثلاثة عشر أردنا أن نقسمها على اثنين وأربعة أسباع : بسطنا [٦٥ و] كلها أسباعاً ، فصار الثلاثة عشر : أحد وتسعين سبعاً ، وصار الأثنين والأربعة أسباع ثمانية عشر سبعاً ؛ فاذا قسمنا أحد وتسعين على ثمانية عشر كان خمسة ونصف تسع • وهو ما يكون من قسمة ثلاثة عشر على اثنين وأربعة أسباع •

وكذلك لو أردنا أن نقسم ثمانية على عشرة وثمانية أتساع : جعلناها كلها أتساعاً ، فكان الثمانية : اثنين وسبعين تسعاً ، والعشرة والثمانية الاتساع : ثمانية وتسعين تسعاً ؛ فاذا قسمنا الأثنين والسبعين على الثمانية والتسعين كان خمسة أسباع وسبع سبع • وهو ما يكون من قسمة ثمانية على عشرة وثمانية أتساع •

الفصل الرابع

في ضرب الصحاح والكسور في الكسور

فاذا أردنا ذلك ضربنا الصحاح في الكسور وحفظناه ، ثم ضربنا الكسور في الكسور كما تقدم ذكره واضفناه الى ما حفظناه •

مثال ذلك انا أردنا أن نضرب أربعة ونصفاً وثلثاً في ربع وسدس : ضربنا الأربعة عشر في ربع وسدس فكان خمسة ونصفاً وثلثاً • ثم ضربنا النصف والثلث في ربع وسدس فكان ثلثا وثمن تسع • فاذا أضفناه الى

ما حفظناه ، كان ستة وثلثاً وثمن تسع • وهو ما يكون من ضرب أربعة عشر ونصف في ربع وسدس •

وان شئنا بسطنا الاربعة عشر والنصف والثلث : أسداسا ، فيكون تسعة وثمانين ، وضربناه في خمسة ، وهي أجزاء الربع والسدس من اثني عشر ، فيكون أربع [٦٥ ظ] مائة وخمسة وأربعين ، قسمناه على اثنين وسبعين ، وهو مضروب مخرج النصف والثلث في مخرج الربع والسدس ، فيخرج من القسمة ستة وسدس وثمن تسع • وهو مثل الجواب الأول •

الفصل الخامس

في قسمة الصحاح والكسور على الكسور

فاذا أردنا ذلك ضربنا العدد الصحيح مع الكسور في مخرج الكسور ، فما اجتمع قسمناه على ما يكون من ضرب الكسور في مخرج الكسور أيضاً ، فما حصل بعد ذلك فهو ما يكون من قسمة الصحاح والكسور على الكسور •

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم ثلاثة أسباع على ثلاثة وثلاثة أخماس : ضربنا الأحد عشر والثلث والربع في مخرج الكسور ، وهو أربعة وثمانين ، فكان تسع مائة وثلاثة وسبعين • فقسمناه على ما يكون من ضرب الثلاثة الأسباع في أربعة وثمانين ، وهو ستة وثلاثون ، فخرج من القسم سبعة وعشرين وربع وتسع • وهو ما يكون من قسمة أحد عشر وثلث وربع على ثلاثة أسباع •

الفصل السادس

في قسمة الكسور على الصحاح والكسور

العمل في هذا الفصل والفصل الذي تقدم واحد ، وهو ان نجعل الصحاح والكسور من جنس واحد ثم نقسم أحدهما على الآخر •

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم ثلاثة أسباع على ثلاثة وثلاثة أخماس : جعلناها كلها من جنس واحد • أما الثلاثة أسباع فانها تكون خمسة عشر جزءاً من خمسة وثلاثين • وأما الثلاثة والثلاثة أخماس فانها تكون مائة وستة وعشرين •

فاذا قسمنا [٦٨ و] الخمسة عشر على مائة وستة وعشرين كان الخارج من القسم نصف سبع وثلث سبع • وذلك مرادنا •

الفصل السابع

في ضرب الصحاح والكسور في الصحاح والكسور

فاذا أردنا ذلك ضربنا كل واحد من الصحاح والكسور بعضها في بعض فتكون أربع ضربات : وهو صحاح في صحاح ، وصحاح في كسور ، وكسور في صحاح ، وكسور في كسور · ثم نجمع ذلك كله ·

مثال ذلك انا أردنا أن نضرب ثلاثمائة وأربعة وعشرين ونصف وثلث في مائتين وستة وسبعين وخمس وتسع :

ضربنا الثلاثمائة والأربعة والعشرين في المائتين والستة والسبعين فكان تسعة وثمانين ألفا وأربع مائة وأربعة وعشرين ·

ثم ضربنا نصفاً وثلثاً في مائتين وستة وسبعين فكان مائتين وثلاثين · وضربنا خمسا وتسعا في ثلاثمائة وأربعة وعشرين فكان مائة وأربعة أخماس · ثم ضربنا النصف والثلث في والخمس والتسع فكان ربعا ونصف سدس تسع · فاذا جمعنا ذلك كله كان تسعة وثمانين الفا وسبع مائة وخمسة وخمسين ونصف عشر ونصف سدس تسع ·

فان شئنا جعلنا كلها من جنس واحد وضربناه كما تقدم ذكره ·

الفصل الثامن

في قسمة الصحاح والكسور على الصحاح والكسور

فاذا اردنا ذلك جعلناها كلها من جنس واحد وقسمنا كما قد بينا فيما تقدم من الأنواع ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نقسم ثلاثة وعشرين وخمسةأسباع على اثنين وأربعة أسباع : بسطنا كلها أسباعاً ، فيكون المقسوم مائة وستة وستين سبعا ، والمقسوم [٦٨ ظ] عليه ثمانية عشر سبعا · فاذا قسمنا المائة والستة والستين على ثمانية عشر كان الخارج من القسم تسعة وسدس ونصف تسع · وهو ما يخرج من قسمة ثلاثة وعشرين وخمسة أسباع على اثنين وأربعة أسباع ·

وقد أتينا على جميع أنواع الضرب والقسمة ، كما تقدم وعدنا · وفي ما ذكرناه كفاية لمن له أدنى رياضة ودرية في صناعة الحساب ان شاء الله ·

الباب السابع

في اختصار الضرب والقسمة

وهو فصلان

الفصل الأول

في اختصار الضرب (٣١)

فنقول أن كل عدد أردنا أن نضربه في خمسة أو خمسين أو في خمسمائة أو في خمسة ألف ، أو في شيء من الاعداد المركبة من خمسة : فينبغي أن نأخذ نصفه ، فما حصل نأخذ لكل واحد منه واحدا من المرتبة التي هي بعده× ، فما حصل فهو المجتمع من الضرب ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نضرب أربعة وتسعين في خمسين : أخذنا نصف الاربعة والتسعين ، فكان سبعة وأربعين ، وهو أربعة ألف وسبع مائة ، لأنا أخذنا لكل واحد منه مائة ولكل عشرة ألفا ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب أحد وثلاثين وثلث في خمسمائة : أخذنا نصف الاحد والثلاثين والثلث فكان خمسة عشر وثلثين ، وهو خمسة عشر ألفا وستمائة وستة وستين درهما وثلثان · وهو ما يكون من ضرب الخمس مائة في أحد وثلاثين وثلث ·

وجه آخر من الاختصار :

وكل عدد أردنا أن نضربه في اثنين ونصف ، أو في خمسة وعشرين ، أو في مائتين وخمسين ، أو في مركباته ، فانا نأخذ ربعه · وكل عدد أردنا أن نضربه في ثلاثة [٦٧ و] وثلث ، أو ثلاثة وثلاثين وثلث ، أو في ما يتركب منه ، فانا نأخذ ثلثه · وبالجملة فان كل عدد أردنا أن نضربه في عدد هو كسر من عقد من العقود فانا نأخذ بقسط ذلك الكسر من ذلك العدد ، وما حصل نأخذ من كل واحد واحداً من ذلك العقد ·

مثال ذلك : أنا أردنا أن نضرب أربعة وخمسين في خمسة وعشرين :

× في الأصل : نصفه ·

أخذنا ربع الأربعة والخمسين فكان ثلاثة عشر ونصفاً ، وبسطناه مئين ، فكان ألف وثلاثمائة وخمسين · وهو ما يكون من ضرب أربعة وخمسين في خمسة وعشرين · وانما أخذنا ربع الأربعة والخمسين لأن الخمسة والعشرين في المائة ربعها ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب ثلاثة وسبعين ونصف في ثلاثة وثلاثين وثلث : أخذنا ثلث الثلاثة والسبعين والنصف وبسطناه مئيناً فكان ألفين وأربع مائة وخمسين ، وهو ما يكون من ضرب ثلاثة وسبعين ونصف في ثلاثة وثلاثين وثلث ·

ولو أردنا أن نضرب ثلاثة وثمانين وثلث في مائة وخمسة وعشرين : أخذنا ثمن الثلاثة والثمانين والثلث ، فكان عشرة وربعاً وسدساً ، وبسطناه ألوفاً فصار عشرة ألف وأربع مائة وستة عشر وثلثين ·

وان شئنا أخذنا نصف وثلث المائة والخمسة والعشرين ، فيكون مائة وأربعة درهم وسدس ، فاذا بسطناه مئيناً كان أيضاً عشرة ألف وأربع مائة وستة عشر درهماً وثلثين ·

وعلى هذا ينبغي أن يكون جميع ما يجانسه ·

وجه آخر من الاختصار :

وكل عدد يضرب في خمسة عشر أو في مائة وخمسين أو ما يجانسه ، فانا نزيد عليه مثل نصفه · وما يضرب في ثلاثة عشر وثلث ، أو في مائة وثلاثة وثلاثين وثلث ، أو ما يجانسه ، فانه يزاد عليه مثل ثلثه · وبالجملة انا ننسب الزائد على العقد من العقد ، فما حصل من الكسر يبسط بقسطه من ذلك العدد ، وبسطنا ما يحصل من جنس ذلك العقد ·

مثال ذلك [٦٧ ظ] انا أردنا أن نضرب ثلاثة عشر وثلث في ثلاثة عشر ونصف : زدنا على الثلاثة عشر والنصف مثل ثلثه ، فصار ثمانية عشر وهو مائة وثمانون · وهو ما يكون من ضرب ثلاثة عشر وثلث في ثلاثة عشر ونصف ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب مائة وستة وستين وثلثين في اثنين وخمسين ونصف : زدنا على اثنين وخمسين ونصف مثل ثلثيها ،

وبسطنا ما اجتمع مئيناً ، فكان ثمانية ألف وسبع مائة وخمسين · وهو ما يكون من ضرب مائة وستة وستين وثلثين في اثنين وخمسين ونصف ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب ألف وسبع مائة وخمسين في مائة وأربعة وعشرين : زدنا على المائة والاربعة والعشرين مثل ثلاثة أرباعها ، وهو ثلاثة وتسعون ؛ صار مائتين وسبعة عشر ، وهو مائتي ألف وسبعة عشر ألفا · وهو ما يكون من ضرب ألف وسبع مائة وخمسين في مائة وأربعة وعشرين ·

وجه آخر من الاختصار :

وكل عدد أردنا أن نضربه فيما هو أقل من هذه الاعداد التي تقدم ذكرها ، أو أكثر منه ، بواحد ، سلكنا فيه الطريقة التي ذكرناها ، ووضعنا مما اجتمع ذلك العدد في النقصان ، وأضفنا اليه في الزيادة ، فما حصل بعد ذلك فهو الكائن من الضرب ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نضرب أربعة وعشرين في أربعة وثلاثين وثلث : أخذنا ربع الاربعة والثلاثين والثلث ، فكان ثمانية وثلث وربع ، وهو ثمانمائة وثمانية وخمسون وثلث ، ووضعنا مما اجتمع أربعة وثلاثين وثلث ، فصار الباقي ثمان مائة وأربعة وعشرين · وهو ما يكون من ضرب أربعة وثلاثين وثلث في أربعة وعشرين ·

وان شئنا أخذنا ثلث أربعة وعشرين ، فكان ثمانية ، وهو ثمان مائة ، وأضفنا اليه الاربعة والعشرين ، فصار [٦٨و] ثمان مائة وأربعة وعشرين · وهو مثل الجواب الاول ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب تسعة وأربعين فيمائة وستة وعشرين : أخذنا نصف مائة وستة وعشرين ، فكان ثلاثة وستين ، وهو ستة ألف وثلاثمائة · فاذا وضعنا منه مائة وستة وعشرين صار الباقي ستة ألف ومائة وأربعة وسبعين · وهو ما يكون من ضرب مائة وستة وعشرين في تسعة وأربعين ·

وان شئنا زدنا تسعة وأربعين مثل ربعها ، حتى يصير أحد وستين وربع ، وهو ستة ألف ومائة وخمسة وعشرين ، فاذا أضفنا تسعة وأربعين صار ستة ألف ومائة وأربعة وسبعين · وهو مثل الجواب الاول ·

وجه آخر من الاختصار ، في عشرات وآحاد متساوية العقود

فاذا أردناذلكأضفنا آحادأحد الناحيتينالىالناحية الاخرىفماحصلأخذنا لكل واحد منها مثل العقد الذي مع الآحاد ، فما كان زدنا عليه مضروب الآحاد بعضها في بعض ، فما حصل فهو ما يكون من الضرب ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نضرب ثلاثة عشر في ثمانية عشر ، أضفنا الثلاثة الى الثمانية عشر ، فكان أحد وعشرين ، ثم بسطناه عشرات ، فكان مائتين وعشرة ، وأضفنا اليه أربعة وعشرين ، وهو مضروب ثلاثة في ثمانية ، فصار مائتين وأربعة وثلاثين · وهو ما يكون من ضرب ثمانية عشر في ثلاثة عشر ·

وكذلك لوأردنا أن نضربتسعةوخمسينفيأربعةوخمسين:أضفنا التسعةالى الاربعة والخمسين ، فصار ثلاثة وستين ، وأخذنا لكل واحد خمسين ، أو ضربناه في خمسة وأخذنا لكل واحد عشرة ، أو أخذنا نصفه وأخذنا لكل واحد مائة [٦٨ظ] فيكون ثلاثة ألف ومائة وخمسين ، وأضفنا اليه الستة والثلاثين ، الكائن من ضرب التسعة في الاربعة ، فصارت الجملة ثلاثة ألف ومائة وستة وثمانين · وهو ما يكون من ضرب تسعة وخمسين في أربعة وخمسين ·

وجه آخر من الاختصار ، في عشرات وآحـاد مختلفة العقـود

فاذا أردنا ذلك نسبنا أحد العقدين من الآخر ، فما حصل من النسبة ضربناه في آحاد المنسوب منه وزدنا ما اجتمع على العدد المنسوب ، فما حصل بعد ذلك عملنا به مثل ما عملنا في العقود المتساوية ·

مثال ذلك أنا أردنا أن نضرب أربعة وستين في ثمانية وعشرين : ضربنا الثمانية في الثلاثة ، التي هي نسبة الستين من العشرين ، فكان أربعة وعشرين ، وأضفناها الى أربعة وستين ، فصار ثمانية وثمانين · وحسبنا لكل واحد عشرين ، فما حصل أضفنا اليه اثنين وثلاثين ، الكائن من ضرب الاربعة في الثمانية ، فصار ألف وسبع مائة واثنين وتسعين · وهو ما يكون من ضرب أربعة وستين في ثمانية وعشرين ·

وان شئنا أخذنا ثلث الاربعة التي من الستين وأضفناها الى ثمانية وعشرين ، فكان تسعة وعشرين وثلث ، وحسبنا لكل واحد منها ستين ،

فصار ألف وسبع مائة وستين ، فاذا أضفنا اليها الاثنين والثلاثين صار مثل الجواب الاول ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب ستة وثلاثين في خمسة وخمسين : ضربنا ستة في واحد وثلثين ، لأن الخمسين مثل الثلاثين ومثل ثلثيها ؛ فيكون عشرة ، فاذا زدناها على خمسة وخمسين وأخذنا لكل واحد ثلاثين وأضفنا الى ما اجتمع ما يكون من ضرب الخمسة في الستة صار الجميع ألف وتسع مائة وثمانين·وهو ما يكون من ضرب خمسة وخمسينفيستةوثلاثين·

وجه آخر من الاختصار ، في عشرات وآحاد متساوية العقود

[٦٩و] فاذا أردنا ذلك أسقطنا من أحد العددين فضل ما بين العدد الآخر والعقد الذي فوقه ، وبسطنا ما بقي من جنس ذلك العقد فما حصل زدنا عليه ما يكون من ضرب نقصان العددين من ذلك العقد ، أحدهما في الآخر ، فما حصل فهو ما يجتمع من الضرب ·

مثال ذلك انا أردنا أن نضرب ستة عشر في ثمانية عشر : أسقطنا من أحد العددين فضل ما بين العشرين وبين العدد الآخر ، فيبقى أربعة عشر ، أخذنا لكل واحد عشرين،وهو العقد الذي فوق العددين،صار مائتي وثمانين، ثم أضفنا اليه ثمانية ، وهو ما يكون من ضرب زيادة العشرين على الستة عشر في زيادته على الثمانية عشر · صار الجميع مائتين وثمانية وثمانين · وهو ما يكون من ضرب ثمانية عشر في ستة عشر ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب أحد وثلاثين في ثمانية وثلاثين : نقصنا فضل الاربعين على أحد وثلاثين من الآخر ، فيبقى تسعة وعشرون ، جعلنا لكل واحد منها أربعين ، فضربناه في أربعة وأخذنا لكل واحد عشرة ، فصار ألف ومائة وستين ، ثم أضفنا اليه ثمانية عشر ، أعني تسعة في اثنين ، الذي هو فضل الاربعين على كل واحد من العددين ، فصار ألف مائة وثمانية وسبعين ، وهو ما يكون من ضرب ثمانية وثلاثين في أحد وثلاثين·

ولهذا النوع من الاختصار خاصة طريفة عجيبة يقاس عليها جميع الاعداد ، حتى الآحاد ، فانا اذا أردنا أن نضرب بعضها في بعض ظهر لنا منه شيء حسن من حفظ نظامه وحسن ترتيبه :

ألا ترى أنا لو أردنا أن نضرب ثمانية في سبعة بهذا الطريق : أسقطنا فضل العشرة على أحد العددين من الآخر ، فيبقى خمسة ، فاذا أخذنا لكل واحد عشرة [٦٩ظ] واضفنا اليها مضروب الثلاثة في اثنين صار ستة وخمسين ، وهو ما يكون من ضرب سبعة في ثمانية . وكذلك لو أردنا أن نضرب ثلاثة في خمسة نقصنا فضل العشرة على أحد العددين من الآخر فيحصل علينا دين : اثنين ، فاذا أخذنا لكل واحد عشرة ، ثم ضربنا فضل العشرة على الخمسة في فضلها على الثلاثة كان خمسة وثلاثين ، فاذا قضينا منها الدين وهو عشرون ، صار الباقي خمسة عشر ، وهو ما يكون من ضرب خمسة في ثلاثة .

فصل في اختصار ضرب الكسور

اذا أردنا أن نضرب كسورا مركبة في صحاح لها ذلك الكسر فينبغي أن نضرب عدد ذلك الكسر في الكسور فما حصل فهو الذي يحدث من الضرب .

مثال ذلك : اذا أردنا أن نضرب أربعة أتساع في خمسة وأربعين ، وجدنا للخمسة والاربعين تسعا ، وهو خمسة ، ضربناها في الاربعة ، فكان عشرين ، وهو ما يكون من ضرب أربعة أتساع في خمسة وأربعين .

فاذا أردنا أن نضرب أحد عشر في أربعة أخماس ضربنا (خمس) الاحد عشر في أربعة ، وهو ثمانية واربعة أخماس .

فان أردنا أن نضرب خمسة ونصفا وثلثا في ثلاثة وثلاثة أخماس : بسطنا الثلاثة والثلاثة أخماس أخماسا ثم ضربناها في خمس ونصف وثلث ، فيكون مائة وخمسة أخماس ، أعني أحد وعشرين . وهو ما يكون من الضرب .

وان شئنا بسطنا الخمسة والنصف والثلث أسداسا ، فيكون خمسة وثلاثين ، وضربناها في ثلاثة وثلاثة أخماس فيكون مائة وستة وعشرين سدسا ، أعني أحد وعشرين .

[٧٠و] فان أردنا أن نضرب واحدا ونصفا في واحد وثلث في واحد وربع في واحد وخمس العشر ، فانا نزيد على الواحد عشرة ونبسطه عشرات ، ثم نأخذ نصفه فيكون خمسة ونصف . وهو ما يكون من الضرب .

الفصل الثاني

في اختصار القسمة (٣٢)

كل عدد أردنا أن نقسمه على خمسة أو على خمسين أو على خمس مائة أو على خمسة ألف ، فانا نضعف عدد عقوده ، فما حصل فهو ما يخرج من القسمة أن كانت من مراتب متتالية . فان كانت بينهما مرتبة فهو عشرات ، وان كانت مرتبتين فهو مئين ، وكذلك في ما بعده .

مثال ذلك : اذا أردنا أن نقسم سبعين على خمسة أضعفنا السبعة فكان أربعة عشر ، وهو ما يخرج من القسم .

وكذلك لو أردنا أن نقسم ألف ومائتين على خمسين أضعفنا عدد عقوده ، وهو اثنا عشر ، فصار أربعة وعشرين ، وهو ما يكون من قسمة ألف ومائتين على خمسين .

ولو أردنا أن نقسم مائتين وثلاثين ألفا على خمس مائة أضعفنا عدد عقوده فكان ستة وأربعين ، بسطناه عشرات فكان أربعمائة وستين ، وهو ما يخرج من قسمة مائتين وثلاثين ألفا على خمس مائة .

وجه آخر من الاختصار :

وكل عدد أردنا أن نقسمه على اثنين ونصف أو على خمسة وعشرين فانا نضرب عدد عقوده في أربعة .

وبالجملة فانا ننسب المقسوم عليه من العقد الذي فوقه ، فما حصل ضرب عدده في المقسوم ، فما كان فهو ما يخرج من القسمة .

مثال ذلك [٧٠ظ] اذا أردنا أن نقسم تسعة ألف وأربع مائة على ثلاثة وثلاثين وثلث ضربنا أربعة وتسعين في ثلاثة ، فكان مائتين واثنين وثمانين ، فهو ما يكون من قسمة تسع ألف وأربع مائة على ثلاثة وثلاثين وثلث .

وكذلك لو أردنا أن نقسم ثلاثة وخمسين ألفا على ستة وستين درهما وثلثين زدنا على ثلاثة وخمسين مثل نصفها ، وبسطناها عشرات ، فكان سبع مائة وخمسة وتسعين ، وهو ما يكون من قسمة ثلاثة وخمسين ألفا على ستة وستين درهما وثلثين .

فان أردنا أن نقسم ثمانية وعشرين ألفا وخمس مائة على سبع مائة

وخمسين : زدنا على ثمانية وعشرين ونصف مثل ثلثها ، فصار ثمانية وثلاثين ، وهو ما يكون من قسمة ثمانية وعشرين ألفا وخمس مائة على سبع مائة وخمسين ·

وعلى هذا ينبغي أن تكون قسمة جميع ما يجانسه ·

وجه آخر من الاختصار :

× كل عددين أردنا أن نقسم أحدهما على الآخر فينبغي أن ننسب الواحد من المقسوم عليه ، فما حصل من القسمة أخذنا بقسطه من المقسوم فما كان فهو مرادنا ·

مثال ذلك : ما أردنا أن نقسمه على اثني عشر فانا نأخذ نصف سدسه ، فان الواحد من الاثني عشر نصف سدسه ·

وما يقسم على أربعة عشر فانا نأخذ نصف سبعه ، وعلى خمسة عشر ثلثي عشره ، وكذلك ننسب الواحد أبدا من المقسوم عليه ونأخذ بقسطه من المقسوم ، فما حصل فهو ما نريده ·

وجه آخر من الاختصار :

كل عدد أردنا أن نقسمه على اثني عشر ونصف ، أو مائة وخمسة وعشرين ، أو ألف ومائتين وخمسين ، أو ما يتركب منه ، فانا نضع منه [٧١و] خمسه ؛ وما يقسم على ثلاثة عشر وثلث ومركباته يوضع منه ربعه · وبالجملة فانا ننسب الزائد على العقد من العقد والزيادة مجموعين، وينسب في جميع ذلك كما قدمنا ذكره ·

مثال ذلك انا أردنا أن نقسم تسعة وثمانين ألفا وخمس مائة على مائة وستة وستين وثلثين ، وضعنا من تسعة وثمانين ونصف خمسيه فيبقى أحد وخمسين وخمس وعشر ، فاذا بسطناه عشرات كان خمس مائة وثلاثة عشر · وهو ما يكون من قسمة أحد وثمانين ألفا وخمس مائة على مائة وستة وستين وثلثين ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم أربع مائة وستة وثمانين ألفا على مائة وخمسة وعشرين ، وضعنا من ثمانية وأربعين ونصف وعشر خمسة ، فيبقى ثمانية وثلاثون وثلثان وخمس وثلثا خمس عشر · فاذا بسطناه مئينا كان ثلاثة ألف وثمان مائة وثمانية وثمانين · وهو ما يكون من قسمة أربع مائة وستة وثمانين ألفا على مائة وخمسة وعشرين ·

× هذا الوجه وامثلته غير موجودة في ل ·

فان أردنا أن نقسم سبعة وخمسين ألفا وستمائة على ألف وثلاثمائة وثلاثة وثلاثين وثلث ، أسقطنا من السبعة والخمسين والثلاثة أخماس ربعها ، فيبقى ثلاثة وأربعين وخمس · وهو ما يكون من قسمة سبعة وخمسين ألفا وستمائة على ألف وثلاثمائة وثلاثة وثلاثين وثلث ·

وجه في اختصار القسمة على مرتبتين

فاذا أردنا أن نقسم عددا على آحاد وعشرات فينبغي لنا أن ننسب عقود تلك المراتب من العدد المقسوم عليه ونأخذ بقسط ما حصل من النسبة من ذلك العقد ، فما كان فهو ما يخرج [٧١ظ] من القسمة ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نقسم مائة وعشرين على ستة عشر ، نسبنا اثنا عشر من ستة عشر فكان ثلاثة أرباعه ، وأخذنا ثلاثة أرباع العشرة ، فكان سبعة ونصفاً · وهو ما يكون من قسمة مائة وعشرين على ستة عشر ·

وكذلك لو أردنا أن نقسم اثنين وسبعين ألفا على مائة وثمانين : نسبنا الاثنين والسبعين من مائة وثمانين ، فكان خمسيه ، وأخذنا خمسي الألف ، فكان أربع مائة · وهو ما يكون من قسمة اثنين وسبعين ألفا على مائة وثمانين ·

وكذلك لوأردنا أن نقسم أربعة ألف وخمس مائة على مائة وخمسة وثلاثين : أخذنا ثلث المائة ، لأن الخمسة والاربعين من المائة وخمسة وثلاثين ، ثلثها ، فكان ثلاثة وثلاثين وثلثا · وهو ما يكون من قسمة أربعة ألف وخمس مائة على مائة وخمسة وثلاثين ·

فان أردنا أن نقسم ثلاثمائة وثلاثين ألفا على سبعة وسبعين : أخذنا ثلاثة أسباع العشرة ألف ، لأن الثلاثة والثلاثين : ثلاثة أسباع السبعة والسبعين ، فيكون أربعة ألف ومائتين وخمسة وثمانين وخمسة أسباع ، وهو ما يكون من قسمة ثلاثمائة وثلاثين ألف على سبعة وسبعين ·

فهذا جملة ما كنا وعدنا به من الضرب والقسمة · وهو كاف لمن له أدنى فهم ورياضة ، ان شاء الله ·

والحمد لله رب العالمين ، وصلى الله على رسوله محمد النبي وآله ، وسلم تسليماً ·

[٧٢ظ] **بسم الله الرحمن الرحيم ، عليه توكلت**

المنزلة الثالثة ×

من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني

في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب

وهي في أعمال المساحات

سلكنا في هذه المنزلة مسلكنا في المنزلتين المتقدمتين من الايجاز والاختصار ، وتقديم ما سهل على ما صعب ، وتأخير ما بعد عما قرب ، والابتداء بشرح الالفاظ والاسماء والاذرع التي يستعملها الكتاب والعمال والمساح ، والمتصرفون مع السلطان ، في وقتنا فيما بينهم ، في معاملاتهم ، ويثبت في ذكور مسائحهم(٣٣) • واذكر بعد ذلك الاصول التي يعتمد عليها في مساحة الاراضي على اختلاف أنواعها ، وكثرة أشكالها ، وما ينبغي أن يستعمل الذراع والقسام في ذرع الارضين وقسمة الدور ، ليتبين بذلك فساد ما عليه مساح زماننا في مسايحهم السلطانية وما يعتمدون عليه في قسمة الضياع عند البيع والشراء المستعملة في دواوين القضاة • وذلك اني أراهم بأجمعهم بعيدين من الصواب وطريق الحق ، والاشياء التي قد قامت على صحتها البراهين الواضحة والحجج اللائحة • وانهم ربما استعملوا في حساباتهم ومسائحهم أشياء يعود ذلك ببخس على السلطان أو حيف على معامليه ، [٧٣و] ويغلطون في أعمالهم ، ولا يفطنون لها ، لجهلهم باصول الصناعة • وذلك اني أراهم اذا أرادوا أن يمسحوا مثلثا أو مخمسا أو مدورا أو غير ذلك من الاشكال الكثيرة الزوايا ، ضربوا أربع جوانبه في مثله (٣٤) ، وزعموا أن ما يحصل هو مساحة تلك الارض • وهذا بعيد من الصواب ، فاحش الخطأ • ومـــع ذلك فان في مساحة

× يسبق هذه المنزلة في م صفحتان من كتابين قديمين في الحساب تبحثان في أنواع الأذرع التي كانت في العالم الاسلامي • انظر التعليقات (٣٧) •

المدور والمخمس بهذا الطريق حيفا على السلطان وعلى من يريد أن يبيع ملكا ، لأن مساحته أكثر مما ذكروه • فأما المثلث فان فيه حيفا على المعامل وعلى المشتري ، فان مساحته أقل من الذي يحصل بطريقتهم • فاما مساحة سائر أجناس المربعات ، فاني أراهم يجمعون الجوانب المتقابلة منها ويضربون أنصافها بعضها في بعض ، وهذا أيضاً خطأ ظاهر وفساد بين ، وان كان في القليل منه ربما وافق الحق •

فاما سواها من الاراضي المختلفة الجوانب والكثيرة الزوايا ، من أنواع المثلث والمربع والمثمن والمدور ، والاشكال البيضية والهلالية والمنحرفة ، والقطوع والمخمسات المستعملة في الأبنية وحفر الانهار ، والبرك ، والآبار ، والبريدات والبثوق× ، وغير ذلك مـن الاشكال الكريـــة والاساطين والمخروطات والقباب والتلال ، وما يتعلق بمعرفة الابعاد والاشياء العالية في الجو ، وعرض الانهار والأودية [٧٣ظ] ونزول الحياض والآبار وارتفاع علو الجبال ، ومعرفة أبعادها من الارض ، من غير وصول الى أصلها وبلوغ اليه ، وما سوى ذلك من الاشياء التي ذكرها الرجلان الفاضلان : اقليدس وأرشميدس في كتبهما ، وأقاما على صحتها البراهين الخطوطية والادلة الواضحة ، فشيء لا يعرفونه ، ولا يدرون كيفية مساحته والطرق الى علم شيء منه ، حتى كأنهم لم يروا شيئاً منه ولم يمر ذلك بمسامعهم • واذا سئلوا عن شيء من ذلك قالوا : ان هذا لا يريده السلطان منا ولا يرغب فيه ولا ينتفع به ، فان فلانا المهندس قد حظي عند السلطان ، وحاله مرتفعة معه ، وله من الاقطاع والجرايات كذا وكذا ، وهو لا يعرف شيئاً من هذا • وجعلوا العلة في جهلهم جهل آخرين غيرهم • فاذا عرفوا خطأ شيء يعملونه ذكروا أن أمورهم تمشي بما هو عليهم من الفساد ، وأي شيء يعملون بالشقاء في ما ليس لهم فيه منفعة ولا فائدة • وانما يقولون ذلك هربا من التعب وقصورا من الهمم العالية في طلب الحقائق •

فلما وجدنا الخلل والفساد في أعمال مساح زماننا ومهندسيهم جعلنا الكلام في هذه المنزلة في نوعين : أحدهما في الالفاظ والآخر في المعاني، ليكون الناظر فيه يقف على حقيقة جميع ما تقدم ذكره ولا يشذ عنه شيء •

× البريد في الأصل : الرسول ، واستعملت الكلمة لدابة البريد ، وللمسافة التي يقطعها وهي عرفاً اثنا عشر ميلا •

والبثوق هي الكسور في الشط تحضر لينبثق منها الماء •

وانما قدمنا المساحة على غيرها من أبواب المعاملات ، فان أول ما يحتاج اليه الكاتب ، بعد النسبة والضرب والقسمة [٧٤ظ] أعمال المساحات. وذلك أن أول شيء يرفع الى الديوان ذكور المسائح ، ومنها ما يجعل الانجيذج والأوارج(٣٥) ويخرج طسوقها وينفذ الى المستخدمين الجرائد بما على البناء وأصحاب الضياع من الخراج . والكاتب ان لم يكن عالما بأنواع المساحات ، لم يمكنه التتبع على المساح والاستيفاء عليهم ان شك في شيء منها ، واحتاج الى غيره يعاونه . الا أن الذي يحتاج اليه الكاتب ويضطر الى معرفته هو الضرب والتكسير(٣٦) . فان الذي يرفع الى الديوان هو شيء مضروب في شيء . ويجوز له على طريق التساهل ان لم يكن عالما بمساحة جميع الاجناس التي تقدم ذكرها .

فاما الماسح والمهندس والعامل فليس له بد من معرفة سائر الاشكال على اختلافها . وهو أيضا ان لم يكن عالمًا بحججها وبراهينها وصحة أعمالها جاز له بعد أن يتحرى الصحة ويسلك الطريق التي يأمن معها الغلط والفساد . الا أنه يكون في جميع ذلك مقلداً على النحوالذي أوردنا في هذه المنزلة ، فانا جردنا جميعها من العلل والبراهين حسب ما جرت به عادتنا في المنزلتين الأولبين ، لئلا يطول الكتاب .

أبواب هذه المنزلة

الباب الأول

في الألفاظ والأذرع المستعملة في المساحة وضربها بعضها في بعض

الفصل الأول

في شرح الألفاظ والأذرع (٣٧)

ان المساح بالسواد ونواحي البصرة وكور الأهواز ونواحي فارس يمسحون الارض بقصبة طولها ستة أذرع بذراع المساحة ، أو بسلسلة طولها ستون ذراعا بذراع المساحة .

وذراع المساحة بمدينة السلام والسوادهي ثماني قبضات بقبضات اليد ، وست قبضات بقبضات المساحة . وهي مثل ذراع السودا ، أعني ذراع الحديد ومثل ثمنها وتسعها ؛ وهو تسعة وعشرون اصبعا وثلثي اصبع بأصابع ذراع السودا .

وذراع المساحة يسمى الذراع الهاشمي ويسمى ذراع الملك .

وأما بفارس ونواحي خراسان فانهم يمسحون بذراع يسمى المابهرامي، وهو مثل ذراع الحديد ومثل نصفها . وهو مقسوم بستين قسما متساوية كل قسم منها [٧٥و] يسمى فلسا . وبه تكون القسمة في سائر أنواع الابنية والحفاير .

ويمسحون بقصبة طولها ثلاثة أذرع بذراع المابهرامي ، وربما جعلوها ست أذرع بهذه الذراع.وربما مسحوها بسلسلة طولها ما ذكرنا.

فاما بنواحي العراق فانهم يسمون القصبة بابا . وعشرة من هذه الابواب يسمى اشلا . فيكون الأشل حبلا أو سلسلة طولها ستون ذراعا بذراع المساحة . والباب ستة أذرع والذراع ست قبضات والقبضة أربع أصابع .

فصارت المراتب في أعمال المساحة خمسة ، وهي : الأشل والباب والذراع والقبضة والأصبع .

ومساح السلطان ، أيده الله ، يتساهلون في القبضات والاصابع

ويجعلونها كسورا من الذراع ويسقطون ما كان أقل من قبضة ويجبرون ، ويقيمون القصبة ، التي هي الباب ، مقام الواحد ، وينسبون اليها ما كان أقل منه ، على التقريب ·

وأما مساح القضاة فسبيلهم ألا يسقطوا من القبضات والاصابع شيئاً ، ويحققون في ما يعملون من أعمال المساحات ·

الفصل الثاني

في ضرب هذه المراتب بعضها في بعض[٣٨]

فنقول : ان الاشل في الاشل ، وهو ستون ذراعا بذراع المساحة ، اذا ضرب كان الحادث من الضرب يسمى جريبا ، وهو ثلاثة ألف وستمائة [٧٥ظ] ذراعا مكسرة ·

وعشر هذا الجريب يسمى قفيزاً · وهو ثلاثمائة وستون ذراعا مكسرة ·

وعشر هذا القفيز يسمى عشيرا ، وهو ستة وثلاثون ذراعا مكسرة ·

والذراع ستة وثلاثون قبضة مكسرة ، وهو خمس مائة وستة وسبعون اصبعا مكسرة · والقبضة ستة عشر أصبعا مكسرة ·

فأما بنواحي فارس وخراسان فانه يسمى عشر الجريب قفيزاً ، وسدسه كفاً ، وعشر الكف يسمى عشيراً فيكون الجريب ستين كفاً ؛ والعشير يكون ستة أذرع مكسرة ·

فقد تبين أن الاشول اذا ضربت في الاشول كان كل واحد منها جريباً · فان ضربت في الأبواب كان كل واحد منها قفيزاً · وان ضربت في الأذرع كان كل واحد منها عشيراً وثلثي عشير · وان ضربت في القبضات كان كل واحد سدس عشير وتسع عشير ، وكل ثلاثة وثلاثة أخماس منها عشير ، وكل ستة وثلاثين منها قفيز · وان ضربت في الاصابع كان كل واحد منها ثلث ثمن عشير وربع تسع عشير ، وهو ذراعان ونصف مكسرة ، وكل أربعة عشر وخمسين منها يكون عشيراً ·

فاما الابواب ، وهي القصب ، اذا ضرب بعضها في بعض كان كل واحد منها بالعراق عشيراً · وان ضربت في الاذرع كان كل واحد منها سدس عشير ، وهو ستة أذرع مكسرة · وان ضربت في القبضات كان

كل واحد منها ربع تسع عشير ، وهو ذراع مكسرة · وان ضربت في الاصابع كان كل واحد منها نصف ثمن تسع عشير ، وهو ربع ذراع مكسرة ·

وأما الاذرع فانها اذا ضربت في الاذرع كان كل واحد منها ربع تسع عشير ، وهو ذراع واحد مكسرة · وان ضربت في القبضة كان كل واحد منها ثلث ثمن تسع عشير ، وهو سدس ذراع مكسر · وان ضربت في الأصابع كان كل واحد منها نصف سدس ثمن تسع عشير ، وهو ثلث ثمن ذراع مكسرة ، وكل أربعة وعشرين منها يكون ذراعاً مكسرة ·

فاما [٧٦ و] القبضات فانها اذا ضربت في القبضات كان كل واحد منها نصف ثمن تسع تسع عشير ، وهو ربع تسع ذراع مكسرة ، وكل ستة وثلاثين منها ذراع مكسرة · وان ضربت في الأصابع كان كل واحد منها ثمن ثمن تسع تسع عشير ، وكل مائة وأربعة وأربعين منها ذراعاً مكسرة ·

وان ضربت الأصابع في الأصابع كان كل واحد منها ربع ثمن ثمن عشير ، وهو ثمن ثمن تسع ذراع مكسرة ، وكل خمس مائة وستة وسبعين منها ذراع مكسرة ·

فعلى هذا النسق ينبغي أن يكون ضرب هذه المراتب بعضها في بعض ،

وهي خمسة عشر وجهاً · منها الأشول في الأشول ، ثم في الأبواب ، ثم الأذرع ، ثم في القبضات ، ثم في الأصابع ؛ فذاك أربعة أوجه· ثم الأذرع في الأذرع ، ثم في القبضات ، ثم في الأصابع ؛ فذاك ثلاثة أوجه · ثم القبضات في القبضات ، ثم في الأصابع ، فذاك وجهان · ثم الأصابع في الأصابع ، وجه واحد · فتصير الجملة خمسة عشر وجهاً ·

وانما ذكرنا ذلك لتكثر به دربة المساح والمهندسين ، وتكمل صناعتهم · فان ذلك كثيراً ما يحتاج اليه في قسمة الدور والضياع ؛ وان كان مساح السلطان قد ذكرت أنهم لا يستعملون في دساتيرهم الا الأشول والأبواب والأذرع ؛ وربما أثبتوا الأبواب وحدها ، وحلوا الأشول اليه ، ونسبوا الأذرع من الأبواب ·

ولأنه قد تبين أن الباب في الباب عشير بنواحي العراق ، قد صار مساح زماننا [٧٦ظ] يجعلون القصب أصولا ، أعني الباب ، ويضربون

بعضها في بعض ، ويأاخذون من كل مائة جريباً ، ومن كل عشرة قفيزاً ، ومن كل واحد عشيراً ؛ وعلى هذا يعملون سائر المساح بالبصرة وكور الأهواز .

فاما نواحي فارس فانهم ان قسموا بالقصب ، التي هي ست أذرع بذراع المابهرامي ، فينبغي أن يأخذوا من كل مائة جريباً ، ومن كل عشرة قفيزاً ، ومن كل واحد وثلثين كفاً ، ومن كل واحد ستة أعشر . وان مسحوا بالقصبة التي هي ثلاثة أذرع بذراع المابهرامي فينبغي أن يأخذوا من كل أربعة مائة جريباً ، ومن كل أربعين قفيزاً ، ومن كل ستة وثلثين كفاً ، ومن كل واحد عشيراً ونصفاً . وان مسحوا بالذراع وحده : أخذوا من كل ثلاثة ألف وستمائة جريبا ، ومن كل ثلاثمائة وستين قفيزا ، ومن كل ستين كفا ، ومن كل ستة عشيرا .

وربما مسحوا بقصبة طولها ذراعين بذراع المابهرامي ، حتى يكون الجريب الكبير تسعة أجربة بالصغير ؛ فاذا عمل هذا كانت السلسلة التي يمسح بها ثلاثين قصبة بالذراع الكبير . واذا ضرب بعضها في بعض كان كل واحد منها ثلثي عشير ، وكل خمسة عشر منها كفا ، وكل تسعين قفيزا ، وكل تسع مائة جريبا ، وذلك كله بالصغير .

الفصل الثالث

في أمثلة يرتاض بها المتعلم في ضرب الألفاظ بعضها في بعض

فان أردنا أن نضرب خمسة أشول في ثلاثة أشول : ضربنا خمسة في ثلاثة ، ونأخذ من كل واحد جريبا ، فيكون خمسة عشر جريبا . [٧٧و] فان أردنا أن نضرب أربعة أشول في ثلاثة أبواب : ضربنا أربعة في ثلاثة ، وأخذنا من كل واحد قفيزا ، فيكون جريبا وقفيزين .

فان أردنا أن نضرب تسعة أشول في سبعة أذرع : ضربنا تسعة في سبعة ، وأخذنا من كل واحد عشيرا وثلثين ، ومن كل ستة قفيزا ، فيكون جريبا وخمسة أعشر .

وان شئنا بسطنا الاشول أبوابا ، ونسبنا الاذرع من الباب ، فيكون تسعين في واحد وسدس ، وهو مائة وخمسة . فاذا أخذنا من كل مائة جريبا ومن كل واحد عشيرا ، كان مثل الجواب الاول .

فان أردنا أن نضرب أربع أذرع في ثلاث قبضات ، ضربنا أربعة في ثلثي الثمانية ، فيكون خمسة أعشر وثلثا . وان شئنا ضربنا أربعة في ثمانية ، وأخذنا من كل واحد سدس عشير ، فيكون أيضا خمسة أعشر وثلثا .

فان أردنا أن نضرب خمسة أذرع في أربعة أذرع : ان شئنا ضربنا أربعة في خمسة ، ونسبناه من ستة وثلاثين ، فيكون نصف عشير ونصف تسع عشير . وان شئنا ضربنا نصفا وثلثا في ثلثين ، فيكون ما ذكرنا .

فان أردنا أن نضرب أربع أذرع في ثلاث قبضات : ضربنا أربعة في ثلاثة ، وأخذنا من كل واحد ثلث ثمن تسع عشير ، وهو سدس ذراع فيكون ذراعين مكسرة ، وهو نصف تسع عشير .

فان أردنا أن نضرب أربع قبضات في ثلاث قبضات : ضربنا أربعة في ثلاثة وأخذنا من كل واحد نصف ثمن تسع ذراع مكسرة . فيكون نصف سدس ذراع ، وهو سدس ثمن تسع عشير .

[٧٧ظ] مثال كلي

فان أردنا أن نضرب اثنا عشر أشلا وثمانية أبواب وأربعة أذرع وثلاث قبضات واصبعين في أربعة أشول وستة أبواب وثلاثة أذرع وقبضتين واصبع واحد :

ضربنا اثني عشر اشلا : في أربعة أشول وفي كل واحد مما معنا من الاجناس . فيكون ضربه في أربعة أشول : ثمانية وأربعين جريبا ؛ وفي ستة أبواب : سبعة أجربة وقفيزين ؛ وفي ثلاثة أذرع : ستة أقفزة ؛ وفي قبضتين : ستة أعشر وثلثين ؛ وفي اصبع : نصف وثلث عشير ، وهو ثلاثون ذراعا مكسرة ، وانما ذكرنا الاذرع لشدة حاجتنا اليها في جميع الكسور . فذلك خمسة وخمسون جريبا ، وثمانية أقفزة ، وسبعة أعشر ونصف .

ثم ضربنا الثمانية الابواب التي مع الاثني عشر اشلا في جميع الانواع التي في الناحية الاخرى · فيكون ضربها في أربعة أشول ثلاثة أجربة وقفيزين ؛ وفي ستة أبواب : أربعة أقفزة وثمانية أعشر ؛ وفي ثلاثة أذرع : أربعة أعشر ؛ وفي قبضتين :ثلث وتسع عشير ؛ وفي اصبع : نصف تسع عشير ، وهو ذراعان مكسرة ، والذي قبله ستة عشر ذراعا مكسرة · فذلك ثلاثة أجربة وسبعة أقفزة وعشيرين ونصف · وانما ذكرنا الاذرع مع كسور العشران لشدة حاجتنا اليها في جميع الكسور في ضرب القبضات والاصابع ·

ثم ضربنا الاربعة أذرع في جميع الاجناس · فيكون في أربعة أشول : قفيزين وستة أعشر وثلثين ؛ وفي ستة أبواب : أربعة أعشر ؛ وفي ثلاثة أذرع : ثلث عشير ، وهو اثناعشر ذراعا مكسرة ؛ وفي قبضتين : ثلث تسع عشير ، وهو ذراع وثلث ؛ وفي اصبع [٧٨و] : ثلث ثمن تسع عشير ، وهو سدس ذراع مكسرة ، وهو ثمانية قبضات مكسرة · فذلك ثلاثة أقفزة وعشير وثلث ثمن عشير ·

ثم ضربنا الثلاث قبضات في جميع الاجناس التي في الناحية الاخرى ، فيكون في أربعة أشول : ثلاثة أعشر وثلث ؛ وفي ستة أبواب : نصف عشير ؛ وفي ثلاثة أذرع : ثلث ثمن عشير ؛ وفي قبضتين : ثلث ثمن تسع عشير ، وهو ست قبضات مكسرة ، وهو سدس ذراع ؛ وفي الاصبع : ثلث ثمن ثمن تسع عشير ، وهو اثنا عشر اصبعا مكسرة · فذلك ثلاثة أعشر ونصف وربع ثمن وثلث ثمن ثمن عشير ·

ثم ضربنا الاصبعين في جميع الانواع التي في الناحية الاخرى · فيكون في أربعة أشول : نصف عشير ، ونصف تسع عشير ، وهو عشرون ذراعا مكسرة ؛ وفي ست أبواب : نصف سدس عشير ، وهو ثلاث أذرع مكسرة ؛ وفي ثلاث أذرع : نصف ثمن تسع عشير : وهو ربع ذراع مكسرة ؛ وفي قبضتين : نصف ثمن تسع تسع عشير ، وهو ربع تسع ذراع مكسرة ؛ وفي اصبع واحد : نصف ثمن ثمن تسع عشير ، وهو ربع تسع ذراع مكسرة · فذلك نصف وثمن عشير ، وسدس تسع عشير ، ونصف ثمن ثمن تسع تسع عشير · وهو ثلاثة وعشرون ذراعا وعشر قبضات واصبعان ، مكسرة ·

فذلك الجميع تسعة وخمسين جريبا وتسعة أقفزة وخمسة أعشر وعشر عشير وخمس تسع عشير وسدس تسع عشير وثلث ثمن ثمن

تسع عشير فعلى هذا ينبغي أن يكون ضرب هذه المراتب بعضها في بعض·

وان شئنا بسطنا الاشول أبوابا ، ونسبنا الاذرع والقبضات والاصابع منها ، وضربنا [٧٨ظ] بعضها في بعض حسب ما قدمنا ذكره فيرجع ذلك الى ما ذكرنا ·

الفصل الرابع

في مسائل من هذا الباب تعمل على طريقة الاختصار

فاذا أردنا أن نضرب أشلا وذراعا في أشل الا ذراع : ضربنا الزائد بالناقص ، وضربنا الاشل في الاشل ، فكان جريبا · ثم نقصنا مما اجتمع ذراعا مكسرة ، فيبقى تسعة أقفزة وتسعة أعشر وثلثين وربع ونصف تسع · وهو ما يكون من أشل وذراع في أشل الا ذراع ·

وان شئنا بسطناها أذرعا ، فيكون أحد وستين ذراعا في تسعة وخمسين ذراعا ، فاذا ضربنا وأخذنا من كل ثلاثمائة وستين : قفيزا ، كان مثل ما ذكرنا في الجواب ·

فان أردنا أن نضرب أشلا وبابا في أشل الا باب : ضربنا أشلا في أشل فيكون جريبا ، ثم ضربنا بابا في باب ونقصناه منه ، فيكون تسعة أقفزة وتسعة أعشر · وان شئنا بسطناه أبوابا وعملنا فيه مثل الذي تقدم ذكره ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب أشلين وثلاثة أذرع في أشلين الا ثلاثة أذرع : ضربنا أشلين في أشلين فيكون أربعة أجربة ، ثم ضربنا ثلاثة أذرع في ثلاثة أذرع فيكون ربع عشير ، فاذا نقصناه منه كان الباقي ثلاثة أجربة وتسعة أقفزة وتسعة أعشر ونصف ربع · وهو ما يكون من ضرب أشلين وثلاثة أذرع في أشلين الا ثلاثة أذرع ·

فاذا أردنا أن نضرب أشلا وثلاثة أبواب وذراعين في أشلين وأربعة أبواب وثلاثة أذرع : فانا نأخذ ثلث الاشلين والاربعة الابواب والثلاثة الاذرع ، بعد أن نبسطه أبوابا ، فيكون ثلاثة أجربة وقفيزين وستة أعشر وثلثين ·

وكذلك لو أردنا أن نضرب أربعة أشول وخمسة أبواب في سبعة أشول [٧٩و] فانا نضرب أربعة ونصف في سبعة ، فيكون أحدا وثلاثين جريبا وخمسة أقفزة ·

وكذلك ينبغي أن يكون ضرب سائر ما يجانسه ·

الباب الثاني
في حساب الأزلات

ينبغي أن تعلم أن اسم الازلة هو واقع على مائة ذراع مكسرة تكسير المجسم(٣٩) لا تكسير المسطح · وذلك أن تكسير المجسم هو طول في عرض في عمق ، أو في سمك · والسمك ما كان مرتفعا الى فوق ، مثل الجبال والحيطان والتلول · والعمق ما كان نازلا الى أسفل ، مثل البرك والحياض والانهار والمصانع · ومساحة المسطح هو طول في عرض فقط ·

ونحن نبين مساحة كل واحد منها في هذه المنزلة · وهذا الذي نحن في ذكره هي الرسوم التي تجري بين المساح والمهندسين والصناع ·

فاذا كان مجسم طوله ذراع في عرض ذراع في سمك ذراع ، فان مساحة ذلك المجسم هو ذراع مكسرة · فاذا كان مجسم مساحته مائة ذراع مكسرة ، فان ذلك المجسم يسمى أزلة · وما كان أقل منه فمنسوب اليه بحساب ·

والذراع التي تمسح بها الازلة يسمى ذراع الميزان ، وهي مثلا ذراع السودا ومثل ثلثيه وثلثي اصبع باصابع ذراع السودا ، وهو أربعة وستون أصبعا وثلثا اصبع باصابع ذراع السودا ·

والازلة يكون فيها مائة كر تراب ، كل ذراع مكسرة كر · والكر يكون ستين قفيزا ، كل قفيز زبيلين× من الزبل التي ينقلها النقالون في الحفائر وسائر أعمال التراب · والعمل في ذلك يكون على وجوه [٧٩ظ] مختلفة ·

والذي قد جرى بـه الرسم أن يوافق النقالون أن يكون مـا يعمله في اليوم والليلة ثلاث أذرع بذراع الميزان في الارض البوشكات ، وهو الارض البكر الصلب ؛ وفي السالق ، وهو الرطب من الارض ، ثلاث أذرع ونصف ؛ وفي القلق ، وهو الدعل أربع أذرع ·

والمر يكون فيه رجلان ، أحدهما يملأ والآخر ينقل · وعلى النقالين أن ينقلوا التراب عشرين ذراعا في المنتفان أعني خور النهر ، والموضع

× الزبيل = القفة ·

الذي يكون فيه صعود ونزول · وعليه في الباسطا نقل ثلاثين ذراعا ·

فأما من يعمل في الدراري ، وهو ما يكون قشطا في النهر بالسل ، فعليه أن يقشط ستين ذراعا في اليوم ، بذراع السودا ، فان هؤلاء لا يستعملون الا الذراع السودا · وان اقلب التراب على يده فعليه أن يعمل مائة ذراع مكسرة بسطا · فاما من ينقل العدة فعليه أن يعمل خمسة أذرع بذراع الميزان ؛ والعدة هو التراب الذي يعد لسد البثوق والسكورة ·

وربما كان مع صاحب المر ثلاث نقالين أو أكثر · والذي يجمع للعدة ينبغي أن يكون ترابا حرا من أرض بوشكات ·

وهذه الرسوم ربما اختلفت في بعض النواحي ، الا أن الجمهور وعمل السلطان في الحفاير والبريدات على ما ذكرنا ·

فأما ذراع الميزان فهي اثنا عشر قبضة بقبضاته ، كل قبضة أربعة أصابع بأصابعه · فذراع الميزان اذن ثمانية وأربعون اصبعا · والذراع المكسرة هي ألف وسبع مائة وثمانية وعشرون قبضة مكسرة ، لانها من ضرب اثني عشر في اثني عشر في اثني عشر · [٨٠و] وهي مائة ألف وعشرة ألف وخمس مائة واثنين وتسعين اصبعا مكسرة ، لانها من ضرب ثمانية وأربعين في مثله في مثله · والازلة ، كما تقدم ذكرها ، هي مائة ذراع مكسرة ، وهي مائة ألف واثنان وسبعون ألفا وثمان مائة قبضة مكسرة · وهي أحد عشر ألف ألف وتسعة وخمسين ألفا ومائتا اصبع مكسرة ·

فاذا ضربنا الاذرع والقبضات والاصابع بعضها في بعض ، فينبغي أن نأخذ من كل مائة ذراع مكسرة : أزلة ؛ ومن كل ألف وسبع مائة وثمانية وعشرين قبضة مكسرة : ذراعا مكسرا ؛ ومن كل أربعة وستين اصبعا مكسرة : قبضة مكسرة · فاذا اختلفت الضروب فانه يكون على عشرة أوجه ، هي هذه :

الاذرع في الاذرع في الاذرع : كل واحد منها ذراع مكسرة ، وكل مائة منها ازلة ·

الاذرع في الاذرع في القبضات : كل واحد منها نصف سدس ذراع ، وكل اثني عشر منها ذراع مكسرة ·

الاذرع في الاذرع في الاصابع : كل واحد منها سدس ثمن ذراع مكسرة وكل ثمانية واربعين منها ذراع مكسرة ·

الاذرع في القبضات في القبضات : كل واحد منها نصف ثمن تسع ذراع ، وكل مائة واربعة واربعين منها ذراع مكسرة ·

الاذرع في القبضات في الاصابع : كل واحد منها ثمن ثمن تسع ذراع ، وهي ثلاث قبضات مكسرة ؛ وكل خمس مائة وستة وسنعين منها ذراع مكسرة ·

[٨٠ ظ] الاذرع في الاصابع في الاصابع : كل واحد منها ربع ثمن ثمن تسع ذراع مكسرة ، وكل الفين وثلاثمائة واربعة منها ذراع مكسرة ، وكل واحد وثلث منها قبضة مكسرة ، لأن القبضة هي أربعة وستون اصبعا مكسرة ، واصبع في اصبع في ذراع هو ثمانية واربعون اصبعا مكسرة ، والاربعة والستون هي مثل ثمانية واربعين ومثل ثلثها ·

القبضات في القبضات في القبضات : كل واحد منها ثلث ثمن ثمن تسع ذراع ، وكل ألف وسبع مائة وثمانية وعشرين منها ذراع مكسرة ·

القبضات في القبضات في الاصابع : كل واحد منها نصف سدس ثمن ثمن تسع ذراع ، وكل ستة الف وتسع مائة واثني عشر منها ذراع مكسرة ، وكل اربعة منها قبضة مكسرة ·

القبضات في الاصابع في الاصابع : كل واحد منها سدس ثمن ثمن تسع تسع ذراع ، وكل ستة عشر منها قبضة مكسرة ، وكل سبعة وعشرين الفا وستمائة وثمانية واربعين منها ذراع مكسرة ·

الاصابع في الاصابع في الاصابع : كل واحد منها ثلث ثمن ثمن ثمن ثمن تسع ذراع ، وكل اربعة وستين منها قبضة مكسرة ، وكل مائة الف وعشرة الف وخمس مائة واثنين وتسعين منها ذراع مكسرة ·

فهذه الاصول التي ينبغي أن تحفظ في ضرب هذه الانواع بعضها في بعض ، ولا بأس أن نقدم ضربها بعضا على بعض ، فان كلها ترجع الى ما ذكرنا · الا ترى انااذا ضربنا ذراعا في قبضة في اصبع كان ذلك مثل ضربنا قبضة في اصبع في ذراع ، ومثل ضربنا اصبعا في قبضة في ذراع ؟

والمبتدى اذا ارتاض بضرب هذه الاصول سهل عليه جميع ما يرد من المسائل [٨١و] في هذا النوع ، ان شاء الله ·

الفصل الثاني

في الأمثلة

ان عمل رجل مجسما ، حفرا كان أو بناء عشرة أذرع طول في ستة أذرع عرض في ثلاثة اذرع ، سمكا كان أم عمقا ، وأردنا أن نعرف كم أزلة يكون ذلك : فانا نضرب العشرة في الستة ، فيكون ستين ، ثم نضربها في ثلاثة فيكون مائة وثمانين ، وهو أزلة ونصف وخمس وعشر · وان شئنا ضربنا الستة في العشرة ، فان كل واحد منها يرجع الى شيء واحد · فان عمل اربعين ذراعا طولا في ثلاثين ذراعا عرضا في ست قبضات عمقا ، فانا نضرب اربعين في ثلاثين ، فيكون الف ومائتين ، ثم نضربها في ستة ، فيكون سبعة الف ومائتين ، ثم نأخذ من كل اثني عشر واحدا ، فيكون ستمائة ذراع ، وهي ست أزلات · وان شئنا ضربنا الاربعين في الثلاثين في نصف ، فيكون ايضا ستمائة ·

فان عمل ثلاثين ذراعا طولا في عشرين ذراعا عرضا في اصبعين ، ضربنا ثلاثين في عشرين ، وما اجتمع في اثنين ، فيكون الفا ومائتين ، وأخذنا من كل ثمانية وأربعين : ذراعا ، فيكون خمسة وعشرين ذراعا ، وهو ربع أزلة ·

فان عمل ثمانين ذراعا طولا في عشر قبضات عرضا في ست قبضات عمقا : كان ذلك ثلاثا وثلاثين ذراعا وثلثا ، وهو ثلث ازلة ·

فان عمل ثمانين ذراعا طولا في عشر قبضات عرضا في ثلاث اصابع عمقا ، كان ذلك اربعة أذرع وسدس ذراع مكسرة ، وذلك انا أخذنا من كل خمس مائة وستة وسبعين بعد الضرب ذراعا ·

[٨١ ظ] فان عمل ثمان قبضات طولا في ست قبضات عرضا في ثلاث قبضات عمقا ، كان ذلك نصف سدس ذراع ، وهو نصف سدس عشر عشر ازلة · وان شئنا ضربنا ثلثين في نصف ، فيكون ثلثا ، ثم ضربناه في ربع ، فيكون نصف سدس ·

فان عمل تسع قبضات طولا في اربع قبضات عمقا في ثلاث اصابع سمكا ، ضربنا التسعة في اربعة في ثلاثة ، واخذنا من كل اربعة : قبضة مكسرة ، فيكون سبعة وعشرين قبضة مكسرة ، وهو ثمن ثمن ذراع ·

وان شئنا ضربنا نصفا وربعا في ثلث ، وما اجتمع في نصف ثمن ، فيكون ثمن ثمن ذراع ·

وان عمل تسع قبضات طولا في ثلاث اصابع عرضا في اصبعين عمقا ، ضربنا تسعة في ثلاثة في اثنين ، واخذنا من كل ستة عشر قبضة ، فيكون ثلاث قبضات وربع وثمن قبضة مكسرة ، وهو ربع ثمن ثمن ذراع ·

فان عمل ثلاثة اصابع طولا في اصبعين عرضا في اصبع عمقا ، ضربنا ثلاثة في اثنين في واحد ، فيكون ستة ، وهو ربع ثمن ثمن تسع ذراع ·

وان شئنا ضربنا نصف ثمن في ثلث ثمن في سدس فيرجع الى الجواب الاول·

فاذا اضفنا الى هذه النسبة ، وجميع ما تقدم ذكره من نسبة الاذرع ، لفظة عشر العشر ، كان ما يحصل من النسبة هي منسوبة الى الازلة ·

الفصل الثالث

في أجرة الأزلات

فان وافقنا رجلا على أن يعمل كل أزلة بستين درهما ، وعمل اثنين وعشرين ذراعا مكسرة ، وأردنا أن نعلم مقدار ما يصيبه من الاجرة بما عمل: نسبنا الاثنين والعشرين من المائة ، فيكون خمسا وخمس عشر ، فنأخذ خمس الستين وخمس [٨٢ و] عشرها ، فيكون ثلاثة عشر درهما ودانق وعشيرين · وهو ما يصيبه بما عمل ·

وان شئنا ضربنا الاثنين والعشرين في الستين ، فيكون الفا وثلاثمائة وعشرين ، واخذنا من كل مائة : درهما ، ومن كل ستة عشر وثلثين : دانقا ،ومن كل واحد وثلثين : عشيرا ، فيكون ثلاثة عشر درهما ودانق وعشيرين ، وهو مثل الجواب الاول ·

فان كان معنا كسور من الذراع ، فانا ننسبه مع الذراع من المائة ، وانشئنا نسبناه من الذراع ثم من المائة ، فما كان أخذنا بقسطه من الاجرة·

مثال ذلك : رجل كان اجرته لكل أزلة ثلاثين درهما ، عمل ثمانية وعشرين ذراعا وثلث ، فانا نسبنا الثمانية والعشرين والثلث من المائة ، فيكون خمسا ونصف سدس ، فنأخذ خمس الثلاثين ونصف سدسها ، فيكون ثمانية دراهم ونصف ، وهو ما يصيبه بقدر ما عمل من الاجرة ·

وان شئنا ضربنا الثمانية والعشرين والثلث في الثلاثين ، فيكون ثمان مائة وخمسين ، ونأخذ من كل مائة درهما ، فيكون مثل الجواب الاول ·

وقد غلط جماعة من الحساب في هذا الموضع (من) القدمين في صناعة الحساب ، وذلك أنهم جعلوا الذراع المكسورة اثني عشر قبضة ، ثم ذكروا أن القبضة في القبضة هي قبضة مكسورة · وهذا كقول القائل : ان الدرهم هو ثلاثة اثلاث ، وان الثلث في الثلث هو ثلث ثلث فيكون الدرهم ثلاثة اثلاث مكسرة ، وهو تسعة اثلاث مكسرة كل واحد منها تسع ·

وينبغي ان نعلم انا اذا ضربنا الازلات في الدراهم كان كل واحد [٨٢ ظ] منها درهما ، وان ضربنا في الدوانيق كان كل واحد منها دانقا ؛ وكذلك في الحبات والعشيرات ، وان ضربنا الاذرع في الدرهم كان كل واحد منهم عشر عشر درهم·

فان ضربنا الاذرع في الدوانيق كان كل واحد منها سدس عشر عشر درهم ، وكل مائة منها دانقا ، وكل اثني عشر ونصف منها حبة ، وكل عشرة منها عشيرا ، وكل ستمائة منها درهما·

وان ضربنا الاذرع في الحبات كان كل واحد منها سدس عشر عشر درهم ، وكل اربعة الف وثمان مائة منها درهم ، وكل ثمان مائة منها دانق ، وكل ثمانين منها عشير·

وان ضربنا الاذرع في العشران كان كل واحد منها سدس عشر عشر عشر درهم ، وكل ستة الف منها درهم وكل مائة منها عشير وكل مائة وخمسة وعشرين منها حبة·

فاذا وردت علينا مسئلة ومعنا كسور من الاذرع فينبغي أن ننسبها من الاذرع من الازلة ، فان لم يمكنا ، نسبناها من الذراع وعملنا فيه حسب ما بينا·

مثال ذلك : اجير اجرته لكل أزلة ستة وستون درهما ، واربعة دوانيق وستة أعشر ؛عمل ثلاث ازلات وثمانية وعشرين ذراعا وثلث ؛ واردنا أن نعرف كم تكون اجرته لما عمل : ضربنا الثلاثة في الستة والستين ، فيكون مائة وثمانية وتسعين درهما ، وضربنا الثلاثة في الاربعة فيكون اثنا عشر دانقا ، وهو درهمان ، وضربناها في ستة أعشر فيكون ثمانية عشر عشيرا،

وهو دانق وثمانية أعشر ؛ ثم ضربنا ثمانية وعشرين وثلث في ستة وستين فيكون الفا وثمان مائة وسبعين ، وأخذنا من كل مائة [٨٣ و] درهما ، فيكون ثمانية عشر درهما واربعة دوانيق وعشيرين · ثم ضربنا ثمانية وعشرين وثلث في أربعة ، فيكون مائة وثلاثة عشر وثلثان ، وأخذنا من كل مائة دانقا ، فيكون دانق وعشير وثلث · ثم ضربنا الثمانية والعشرين والثلث في ستة ، فيكون مائة وسبعين ، وأخذنا من كل مائة عشيرا ، فيكون عشيرا ونصفا وخمسا · فاذا جمعنا ذلك كله كان : مائتين وتسعة عشر درهما ودانق وثلاثة أعشر وثلث عشير ·

وان شئنا نسبنا الثمانية والعشرين والثلث من المائة ، فيكون خمسا ونصف سدس ، فاضفناه الى الثلاث أزلات ، ثم ضربناها في ستة وستين واربعة دوانيق وستة أعشر · فيكون مائتين وتسعة عشر درهما ودانق وثلاثة أعشر وثلث عشير ·

نوع آخر من حساب الأزلات

ان كان الاجير اجرته لكل أزلة اربعين درهما ، أخذ مائتين واثنين وخمسين درهما ، وأردنا أن نعلم ما يجب أن يعمل ، فانا نقسم مائة واثنين وخمسين على اربعين ، فيكون ثلاث أزلات وثمانين ذراعا ، وذلك ما يلزم من العمل ·

وان شئنا ضربنا المائة ، التي هي عدد أذرع الأزلة ، في مائة واثنين وخمسين ، فيكون خمسة عشر الفا ومائتين ، وأخذنا من كل اربعين : ذراعا ، فيكون ثلاثمائة وثمانين ذراعا ، وهو مثل الجواب الاول ·

فان كان اجرته لكل أزلة ثمانين درهما وخمسة دوانيق ، اخذ اربعة وعشرين درهما وربع ، وأردنا أن نعلم ما يجب أن يعمل بها ، نسبنا الاربعة والعشرين والربع الى الثمانين والخمسة دانق ، فيكون خمسها وعشرها ، وأخذنا خمس وعشر المائة [٨٣ ظ] فيكون ثلاثين ذراعا ، وهو ما يلزم أن يعمل ·

وان شئنا ضربنا المائة في اربعة وعشرين وربع ، فيكون الفين واربع مائة وخمسة وعشرين ، وقسمناه على الثمانين والنصف والثلث ، فيكون ثلاثين ذراعا ،وهو مثل الجواب الاول ·

نوع آخر من حساب الأزلات

فان كانت أجرته لكل اثنا عشر ذراعا ثمانية دراهم ودانيق ، وأردنا أن نعلم كم تكون أجرة الأزلة ، قسمنا المائة على اثني عشر ، فيكون ثمانية وثلثا ، ثم ضربناها في أجرة الأثني عشر ذراعا ، فيكون تسعة وستين درهما ودانقين وستة أعشر وثلثين ، وهي أجرة الأزلة ·

وان شئنا ضربنا أجرة الاثنا عشر في المائة ، فيكون ثمان مائة وثلاثة وثلاثين وثلثا ، وأخذنا من كل اثني عشر واحدا ، فيكون تسعة وستين درهما ودانقين وستة أعشر وثلثين · وهو مثل الجواب الأول

وعلى هذا ينبغي أن يكون جميع ما يجانسه من المسائل ·

الفصل الرابع

في مسائل نوادر من الأزلات

أجير اجرته لكل أزلة ثمانين درهما ، على أن يحفر عشرة طولا في عشرة عرضا في عشرة عمقا · حفر خمسة طولا في خمسة عرضا فيخمسةعمقا ، كم أزلة يكون قد عمل ، وكم يجب له من الأجرة ؟

أما اذا أردنا أن نعرف ما عمل ، فانا نضرب خمسة في خمسة في خمسة، فيكون مائة وخمسة وعشرين ، وهو أزلة وربع ·

فاذا أردنا أن نعرف ما يصيبه من الاجرة فانا نضرب واحدا وربعا في ثمانين فيكون مائة ، وهو ما يستحق من الاجرة ·

[٨٤و] وان وافقنا على أن يحفر حوضا عشرة أذرع طولا في ثمانية عرضا في خمسة عمقا ، بمائة درهم ؛ حفر ستة أذرع طولا في أربعة أذرع عرضا في ثلاثة أذرع عمقا وأردنا أن نعرف ما يجب له من الدراهم ، وعلى كم يكون حساب الأزلة ، فانا نضرب العشرة في الثمانية في الخمسة ، فيكون أربع مائة ، وهو اربع أزلات ، وهو ما كنا وافقناه على عمله · ثم ضربنا ستة في أربعة في ثلاثة ، فيكون اثنين وسبعين ، وهو ما عمل ·

فان أردنا أن نعرف ما يصيبه من الأجرة بمقدار ما عمل ، فانا نأخذ ربع المائة ، فيكون خمسة وعشرين ، وهو أجرة أزلة واحدة · ثم نضرب الخمسة والعشرين في الاثنين والسبعين ، فيكون الفا وثمان مائة ، ونأخذ من كل مائة درهما ، فيكون ثمانية عشر درهما ·

وان شئنا نسبنا الاثنين والسبعين من المائة فتكون نصفا وخمسا وخمس عشر فنأخذ بقسطها من الخمسة والعشرين ، فيكون ثمانية عشر ·

وان شئنا نسبنا الخمسة والعشرين من المائة ، فيكون ربعا ، وأخذنا بقسطه من الاثنين والسبعين ، فيكون أيضا ثمانية عشر ·

نوع آخر من نوادر الأزلات

فان عمل طول عشرة أذرع في عرض ثلاثة أذرع ، وأردنا أن نعلم كم ينبغي أن يحفر عمقها ، حتى يكون أزلة ، فانا نضرب العشرة في ثلاثة ، فيكون ثلاثين ، وهو الجزء المقسوم عليه ، ثم نجعل الأزلة أذرعا فيكون مائة ، ونقسمه على الجزء المقسوم عليه ، فيخرج من القسم ثلاثة أذرع وأربع قبضات [٨٤ظ] وهو مقدار ما يجب أن يحفر ·

وكذلك ينبغي أن يكون في البناء ، اذا أردنا أن نعلم كم ينبغي أن يبني·

وان عمل ستة أذرع عرضا في أربع قبضات عمقا ، وأردنا أن نعرف كم ينبغي أن يعمل طوله حتى يكون أزلة : ضربنا الستة في الأربعة ، فكان أربعة وعشرين ، وهو الجزء المقسوم عليه ؛ ثم نقسم أذرع الأزلة على الأربعة والعشرين ، فيخرج من القسم أربعة وسدس ، نضربها في عدد قبضات الذراع ، وهو اثنا عشر ، فيكون خمسين ذراعا ، وهو ما ينبغي أن يعمل من جهة الطول ·

وان شئنا ضربنا أربعة في ستة ، فيكون أربعة وعشرين ، وقسمناه على اثني عشر ، فيكون اثنين ، ثم قسمنا المائة عليه ، فكان أيضا خمسين ·

وان شئنا نسبنا الأربع قبضات من الاثني عشر ، فوجدناها ثلثا ، فأخذنا ثلث الستة ، فيكون اثنين ، وقسمنا عليها المائة ·

نوع آخر من نوادر الأزلات

فان قال قائل : حفار حفر بئرا مربعة ، طولها مثل عرضها ، ومساحتها أزلة ، فخرج الماء على اثني عشر ذراعا وربع ، كم كان طولها وعرضها ؟ فانا نقسم المائة على الاثني عشر وربع ، فيخرج من القسمة ثمانية وسبع وسبع سبع ، ونأخذ جذره ، وهو اثنان وستة اسباع ، وهو طول البئر وعرضها ·

فان شئنا أخذنا جذر المائة ، وهو عشرة ، وقسمناه على جذر اثني عشر وربع ، فيخرج من القسم اثنان وستة أسباع ، وهو مثل الجواب الأول ·

فان قال : خرج الماء على اثني عشر سواء ، فاقسم المائة على اثني عشر ، فيخرج [٨٥ و] من القسم ثمانية ونصف ، وليس له جذر ·
فاذا أردنا أن نأخذهـــا بالتقريب ، فيكون اثنين وستة أسباع ونصف سبع(٤) ·

وان قيل : نهر طوله أربع مائة ذراع ، كم ينبغي أن يحفر حتى يكون أزلة ، على أن يكون عرضه وعمقه سواء ؟ فانا نأخذ جذر الأربع مائـــة فيكون عشرين ، وهو الجزء المقسوم عليه ، ثم نأخذ جذر المائة ، وهو عشرة ، فنقسمه على الجزء فيخرج من القسم ست قبضات ، أعني نصف ذراع ، وهو ما ينبغي أن يكون عرض النهر وعمقه ·

وان شئنا قسمنا الاربع مائة على المائة ، فيخرج من القسم أربعة ، فنأخذ جذره ، فيكوناثنين ، ثم نقسم قبضات الذراع ، وهو اثنا عشر عليه فيخرج من القسم ست قبضات ، وهو ما ينبغي أن يكون طوله وعرضه ·

فان كان في المسئلة شيء أصم أخذنا جذوره بالتقريب ·

وكذلك نعمل في سائر أعمالنا في الأبنية ، فان الطريق فيها متشابهة ، ومما ذكرناه يستدل على جميع ما يرد من المسائل ·

النوع الثاني من أعمال المساحات
وهي مساحة الأشكال ذوات الأضلاع وغيرها
وهو الباب الثالث
من هذه المنزلة

واذ قد فرغنا من ذكر الالفاظ المستعملة في صناعة المساحة ، وفرغنا من ضرب بعضها في بعض ، والانواع التي تتركب منها ، وكيفية استعمالها في ذكور المسائح في الدواوين ، وفرغنا أيضا من اعمال الأزلات ، فانا نبتدىء بذكر كيفية مساحة شكل شكل من المسطحات والمجسمات ، ليكون عونا للماسح في مساحته ، وقوة للكاتب في تتبعه للماسح ، ان شاء الله ٠

[٨٥ ظ] فنقول أن المساحة تنقسم الى ثلاثة أنواع : بسيطة وأجسام وابعاد ٠ فالبسيط مثل المثلث والمربع والدوائر والقطوع ٠ والمجسم مثل معرفة الأشياء العالية وارتفاع رءوس الجبال والاشياء التي في الجو ٠

وينبغي أن نعلم أن السطح اما أن يحيط به خط واحد ، مثل الدائرة والشكل البيضي ، وهو المعروف بالقطع الناقص ، واما أن يحيط به خطان ، وهو مثل قطع الدوائر وقطع من القطوع الزائدة والمكافئة ، والأشكال الهلالية ٠ واما أن تحيط به (ثلاثة) خطوط مثل المثلث والقطاع ٠ واما أن يحيط به أكثر من ثلاثة خطوط ، مثل المخمس والمسدس وهذا لا نهاية لكثرته ٠

ونحن نذكر مساحة ما لا بد للماسح منه ، حسب ما يليق بالموضوع ، بلا علة ولا برهان ، اذ كان الموضع لا يحتمل ذلك ، ان شاء الله ٠

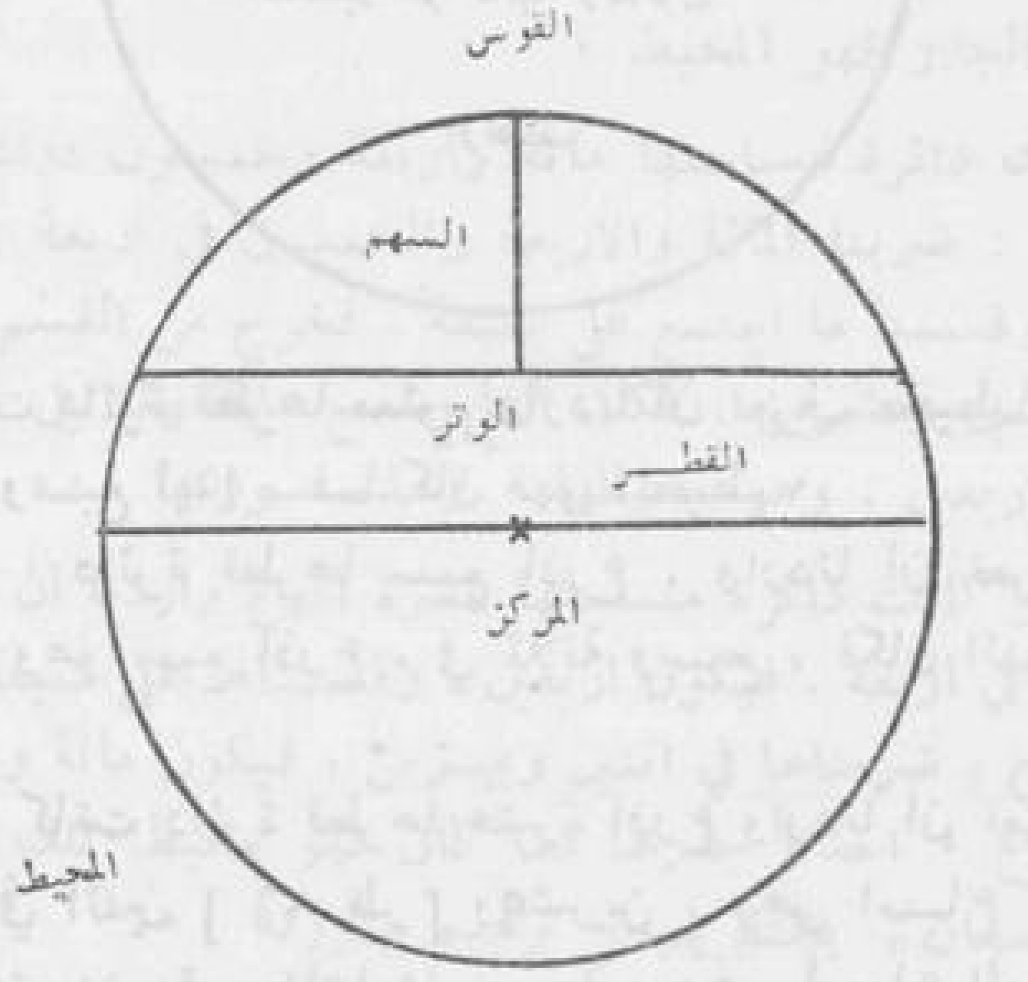
فصل في مساحة الدائرة

الدائرة هي شكل يحيط به خط واحد ، في داخله نقطة كل الخطوط الخارجة منها اليه متساوية ، وتلك النقطة يقال لها مركز الدائرة ٠ وذلك الخط يقال له محيط الدائرة ٠

قطر الدائرة هو خط يمر بمركز الدائرة وينتهي في الجانبين الى محيط الدائرة ، وهو يقطع الدائرة بنصفين ٠

الوتر هو خط يقطع الدائرة ولا يمر بمركزها ٠ السهم هو أطول عمود يخرج من القوس الى الوتر ، وهو يقطع كل واحد من القوس والوتر بنصفين ، ويسميه المنجمون الجيب المعكوس ، ونصف الوتر يسمونه الجيب المستوي(٤١) ٠

وهذه صورة ما ذكرنا :



[٨٦ و] فاذ قد تبين ذلك فانا نقول : ان مساحة الدائرة تكون على وجهين : احدهما أن نضرب نصف القطر في نصف المحيط ، والثاني أن نضرب القطر في نفسه ونسقط منه سبعه ونصف سبعه ٠ والوجه الأول أصح لأنه يقوم عليه البرهان(٤٢) ، والوجه الثاني هو اصطلاح وتقريب ٠

والمثال في ذلك دائرة قطرها سبعة أبواب ومحيطها اثنان وعشرون بابا ٠ أما مساحتها على الوجه الأول ، هو أن نضرب نصف القطر ، وهو ثلاثة ونصف ، في نصف المحيط ، وهو أحد عشر ، فيكون ثمانية وثلاثين ونصفا ، أعني ثلاثة أقفزة وثمانية أعشر ونصف ، وهو مساحتها ٠

وبالوجه الثاني فانا نضرب القطر ، وهو سبعة أبواب ، في مثله ، فيكون تسعة واربعين ، ونسقط منه سبعه ونصف سبعه ، وهو عشرة ونصف ، فيبقى ثمانية وثلاثون ونصف ، أعني ثلاثة أقفزة وثمانية أعشر ونصف ٠ وهو مثل الجواب الأول ، وهذه صورته :



× فان كانت دائرة قطرها معلوم وأردنا أن نعرف محيطها ، فانا نضرب القطر في ثلاثة وسبع أبدا ، فما كان فهو المحيط ٠

مثال ذلك : دائرة قطرها سبع أذرع ، واردنا أن نعرف محيطها ، ضربنا القطر ، وهو سبع أذرع ، في ثلاثة وسبع ، فكان اثنين وعشرين ٠ وهو المحيط ٠

وكذلك لو كانت دائرة قطرها عشرة اذرع واردنا أن نعرف محيطها ، ضربنا العشرة في اثنين [٨٦ ظ] وعشرين ، وهي اسباع ثلاثة وسبع ، فكان مائتين وعشرين ،قسمناها على سبعة ، وهي أسباع الواحد ، فيخرج من القسم احدى وثلاثون ذراعا وثلاثة اسباع ذراع ٠ وهو المحيط ، وهذه صورته ٠٠٠

فان كانت دائرة محيطها معلوم واردنا أن نعرف قطرها ، فانا نقسم المحيط على ثلاثة وسبع ، فما خرج من القسم فهو القطر ٠

مثال ذلك دائرة محيطها أربع واربعون ذراعا واردنا أن نعرف كم قطرها : قسمنا الأربعة والاربعين على ثلاثة وسبع ، واذا أردنا ذلك ضربنا الاربعة والاربعين في سبعة وقسمناه على اثنين وعشرين ، فخرج من القسم أربع عشر ذراعا ، وهو القطر ٠ وهذه صورته ٠٠٠

× هكذا درج أبو الوفاء ، في جميع الأشكال التي نجدها في كتابه هذا ، على كتابة المعطيات والنتيجة ، على الشكل ٠ وفي الصفحات التالية نكتفي بتقديم الاشكال التي نحسب أن صورتها تعطينا معلومات جديدة فحيث لا يجد القارىء الصورة فليعلم أنها في الاصل عادية لا جديد فيها ، وكذلك سنهمل الكتابة على الاشكال الا حيث نجدها ذات دلالة خاصة ٠

ولو كانت دائرة محيطها خمسون ذراعا وأردنا أن نعرف قطرها : ضربنا الخمسين في السبعة التي هي اسباع الواحد ، فكان ثلاثمائة وخمسين ، وقسمناها على اثنين [٨٧ و] وعشرين ، التي هي اسباع الثلاثة والسبع ، فخرج من القسم خمسة عشر ذراعا وعشرون جزءاً من اثنين وعشرين جزءاً من ذراع ، وهي القطر ٠

وان كانت دائرة مساحتها معلومة ، وأردنا أن نعرف محيطها ، فانا نضرب المساحة المعلومة في أربعة أبدا ، ونقسم ما اجتمع على سبعة ابدا ، فما خرج من القسم نضربه فياثنين وعشرين أبدا ٠ ونأخذ جذر ما اجتمع، فما خرج من الجذر فهو المحيط ٠

ومثال ذلك دائرة مساحتها مائة وأربعة وخمسون ذراعا ، وأردنا أن نعرف محيطها : ضربنا المائة والاربعة والخمسين في اربعة ، فكان ستمائة وستة عشر ، وقسمنا ما اجتمع على سبعة ، فخرج من القسم ثمانية وثمانون ضربناها في اثنين وعشرين ، فكان الفا وتسع مائة وثلاثين ، أخذنا جذرها فكان اربعة واربعين ، وهو محيطها ٠ وهذه صورتها ٠٠٠

وكذلك لو كانت دائرة مساحتها عشرة أذرع وأردنا أن نعرف محيطها ، ضربنا العشرة في أربعة ، فيكون اربعين ، وقسمناها على سبعة فيكون خمسة وخمسة أسباع ٠ ضربناها في اثنين وعشرين ، فيكون مائة وخمسة وعشرين وخمسة اسباع ٠ اخذنا جذرها فما كان فهو محيط تلك الدائرة ، وهو أحد عشر وتسعان × بالتقريب ٠ وهذه صورته ٠٠٠

[٨٧ ظ] وقد يختصر هذا الطريق ، وهو أن تضرب المساحة المعلومة في اثني عشر واربعة اسباع ويؤخذ جذر ما اجتمع ، فما كان فهو المحيط ٠

مثال ذلك دائرة مساحتها ثماني وثلاثون ذراعا ونصف ، أردنا أن نعرف محيطها ، ضربنا المساحة وهو ثمانية وثلاثون ونصف ، في اثني عشر واربعة اسباع ، فكان اربع مائة واربعة وثمانين ، أخذنا جذره فكان اثنين وعشرين ، وهو محيطها ، وهذه صورته ٠٠٠

فان كانت دائرة محيطها معلوم وأردنا أن نعلم مساحتها ، ضربنا نصف المحيط في مثله ، فما اجتمع نضربه في سبعة ، ونقسم ما اجتمع على اثنين وعشرين ، فما خرج من القسم فهو المساحة ٠

× هكذا في ل ، وليس فيها صورة الشكل ؛ اما في م فترد العبارة هكذا غير أنه يكتب المحيط على الشكل : أحد عشر وسبعين ، وهذا خطأ ٠ والتقريب لا يتفق مع القاعدة التي ذكرها المؤلف ٠

مثال ذلك دائرة محيطها اربعة واربعون ذراعا أردنا أن نعرف مساحتها : ضربنا نصف الاربعة والاربعين في مثله ، فكان اربع مائة واربعة وثمانين ، ثم ضربناه في سبعة فكان ثلاثة الف وثلاثمائة وثمانية وثمانين، قسمناه على اثنين وعشرين ، فخرج من القسم مائة واربعة وخمسين ، وهو مساحتها ، وهذه صورته ...

وكذلك لو أردنا أن نعرف مساحة دائرة محيطها عشرة أذرع ضربنا نصف [٨٨ و] العشرة في مثله ، فكان خمسة وعشرين ، ثم ضربناه في سبعة ، فكان مائة وخمسة وسبعين ، قسمناه على اثنين وعشرين ، فكان سبعة واحد وعشرين جزءا من اثنين وعشرين جزءا ، وهو مساحتها ٠

وقد نعمل ذلك بطريق آخر ، وهو أن نضرب المحيط في مثله ، ونسقط مما اجتمع ثمنه ، وما بقي يقسم على أحد عشر ، فما خرج من القسم فهو المساحة ٠

مثال ذلك دائرة محيطها اثنان وعشرون ذراعا ، أردنا أن نعرف مساحتها : ضربنا الاثنين والعشرين في مثلها ، فكان اربع مائة واربعة وثمانين ، اسقطنا منها ثمنها ، وهو ستون ونصف ، فبقي أربع مائة وثلاثة وعشرون ونصف ، وقسمناها على أحد عشر ، فخرج من القسم ثمانية وثلاثون ونصف ٠

× × ×

فان كانت دائرة قطرها معلوم ، وقطع بوتر معلوم ، وأردنا أن نعلم سهم ذلك القوس : فانا نضرب نصف الوتر في مثله ، ونصف القطر في مثلـه ، ونسقـط الاقـل مـن الاكثـر ، ونأخـذ جـذر مـا بقـي ، ونسقطه من نصف القطر ، فما كان فهو السهم ٠

مثال ذلك : دائرة قطرها عشرة أذرع ، قطع بوتر طوله ست أذرع ، وأردنا أن نعرف سهم ذلك الوتر ، ضربنا نصف الوتر ، وهو ثلاثة ، في مثله ، واسقطناه من نصف القطر في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي ، فكان اربعة ، اسقطناها من نصف القطر ؛ فبقي واحد ، وهو السهم [٨٨ ظ] ٠ وهذه صورته ...

وكذلك لو كانت دائرة قطرها خمسة عشر ذراعا ، قطع بوتر طوله اثنا عشر ذراعا ، وأردنا أن نعرف سهم ذلك القوس : ضربنا نصف الوتر في مثله ، ونصف القطر في مثله ، واسقطنا الأقل من الأكثر ، فيبقى عشرون وربع ، ونأخذ جذره ، وهو أربعة ونصف ، وأسقطناه من نصف القطر فبقي ثلاثة ، وهو السهم ٠

فان كانت دائرة قطرها معلوم ، وفصل منها قطعة سهمها معلوم وأردنا أن نعلم وتر تلك القطعة ، فانا نضرب زيادة القطر على السهم في السهم ونأخذ جذر ما اجتمع ، فما حصل نضعفه فهو الوتر ٠

مثال ذلك دائرة قطرها عشرة أذرع ، فصل من الدائرة قطعة سهمها ذراعان ، وأردنا أن نعلم وتر القوس : ضربنا زيادة القطر على السهم ، وهو ثمان أذرع ، في السهم وهو ذراعان ، فكان ستة عشر ، أخذنا جذره فكان أربعة ، ضعفناها فصار ثماني أذرع ، وهو الوتر ، وهذه صورته ...

وكذلك لو كان دائرة قطرها عشرون ذراعا فصل منها (قطعة) سهمها خمسة أذرع × وأردنا أن نعلم الوتر ، ضربنا زيادة القطر على السهم ، وهو خمسة عشر ذراعا ، في السهم ، وهو خمس أذرع ، فكان خمسة وسبعين ضربناه في أربعة فكان ثلاثمائة × × ، أخذنا جذره ، فما حصل فهو الوتر ، وهو بالتقريب سبعة عشر وخمس وسبع(٤٣) ٠ وهذه صورته ...

فان كانت دائرة قطرها مجهول ، وقطع بوتر معلوم فكان سهمها معلوما ، وأردنا أن نعلم القطر ، فانا نضرب نصف الوتر في مثله ، ونقسمه على السهم ، فما خرج من القسم نزيده على السهم ، فما حصل فهو القطر ٠

مثال ذلك دائرة قطرها مجهول ،وقد قطع بوتر طوله ثماني أذرع وكان سهمها ذراعين ، وأردنا أن نعرف القطر : ضربنا نصف الوتر ، وهو أربع أذرع ، في مثله فكان ستة عشر ، فقسمناها على السهم ، وهو اثنان ، فخرج من القسم ثمانية ، زدناها على السهم ، فصار عشرة ، وهو القطر ٠ وهذه صورته(٤٤) ...

× هنا نصل الى نهاية ٨٨ ظ وينقطع الكلام في ل ، فننقل من م (الورقة ١٤٦) ٠

× × العدد ثلاثمائة كتب في م بالارقام الهندية ٠

الفصل الثاني

في مساحة قطع الدوائر (٠٠)

اعلم أن قطع الدائرة لا يمكن مساحتها الا بمعرفة [١٤٧ و] القوس . وقطعة القوس لا يمكن أن تعلم الا على جهة التقريب ، لأنه ليس للقوس الى الوتر نسبة بتة ، الا اصطلاحا . وقد اجتهد بطلميوس في استخراج القوس من الوتر ، والوتر من القوس ، فعمل منها أشياء وأقام البرهان على صحته ، وقرب في قسي منها ، وذكر أنه لا يمكن أن يعلم الا تقريبا واصطلاحا .

وقد ذكر جماعة من المتقدمين ، في معرفة القوس من الوتر والوتر من القوس ، أبوابا لم يقم لنا البرهان على صحته، فتركناها ووضعنا جدولا في هذا الكتاب تعلم منه الوتر من القوس والقوس من الوتر ، وعولنا في أكثرها على ما ذكر بطلميوس ، اذ كان هو أولى من يقبل منه ، لفضله وتقدمه في سائر أعمال الهندسة والمساحة . وجعلنا الجدول أربعة أسطر : سطرا منها نثبت فيه أجزاء القسي من واحد الى اثنين وعشرين ؛ والسطر الثاني ما يصيب من الاوتار [١٤٧ ظ] لجزء جزء من القوس ؛ والسطر الثالث كسور أجزاء الوتر ، وقسمنا كل جزء من الوتر بستين جزءا ، وسميناها العشران ، اذ كان الكتاب والمساح لا يعرفون الكسور الا من الستين ؛ والسطر الرابع كسور العشران ، ليكون العمل فيما نعمله أصح وأقرب الى الصواب [١٤٨ و] وهذه صورته × :

× جعل الناسخ هذا الجدول في مساحة ضيقة فاضطر الى ايجاز الكتابة وتصغير حجمها ، مما جعل قراءة الجدول صعبة . ولكنا قابلنا الجدول بالأمثلة المحلولة في حالات وحققنا صحته في الباقي . على اننا لم نغير ما في الجدول فيما حققناه الا في حالة واحدة وهي القوس ١٨ فقد جعلنا وتره ¼ ½ ٢٥ ذ ١٣ وهو يبدو في الجدول أقرب الى ¼ ½ ٢٨ ذ ١٣ أو ¼ ½ ٢٣ ذ ١٣ .

القسي	سطور الأوتار: اجزاء الأوتار	عشران	كسورها
واحد	ō	تسعة وخمسون	ثلثين وخمس وعشر
اثنان	واحد	تسعة وخمسون	نصف وثلثي عشر
ثلاثة	اثنان	ثمانية وخمسون	نصف
اربعة	ثلاثة	ستة وخمسون	نصف وعشر
خمسة	اربعة	ثلاثة وخمسون	ثلث وخمس
ستة	خمسة	ثمانية وأربعون	نصف وثلث
سبعة	ستة	اثنان واربعون	نصف
ثمانية	سبعة	اربعة وثلاثون	ثلثا عشر
تسعة	ثمانية	ثلاثة وعشرون	ثلث وخمس وثمن
عشرة	تسعة	عشرة	ō
احد عشر	تسعة	اربعة وخمسون	ثلثي عشر

القسي	سطور الأوتار: اجزاء الأوتار	عشران	كسورها
اثنا عشر	عشرة	اربعة وثلاثون	نصف وثلث وثلثي عشر
ثلاثة عشر	احد عشر	اثنا عشر	خمس وسدس وسدس عشر
اربعة عشر	احد عشر	ستة واربعون	ثلثين وعشر
خمسة عشر	اثنا عشر	سبعة عشر	ثلث
ستة عشر	اثنا عشر	اربعة واربعون	سدس
سبعة عشر	ثلاثة عشر	سبعة	نصف وثلث عشر
ثمانية عشر	ثلاثة عشر	خمسة وعشرون	نصف وربع
تسعة عشر	ثلاثة عشر	اربعون	نصف وتسع
عشرون	ثلاثة عشر	احد وخمسون	نصف وعشر
احد وعشرون	ثلاثة عشر	ستة وخمسون	ثلثين
اثنان وعشرون	اربعة عشر	ō	ō

[١٤٨ ظ] العمل بالجدول

فاذا كانت معنا دائرة قطرها معلوم ودورها معلوم ، وفصل من الدائرة قطعة قوسها معلومة ، وأردنا أن نعلم وتر ذلك القوس فانا ننظر : فان كانت القوس اصغر من نصف دائرة فانا نعمل به ، وان كانت أكثر من نصف دائرة فانا نسقطه من الوتر كله ونعمل بما بقي · والعمل به أن نضرب نصف القوس ، أو نصف ما بقي ، في اثنين وعشرين أبدا ، ونقسم ما اجتمع على ربع دور تلك الدائرة ، فما خرج من القسم نطلب مثله في السطر الاول من الجدول ، وهو الموقع على القسي ، فحيث نصادف مثله نأخذ ما بحياله من الجداول الموقع عليها (أجزاء) الوتر ، وهي الثاني والثالث والرابع ، ونحفظه · فان كان مع القسي التي نأخذ ما بحذائها من الاوتار ، كسور : فانا نضرب تلك الكسور في فضل ما بين السطرين ، اعني السطر الذي أخذنا ما بحذائه ، والسطر الذي بعده ، فما اجتمع [١٤٩ و] نقسمه على ستين ، فما خرج من القسمة نزيده على ما حفظناه ، فما اجتمع نضربه في نصف قطر الدائرة المعلومة ، فما اجتمع من الضرب نقسمه على اربعة عشر ابدا ، فما خرج من القسم نضعفه ، فما كان فهو وتر تلك القوس ·

مثال ذلك دائرة قطرها احدى وعشرون ذراعا ، ومحيطها ست وستون ذراعا ، وفصل منها قطعة كان قوسها احدى عشر ذراعا ، وأردنا أن نعلم وترها : ضربنا نصف الاحد عشر في اثنين وعشرين ، اذا كان القوس أقل من نصف الدائرة ، فكان مائة واحد وعشرين ، وقسمناه على ربع الدور ، وهو ستة عشر ونصف ، فخرج من القسم سبعة وثلث ، طلبنا مثلها في سطر القسي ، فوجدنا بحذاء السبعة : ستة اجزاء واثنين واربعين عشيرا ونصف · ولأن مع السبعة كان كسر ، ثلث ، ضربناه في فضل ما بين السطرين ، الذي هو أحد وخمسون عشيرا ونصف وثلثي [١٤٩ ظ] عشر ، فكان سبعة عشر عشيرا واحد عشر فلسا وثلث · زدناه على ستة اجزاء واثنين واربعين عشيرا ونصف ، فصار ستة اجزاء وتسعة وخمسين عشيرا ، وثلثين وخمس تسع ؛ ولأن الفلوس أكثر من النصف ، جبرناه ، وجعلناه واحدا ؛ فصار جميع ما يخرج من الجدول سبعة أجزاء ؛ ضربناه في

نصف القطر ، وهو عشرة ونصف ، فكان ثلاثة وسبعين ونصفا ، وقسمناه على أربعة عشر ، فخرج من القسمة خمسة وربع ، اضعفناه ، فكان عشرة ونصفا·وهو الوتر للقوس التيهي احدى عشرة ذراعاً ، وهذه صورته···

فان أردنا أن نعلم سهم تلك القوس ، فان شئنا عملناه بمثل ما قد ذكرنا في معرفة السهام ، اذا كان الوتر والقوس معلومين ، وان [١٥٠ و] شئنا أسقطنا القوس الذي نريد أن نعلم سهمه ، من نصف الدائرة ، فما بقي نأخذ وتره ونسقط نصفه من نصف القطر ، فما بقي فهو السهم·

مثال ذلك : الدائرة التي تقدم ذكرها ، وهي التي دورها ست وستون ذراعا ، فصل منها قطعة قوسها اثنان وعشرون ، اسقطناها من نصف الدائرة ، وهو ثلاثة وثلاثون ، صار الباقي احد عشر ذراعا ، اخذنا وترها فكان عشرة ونصفا ، اسقطنا نصفها وهو خمسة وبع ، من نصف القطر ، وهو عشرة ونصف ، فبقي خمسة وربع · وهو السهم · وهذه صورته ··

فان كانت دائرة قطرها معلوم ومحيطها معلوم ، وقطعت بوتر معلوم وأردنا أن نعلم قوس تلك القطعة : فانا نضرب [١٥٠ ظ] نصف الوتر فيأربعة عشر ابدا ، وما اجتمع نقسمه على نصف قطر الدائرة المعلومة ، فما خرج من القسم نطلب مثله فيالجدول الموقععليه الاوتار ، أو ما يقاربه، مما هو أقل منه ؛ واذا صادفناه ، ننظر ما بحياله من جدول القسي · فان بقي معنا كسر ، فانا نضربه في ستين ونقسم ما اجتمع على فضل ما بـــين السطرين ، اعني السطر الذي وجدنا فيه مثله ، والسطر الذي تحته بزيادة جزء واحد ، فما خرج من القسم زدناه على ما وجدنا في جدول القسي ، فما اجتمع ضربناه في ربع الدائرة المعلومة ، فما اجتمع نقسمه على اثنين وعشرين ، فما خرج من القسم اضعفناه ، فما كان فهو قوس الوتر الذي طلبنا ·

مثال ذلك دائرة قطرها اثنان واربعون ذراعا ومحيطها مائة واثنان وثلاثون ذراعا قطع بوتر طوله احدى وعشرون ذراعا ، واردنا أن نعلم قوس تلك القطعة [١٥١ و] ضربنا نصف الوتر ، وهو عشرة ونصف ، في اربعة عشر ، فكان مائة وسبعة واربعين ،وقسمناه على نصف قطر الدائرة المعلومة ، وهو احد وعشرون ، فخرج من القسم سبعة اجزاء ، طلبنا مثله في الجدول الموقع عليه الاوتار ، فوجدنا في السطر السابع ما هو قريب منه ، مما هو اقل منه ، وهو ستة اجزاء وثلاثة واربعون عشيرا وسدس وعشر عشير ؛ فكان حياله من القسي سبعة اجزاء ، فحفظناه ·

ثم أسقطنا الستة الاجزاء والثلاثة والاربعين عشيرا والسدس والعشر عشير مما معنا ، وهو سبعة اجزاء ، فبقي ستة عشر عشيرا وثلثان وعشر عشير ٠ فاذا ضربناه في الستين وقسمنا ما اجتمع على فضل ما بين السطرين الذي هو تسعة واربعون عشيرا وخمس وسدس وعشر عشير ، خرج من القسم عشرون عشيرا وربع عشير بالتقريب : اسقطنا الربع عشير للتقريبات التي كانت معنا في مواضع كثيرة ، وزدنا ما اجتمع على ماوجدنا في سطر القسي [١٥١ ظ] وهو سبعة أجزاء ، فصار سبعة أجزاء وثلثا ، وضربناه في ربع الدائرة المعلومة ، وهو ثلاثة وثلاثون ، فصار مائة واثنين واربعين ، قسمناه على اثنين وعشرين ، فخرج من القسم أحد عشر ، أضعفناه فكان اثنين وعشرين ذراعا ، وهو قوس تلك القطعة وكذلك نعمل في معرفة سائر القسي من الوتر ، وهذه صورته ...

وان كانت دائرة قطرها معلوم قطع بوتر سهمها معلوم وأردنا أن نعلم القوس ،فانا نستخرج الوتر من السهم ، كما قد تقدم ذكره في الوصف الذي قبل هذا ، ثم نستخرج القوس من الوتر كما بينا فيما تقدم ٠ وان شئنا اسقطنا السهم من (نصف) قطر الدائرة وما بقي يقوم لنا مقام نصف وتر يعرف قوسه ، فما كان نسقطه من نصف الدائرة ، فما بقي فهو قوس ذلك السهم ٠

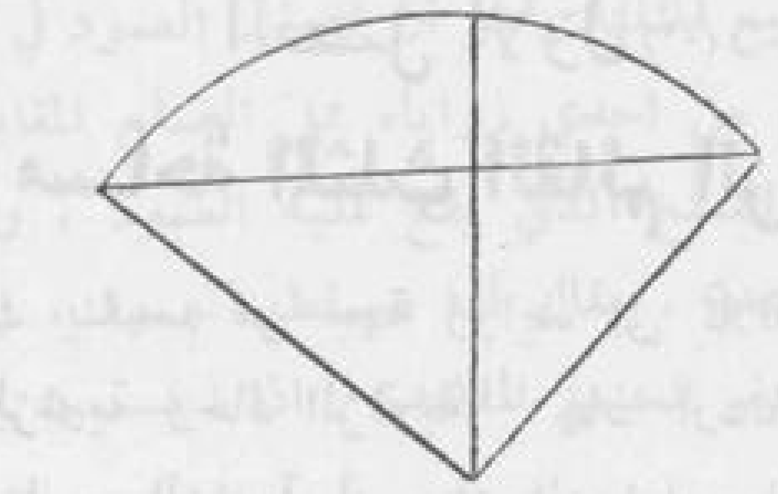
[١٥٢ و] وعلى هذا نعمل في علم الاوتار من القسي والقسي من الاوتار ٠ ان شاء الله ٠

× × ×

فاذا كانت دائرة معلومة القطر والدور ، وقطع منها قطعة معلومة القوس أو الوتر أو السهم ، واردنا أن نعلم مساحة تلك القطعة : فانا نضرب نصف قطر الدائرة في نصف قوس تلك القطعة ، فما اجتمع نحفظه ، ثم ننقص سهم تلك القطعة من نصف قطر تلك الدائرة ، فما بقي نضربه في نصف الوتر ، فما اجتمع : ان كانت القطعة أقل من نصف الدائرة نقصناه مما حفظنا ، وان كانت أكثر من نصف الدائرة زدناه على ما حفظنا ، فما كان بعد الزيادة والنقصان فهو مساحة تلك القطعة ٠

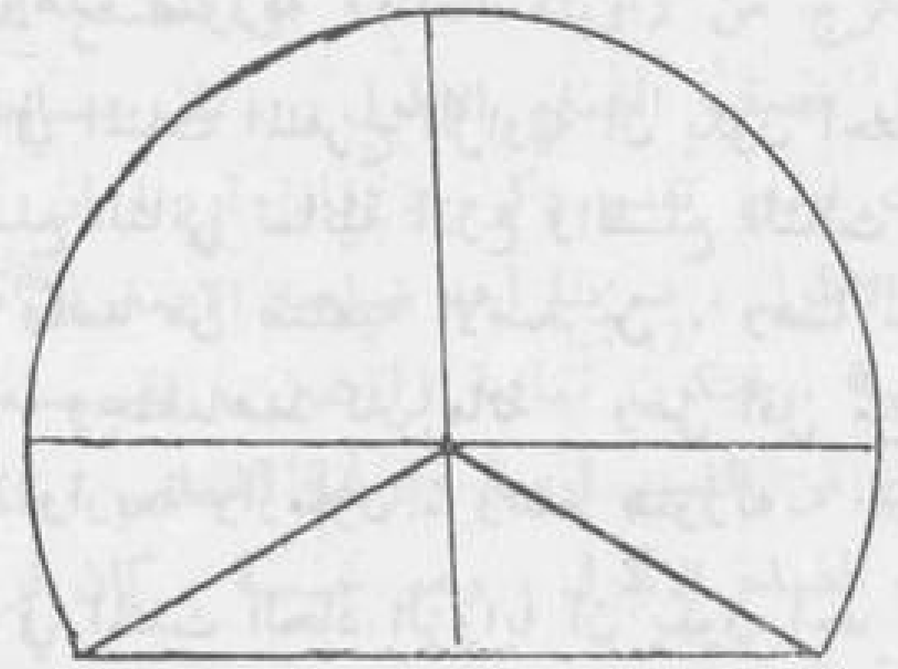
مثال ذلك دائرة قطرها احدى وعشرون ذراعا ومحيطها ست وستون ذراعا ، وقطع منها قطعة كان قوسها احدى عشر ذراعا ووترها عشر أذرع ونصف وسهمها بالتقريب واحد وربع وسدس ، وأردنا أن نعلم مساحتها ، ضربنا نصف القطر ، وهو عشرة ونصف ، في نصف

القوس ، وهو خمسة ونصف [١٥٢ ظ] فكان سبعة وخمسين ونصفا وربعا ، حفظناه ٠ ثم اسقطنا السهم ، وهو واحد وربع وسدس ، من نصف القطر ، فبقي تسعة ونصف سدس ، ضربناه في نصف الوتر ، وهو خمسة ونصف ، فيكون تسعة واربعين ونصفا وثلثا وثمنا ، نسقطه مما حفظناه ، لأن القطعة أصغر من نصف دائرة ، يبقى سبعة وثلثان وثمن ، وهو مساحة تلك القطعة وهذه صورته :



فان كانت القطعة أكثر من نصف الدائرة ، وهو في هذا المثال أن يكون قوسها خمسة وخمسين ذراعا ووترها ايضا أحد عشر ذراعا ، فاذا ضربنا نصف القطر ، وهو عشرة ونصف ، في نصف القوس ، وهو سبعة وعشرون ونصف ، كان مائتين وستة وثمانين ونصفا وربعا ، فاذا زدنا عليه ضرب فضل نصف القطر على السهم [١٥٣ و] في نصف الوتر ، وهو على ما تقدم ذكره ، تسعة واربعون ونصف وثلث وثمن ، كان ثلاثمائة وثمانية وثلاثين وثلثا وربعا وثمنا ، وهو مساحة تلك القطعة ٠

فاذا جمعنا القطعتين جميعا كان ثلاثمائة وستة واربعين ونصفا ٠ وهو مساحة الدائرة ٠ والله ولي التوفيق ٠ وهذه صورتها(٤٦) :



الباب الرابع

في مساحة المثلثات والمربعات

وغيره مما يجانسه

وهو أربعة فصول

الفصل الأول(٤٧)

في مساحة المثلث القائم الزاوية

اعلم أن المثلث ينقسم من جهة زواياه الى ثلاثة أقسام وهي : قائم الزاوية ومنفرج الزاوية وحاد الزاوية . فاذا أردنا أن نعرف أن المثلث قائم الزاوية أو منفرج الزاوية أو حاد الزوايا ، فانا نضرب كل واحد من ضلعيه الأصغرين في نفسه ، [١٥٣ ظ] ونجمعه ، فان كان مساوياً للضلع الأطول في نفسه ، فان المثلث قائم الزاوية ؛ وان كان أصغر منه ، فان المثلث منفرج الزاوية ؛ وان كان أكثر منه ، فان المثلث حاد الزوايا .

مثال ذلك في المثلث القائم الزاوية أن يكون أحد أضلاعه ستة ، والضلع الثاني ثمانية ، والضلع الثالث عشرة أذرع . فاذا ضربنا كل واحد من ضلعيه الأصغرين ، وهما ستة أذرع وثمانية أذرع ، في مثله ، وجمعناهما ، وهما ستة وثلاثون ، وأربعة وستون ، كان مائة ؛ وهو مساو للضلع الأطول ، وهو عشرة ، في مثله . فاذا كان المثلث كما ذكرنا فانه قائم الزاوية . وهذه صورته ...

ومثال ذلك في المثلث المنفرج الزاوية أن يكون أحد أضلاعه [١٥٤ و] ست أذرع والضلع الثاني ثمانية أذرع والضلع الثالث اثنا عشر ذراعاً . فاذا ضربنا كل واحد من ضلعيه الأصغرين ، وهما ستة أذرع وثمانية أذرع ، في مثله ، وجمعناهما كان مائة ، وهي أقل من الضلع الثالث في مثله ، وهو مائة وأربعة وأربعون ، وهذه صورته ...

ومثال ذلك في المثلث الحاد الزوايا أن يكون أحد أضلاعه ستة أذرع

والضلع الثاني سبعة أذرع (والثالث ثمانية) ، فاذا ضربنا كل واحد من ضلعيه الاصغرين ، وهما ستة وسبعة ، في مثله وجمعناهما ، كان خمسة وثمانين ، وهو أكثر من الضلع الاطول في مثله ، وهو أربعة وستون . وهذه صورته ...

[١٥٤ ظ] مساحة المثلث القائم الزاوية

اعلم أن مساحة جميع المثلثات هو أن تضرب العمود في نصف القاعدة . والعمود هو خط يخرج من احدى زواياه على الضلع المقابل لها على زوايا قائمة ، والقاعدة هو الضلع الذي يقع عليه العمود ، والنقطة التي يقع عليها العمود ، من القاعدة ، يقال لها مسقط العمود ، ويقال لها مسقط الحجر ؛ وقد يسمى أصغر قسمي القاعدة ، اذا انقسمت بالعمود ، مسقط الحجر أيضا .

فالمثلث القائم الزاوية لما كان كل واحد من ضلعيه الاصغرين عمودا على الآخر ، لم يحتج أن يستخرج له عمود ؛ فكان لهذا السبب ضرب أحد ضلعيه الاصغرين في نصف الآخر ، مساحته .

فاذا كان الأمر على ما ذكرنا ، فانا نضرب ، في مساحة المثلث القائم الزاوية الذي تقدم ذكره ، أحد ضلعيه الاصغرين ، وليكن ستة ، في نصف الآخر ، وهو أربعة فيكون أربعة وعشرين ، وهو مساحته .

وقد يمكن أن تعلم مساحة المثلث القائم الزاوية من جهة العمود [١٥٥و] ومسقط الحجر : وذلك بان نضرب أحد الضلعين الاصغرين في الآخر ، ونقسم ما اجتمع على الضلع الاطول ، فما خرج من القسم فهو العمود الذي يخرج من زاويته القائمة الى الضلع الاطول ، فاذا ضربنا هذا العمود في نصف الضلع الاطول ، كان مساحته .

مثال ذلك المثلث الذي تقدم ذكره : فاذا أردنا أن نعرف العمود الذي يقع على الضلع الاطول ، ضربنا أحد ضلعيه الاصغرين ، وهو ستة ، في الآخر ، وهو ثمانية ، فيكون ثمانية وأربعين ، فقسمناه على عشرة ، وهو الاطول ، فيخرج من القسم أربعة وأربعة أخماس ، وهو العمود . فاذا ضربناه في نصف الضلع الاطول ، وهو خمسة ، كان أربعة وعشرين ، وهو مساحة المثلث .

فاذا أردنا أن نعرف مسقط الحجر من الضلع الاطول : ضربنا أصغر أضلاعه في مثله ، وقسمنا ما اجتمع على الضلع الاطول ، فما خرج من القسم ، فهو مسقط الحجر ، على المذهب الذي ذكرنا ٠

مثال ذلك انا أردنا أن نعرف [١٥٥ظ] مسقط حجر هذا المثلث : ضربنا الضلع الاصغر ، وهو ستة ، في مثلها ، فيكون ستة وثلاثين ؛ وقسمناه على الضلع الاطول ، وهو عشرة ، فيخرج من القسم ثلاثة وثلاثة أخماس ٠ وهو مسقط الحجر ، أعني أصغر قسمي القاعدة ٠ وهذه صورته ...

فان كان مثلث قائم الزاوية ، وكان ضلعاه الاصغران معلومين ، وأردنا أن نعلم الضلع الاطول ، فانا نضرب كل واحد من الضلعين الاصغرين في مثله ، ونأخذ جذر ما اجتمع ، فما حصل فهو الضلع الاطول٠

مثال ذلك قائم الزاوية أحد ضلعيه الاصغرين خمسة أذرع ، والضلع [١٥٦و] الآخر اثنا عشر ذراعا ، وأردنا أ نعلم الضلع الاطول : ضربنا الخمسة في نفسها ، فكان خمسة وعشرين ؛ والاثني عشر في مثلها ، وكان مائة وأربعة وأربعين ، وجمعناهما فكان مائة وتسعة وستين ، أخذنا جذره فكان ثلاثة عشر ، وهو الضلع الاطول ، وهذه صورته ...

فان كان مثلث قائم الزاوية أحد ضلعيه الاصغرين معلوم ، والاطول معلوم ، وأردنا أن نعلم الضلع الثالث ، ضربنا الضلع الاطول في مثله ، والضلع الاصغر في مثله ، وأسقطنا الاقل من الاكثر ، فما بقي أخذنا جذره ، فما حصل من الجذر فهو الضلع الثالث ٠

مثال ذلك [١٥٦ظ] مثلث قائم الزاوية أحد ضلعيه الاصغرين اثنا عشر ، والاطول عشرون ذراعا ، وأردنا أن نعلم الضلع الثالث : ضربنا الاصغر في مثله ، فكان مائة وأربعة وأربعين ؛ والاطول في مثله ، فكان أربع مائة ؛ وأسقطنا الاقل من الاكثر ، فبقي مائتان وستة وخمسون ؛ أخذنا جذره ، فكان ستة عشر ٠ وهذه صورته ...

الفصل الثالث

في مساحة المثلث المنفرجة الزاوية

ينبغي أن نعلم أن مساحة هذا المثلث أيضا هو أن يضرب عموده في نصف قاعدته ٠ وعمود هذا المثلث اذا خرج على الضلعين الاصغرين ،

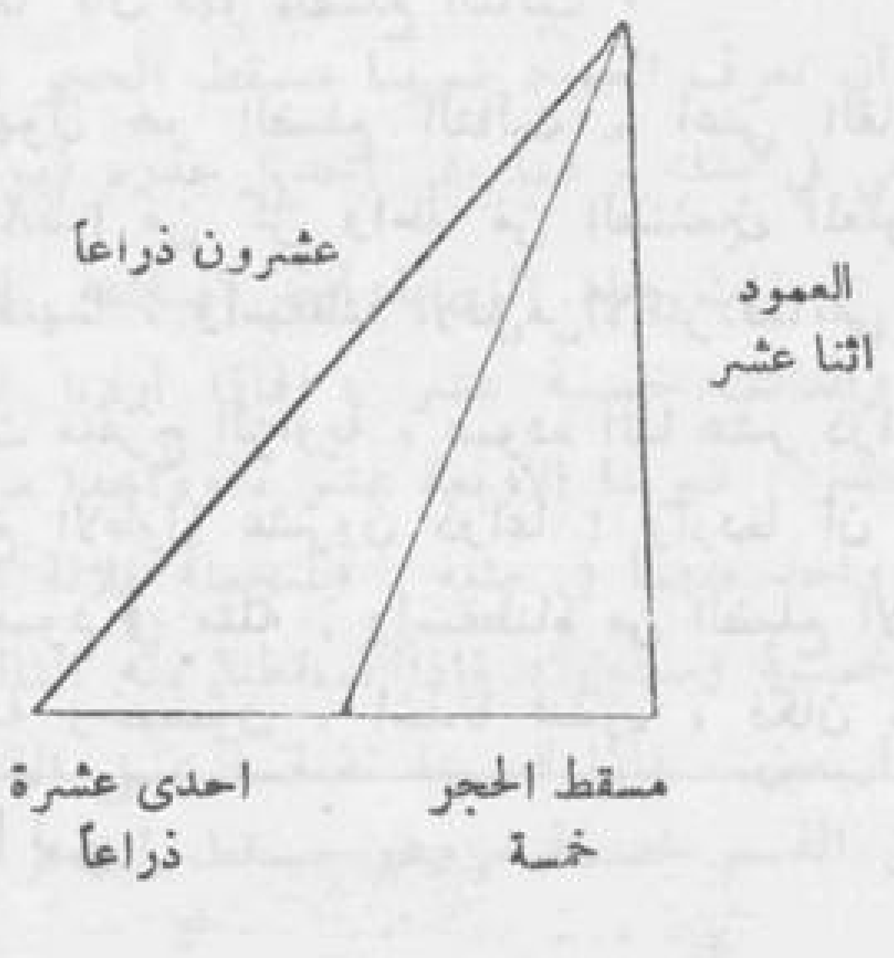
فانه يقع خارج من المثلث [١٥٧و] وان أخرج على الضلع الاطول ، فان معرفته تكون مثل معرفة عمود المثلث الحاد الزوايا ، كما سنبينه ٠

وأما استخراج عمود هذا المثلث فانه على ما ذكر أقليدس في المقالة الثانية من كتاب الاصول : أن يضرب كل واحد من الاصغرين في مثله ، ويسقط منه الاطول في مثله ، وما بقي يقسم نصفه على الضلع الذي نريد أن نجعله قاعدة ، من الضلعين الاصغرين ، فما خرج من القسم هو مسقط الحجر ٠

فاذا أردنا العمود : ضربنا مسقط الحجر في مثله ، وأسقطناه من الضلع الاقصر الآخر في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي فما كان فهو العمود ٠

مثال ذلك مثلث أحد أضلاعه أحد عشر ، والثاني ثلاثة عشر ، والثالث عشرون ٠ واذا أردنا أن نخرج عموده ضربنا الاصغرين ، كل واحد في مثله ، وجمعناهما فكان مائتين وتسعين ، (أسقطناه من الاكبر في مثله ، وهو أربع مائة ، فبقي مائة وعشرة) ٠ فاذا قسمنا نصفه على أحد عشر ، وهو القاعدة [١٥٧ظ] كان الخارج من القسمة خمسة ، وهو مسقط الحجر ٠

فاذا أردنا أن نعرف العمود ضربنا الخمسة في مثلها واسقطنا ما اجتمع من ثلاثة عشر في مثلها ، فبقي مائة وأربعة وأربعون ، فاذا أخذنا جذرها كان اثناعشر ، وهو عمود هذا المثلث فاذا أردنا أن نعرف مساحته : ضربنا العمود ، وهو اثنا عشر ، في نصف القاعدة ، وهو خمسة ونصف ، كان ستة وستين ، وهو مساحة هذا المثلث المنفرج الزاوية ٠ وهذه صورته :



وان كان الضلعين الاقصرين منه معلوم والعمود ، وأردنا أن نعرف الضلع الاطول : ضربنا العمود في مثله [١٥٨و] وأسقطناه من الضلع الاصغر الثاني في مثله ، فما بقي أخذنا جذره وزدناه على القاعدة ، فما اجتمع ضربناه في مثله ، وزدناه على العمود في مثله ، وأخذنا × جذر ما اجتمع ، وهو الاطول ٠

مثال ذلك مثلث منفرج الزاوية ، أحد ضلعيه الاصغرين أحد عشر ، والثاني ثلاثة عشر ، والعمود اثنا عشر ، وأردنا أن نعرف الاطول ، والقاعدة أحد عشر : ضربنا العمود في مثله ، فكان مائة وأربعة وأربعين ، وأسقطناه من الاصغر في مثله ، الذي هو ثلاثة عشر ، وذلك أن الاحد عشر قد فرضناها قاعدة ، فيبقى خمسة وعشرون ؛ زدنا جذره على الاحد عشر ، وضربنا ما اجتمع منه في مثله ، فكان مائتين وستة وخمسين ، زدناه على العمود في مثله ، وهو مائة وأربعة وأربعون ، فكان أربع مائة ، أخذنا جذره ، وهو عشرون ٠ وهو الاطول ٠ وهذه صورته ٠٠٠

فان كان الاطول معلوما ، وأحد الاصغرين معلوما ، والعمود معلوم ، وأردنا أن نعرف الضلع الثالث :

فان كان هذا الضلع الاصغر المعلوم هو القاعدة ، ضربنا العمود في مثله ، وأسقطناه من الاطول في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي ، وأسقطنا منه القاعدة ، فما بقى ضربناه في مثله ، وزدناه على العمود في مثله ، وأخذنا جذر ما اجتمع ، فما كان فهو الضلع الثالث ٠

فان كان المجهول هو الضلع الثالث ، أعني القاعدة ، أسقطنا العمود في مثله [٨٩ظ] من كل واحد من الضلعين المعلومين في مثله ، وأخذنا جذر مابقيمنهما ، وأسقطنا الاقلمنالاكثر،فمابقي فهو القاعدة ٠

مثال ذلك مثلث منفرج الزاوية ، عموده اثنا عشر ذراعا وقاعدته أحد عشر ذراعا والضلع الاطول عشرون ذراعا ؛ وأردنا أن نعرف الضلع الثالث : ضربنا العمود في مثله ، وأسقطناه من الضلع الاطول في مثله ، فيبقى مائتان وستة وخمسون ، أخذنا جذره ، فكان ستة عشر ،

× هنا يبدأ [٨٩ و] في ل ٠

وأسقطنا منه القاعدة ، فبقي خمسة ، ضربناها في مثلها ، وزدناه على العمود في مثله ، فكان مائة وتسعة وستين ، أخذنا جذره ، فكان ثلاثة عشر ، وهو الضلع الثالث ٠

ولنجعل أيضا المجهول القاعدة ، والضلعين الباقيين على ما قدمنا ذكره ، فيكون : الاطول عشرون ذراعا والاوسط ثلاثة عشر ذراعا ، والعمود اثنا عشر ذراعا ٠ فاذا أردنا معرفة القاعدة ، أسقطنا العمود في مثله ، وهو مائة وأربعة وأربعون ، من ثلاثة عشر في مثله ، وعشرين في مثله ، فيبقى خمسة وعشرون ، ومائتان وستة وخمسون ، ونأخذ جذر كل واحد منهما ، وأسقطنا الاقل من الاكثر ، فيبقى أحد عشر ، وهو القاعدة ٠ وهذه صورته ٠٠٠

في مساحة المثلث الحاد الزوايا

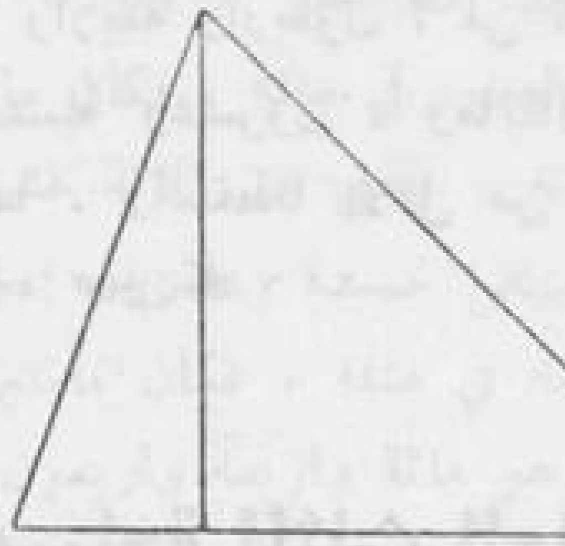
[٩٠و] هذا المثلث أيضا مساحته هو من ضرب عموده في نصف قاعدته ٠ واستخراج عموده على ما ذكر أقليدس في المقالة الثانية من كتاب الاصول ، أن نضرب ضلعين من أضلاعه ، أي ضلعين كانا ، (كلا) في مثله ، وأسقطنا مما اجتمع الضلع الثالث في مثله ، فما بقي قسمنا نصفه على أحد الضلعين الاولين ، فما خرج من القسم فهو مسقط الحجر ، وما قسمنا عليه هو القاعدة ٠

فاذا أردنا أن نعرف العمود ضربنا مسقط الحجر في مثله ، وأسقطناه من الضلع الثاني في مثله ، فما بقي أخذنا جذره فهو العمود ٠

مثال ذلك : مثلث حاد الزوايا أحد أضلاعه ثلاثة عشر ، والآخر أربعة عشر ، والثالث خمسة عشر ٠ فاذا أردنا نعرف العمود الذي يقع على أربعة عشر : ضربنا الاربعة عشر ، وواحدا من الاثنين الباقيين ، أيا كان ، كل واحد منهما في مثله ، ولنجعله ثلاثة عشر ؛ فاذا جمعناه كان ثلاثمائة وخمسة وستين ؛ فاذا أسقطنا منه الثالث في مثله ، صار الباقي مائة وأربعين ، فاذا قسمنا نصفه على الذي جعلناه قاعدة كان الخارج من القسم خمسة ، وهو مسقط الحجر ٠

فاذا أردنا أن نعرف العمود : ضربنا الخمسة في مثلها ، وأسقطنا من ثلاثة عشر في مثله ، صار الباقي مائة وأربعة وأربعين ؛ فاذا أخذنا جذره كان اثني عشر ، وهو العمود ·

فاذا أردنا أن نعلم مساحته : ضربنا العمود ، وهو اثنا عشر ، في نصف القاعدة ، وهو سبعة ، فكان أربعة وثمانين ، وهو مساحة هذا المثلث · وكذلك يخرج عمود المثلث على باقي الاضلاع · وهذه صورته :



[٩٠ ظ]

فان كان ضلعان من أضلاعه معلومين ، وأردنا أن نعلم الضلع الثالث ، وكان المجهول القاعدة ، ضربنا العمود في مثله ، وأسقطناه من كل واحد من الضلعين المعلومين في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي منهما ، وجمعناهما فما كان فهو الضلع الثالث المجهول ، أعني القاعدة ·

وان كان المجهول واحدا من الضلعين الباقيين ، وكانت القاعدة معلومة : ضربنا العمود في مثله وأسقطناه من الضلع المعلوم في مثله ، وأسقطنا جذر ما بقي من القاعدة ، فما بقي ضربناه في مثله ، وزدناه على العمود في مثله ، وأخذنا جذر ما اجتمع ، فما كان فهو الضلع الثالث·

مثال ذلك المثلث الذي تقدم ذكره ، وهو أن يكون أحد ضلعيه ثلاثة عشر والثاني خمسة عشر ، والقاعدة مجهولة ، والعمود اثنا عشر ، وأردنا أن نعرف القاعدة : أسقطنا العمود في مثله ، من كل واحد من الضلعين في مثله ، فبقي من ثلاثة عشر : خمسة وعشرون ، ومن خمسة عشر : أحد وثمانون · فاذا أخذنا جذريهما وجمعناهما ، كان أربعة عشر ، وهو القاعدة · وهذه صورته :

ولنجعل أيضا المجهول أحد الضلعين ، والقاعدة معلومة : وهو أربعة

عشر ، والضلع الآخر معلوما ، وهو خمسة عشر ، والعمود معلوما وهو اثنا عشر ؛ وأردنا أن نعلم الضلع الثالث ، وليكن مسقط الحجر معلوما ، وهو خمسة : ضربناه في مثله [٩١و] وزدنا عليه العمود في مثله ، فكان مائة وتسعة وستين أخذنا جذره وهو ثلاثة عشر ، وهو الضلع المجهول ·

وان لم يكن مسقط الحجر معلوما ، أسقطنا العمود في مثله ، من الضلع المعلوم في مثله ، فيبقى أحد وثمانون ، أسقطنا جذره من القاعدة، فيبقى خمسة ، وهو مسقط الحجر ، ثم علمنا الضلع الثالث كما تقدم ذكره ·

وان كان المجهول الخمسة عشر عملنا فيه كما تقدم ذكره · وهذه صورتـه ···

الفصل الرابع

في مساحة المثلثات على جهة أخرى

ينبغي أن نعلم أن المثلث ينقسم من جهة أضلاعه الى ثلاثة أقسام : متساوي الاضلاع ومختلف الاضلاع ومتساوي الساقين أما المتساوي الاضلاع فهو ان تكون أضلاعه الثلاثة متساوية ، مثل أن يكون كـل ضلع منه عشرة ، كما في هذه الصورة ···

وأما المختلف الاضلاع فهو أن تكون أضلاعه الثلاثة مخالفا بعضها لبعض ، وهو أن تكون أضلاعه مثلا عشرة والآخر ثمانية والثالث ستة ، كما في هذه الصورة ···

[٩١ظ] والثالث ، وهو متساوي الساقين ، وهو أن يكون ضلعان من أضلاعه فقط متساويين ، والثالث اما أن يكون أكثر منهما أو أصغر ؛ وذلك أن يكون ضلعان من أضلاعه كل واحد منهما عشرة ، والثالث اثني عشر ، أو يكون ثمانية ، كما في هاتين الصورتين ···

فأما المثلث المتساوي الاضلاع فان مساحته تكون عـلى وجهين : أحدهما أن يستخرج عموده ويضرب في نصف قاعدته · واستخراج عموده أن يضرب أحد أضلاعه في مثله ويسقط منه ربعه · وما بقي يؤخذ جذره ، فما كان فهو العمود ·

مثال ذلك مثلث متساوي الاضلاع ، كل ضلع منه عشرة ، وأردنا أن نعرف عموده : ضربنا العشرة في مثلها ، فكان مائة ، وأخذنا جذر ثلاثة أرباعه ، وهو جذر خمسة وسبعين ، وهو العمود .

فاذا أردنا أن نعرف مساحته ضربنا جذر الخمسة والسبعين في نصف واحد من أضلاع المثلث ، كما قد بينا في كتابنا في صناعة الجبر والمقابلة ، ضرب الجذور في الاعداد وفي غيرها ، فكان جذر خمسة وسبعين في خمسة : جذر ألف وثمان مائة وخمسة وسبعين . وهو مساحة المثلث . وهذه صورته ...

[٩٢و] والوجه الآخر في مساحة هذا المثلث هو أن يضرب أحد أضلاعه في مثله ، وما اجتمع في مثله ، ويؤخذ ثمن ما اجتمع ونصف ثمنه فما كان أخذنا جذره ، فهو مساحة المثلث .

مثال ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها : فانا اذا ضربنا أحد أضلاعه ، وهو عشرة ، في مثله ، فكان مائة ، فاذا ضربنا مرة أخرى في مثله ، كان عشرة ألف ؛ فاذا أخذنا ثمنه ونصف ثمنه ، كان ألف وثمان مائة وخمسة وسبعين . فاذا أخذنا جذره كان مثل الجواب الاول .

× وله وجه آخر وهو أن نضرب جانبا منه في مثله ، وهو عشرة في المثال ، فيكون مائة ، فنأخذ ثلثه وعشره أبدا ، فما كان فهو التكسير . فيكون ثلثه : ثلاثة وثلاثين وثلث ، وعشره : عشرة : فاجمعه ؛ يكون ثلاثة وأربعين وثلث ، وهو التكسير .

فاما المثلث المختلف الاضلاع فان مساحته تكون كمساحة المثلثات التي تقدم ذكرها ، أعني قائم الزاوية ومنفرج الزاوية وحاد الزوايا ، وذلك أنه لا يخرج من واحد من تلك الوجوه .

فان كان مثلث متساوي الاضلاع عموده معلوم ، وأردنا أن نعلم مساحته ، ضربنا العمود في مثله ، وما اجتمع في ثلثه ، فما حصل أخذنا جذره ، وهو المساحة .

مثال ذلك مثلث (متساوي الاضلاع) عموده عشرة أذرع ، وأردنا

× هذا الوجه لا يوجد في ل . وهو ينطوي على أن √٣ = ١٧٣٣ر١ . وهو في (١٦٣ ظ) في م .

أن نعلم مساحته ، ضربنا العمود في نفسه ، فكان مائة ، وما اجتمع في ثلثه ، فكان ثلاثة ألف وثلاثمائة وثلاثة وثلاثين وثلث ؛ أخذنا جذره وهو مساحة المثلث [٩٢ظ] ، وهذه صورته ...

فان كان مثلث متساوي الاضلاع ، وكان عموده معلوما ، وأردنا أن نعلم ضلعه ، ضربنا العمود في مثله ، وزدنا على ما اجتمع مثل ثلثه ، فما كان أخذنا جذره ، فهو الضلع .

مثال ذلك المثلث الذي تقدم ذكره ، وعموده عشرة أذرع ، فأردنا أن نعلم ضلعه : ضربنا العشرة في مثلها ، فكان مائة ، وزدنا عليه ثلثه ، فكان مائة وثلاثة وثلاثين وثلث ، فجذره هو الضلع ، وهذه صورته...

فان كان التكسير معلوما وأردنا أن نعلم العمود ، ضربنا التكسير في نفسه ، وما اجتمع في ثلاثة ، وأخذنا جذر جذره ، فما كان فهو العمود .

مثال ذلك مثلث متساوي الاضلاع تكسيره ثلاثون ذراعا ، وأردنا نعرف عموده : ضربنا التكسير ، وهو ثلاثون ، في مثله فكان تسع مائة ، ضربناه في ثلاثة ، فكان ألفين وسبع مائة ، فجذر جذره هو عمود هذا المثلث . وهذه صورته ...

[٩٣و]فان كان التكسير معلوما وأردنا أن نعلم الضلع : ضربنا التكسير في مثله ، وما اجتمع في خمسة وثلث ، وأخذنا جذر جذره فما كان فهو الضلع.

مثال ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها ، وهو أن التكسير ثلاثين ذراعا ، وأردنا أن نعلم ضلعه : ضربنا الثلاثين في مثله ، فكان تسع مائة ، ضربناه في خمسة وثلث فكان أربعة ألف وثمان مائة . فجذر جذره هو ضلع المثلث . وهذه صورته ...

مساحة المثلث المتساوي الساقين

أما مساحة هذا المثلث فهو أيضا أن نضرب عموده في نصف قاعدته . وله عمودان أحدهما يقع على الضلع المخالف ، والثاني يقع على أحد المتساويين .

أما معرفة ما يقع على الضلع المخالف فهو أن يضرب نصف المخالف في مثله ، ويسقط من مضروب أحد المتساويين في مثله ، فما كان أخذنا جذره ، فهو العمود الواقع على الضلع المخالف .

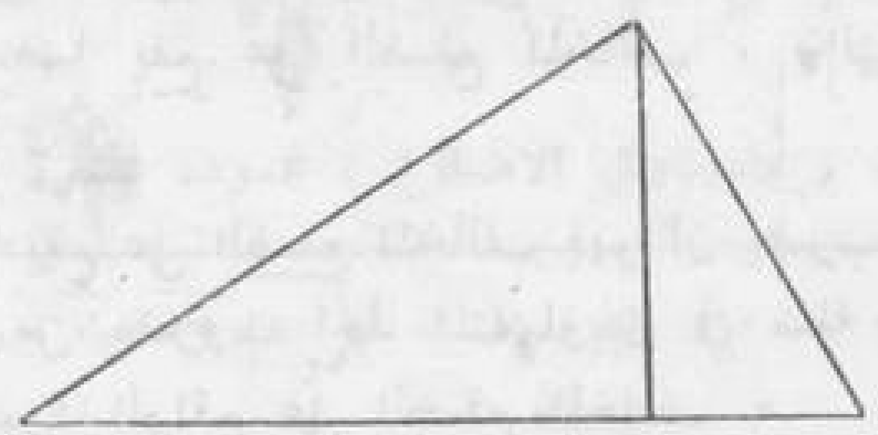
مثال ذلك مثلث متساوي الساقين ، وضلعاه المتساويان عشرة ، عشرة ، والضلع [٩٣ظ] المخالف اثنا عشر ، وأردنا أن نعلم العمود الواقع على الاثني عشر : ضربنا نصف الاثنا عشر في مثله ، فكان ستة وثلاثين ، وأسقطناه من العشرة في مثله ، فبقي أربعة وستون : أخذنا جذره فكان ثمانية ، وهو العمود الواقع على الاثني عشر • وهذه صورته • • •

فان أردنا أن نعلم العمود الذي يقع على أحد الضلعين المتساويين ، فانا نعمل على استخراجه كما تقدم ذكره في المثلثات القائم الزاوية والمنفرج الزاوية والحاد الزوايا ، فان هذا المثلث قد يكون منه قائم ومنفرج وحاد •

معرفة عمود جميع المثلثات بطريقة واحدة

فاذا أردنا ذلك ضربنا كل واحد من أضلاع المثلث الاصغرين ، في مثله ، وأسقطنا الاقل من الاكثر ، فما بقي قسمناه على الضلع الاطول ، فما خرج من القسمة أسقطناه من الاطول ، وأخذنا نصف ما بقي ، فما كان فهو مسقط الحجر ؛ ويعلم منه العمود كما تقدم ذكره •

مثال ذلك مثلث مختلف الاضلاع أحد جوانبه عشرة ، والثاني سبعة عشر والثالث [٩٤و] أحد وعشرين ، وأردنا أن نعرف عموده الواقع على الاحد والعشرين : فانا نضرب كل واحد من العشرة والسبعة عشر في مثله ، فتكون العشرة في مثلها : مائة والسبعة عشر في مثلها : مائتين وتسعة وثمانين ؛ فاذا أسقطنا الاقل من الاكثر بقي مائة وتسعة وثمانون ، فاذا قسمناها على الاطول ، وهو أحد وعشرون ، كان الخارج من القسم تسعة ، فاذا أسقطناها من الاطول وأخذنا نصف الباقي كان ستة ، وهو مسقط الحجر • فاذا ضربناها في مثلها وأسقطناه من الاصغر في مثله وأخذنا جذر الباقي كان ثمانية ، وهو العمود ، وهذه صورته :



عمل عام في استخراج عمود جميع المثلثات وجميع الاضلاع لم يذكره أحد من المتقدمين

فاذا أردنا ذلك ضربنا ضلعين من أضلاعه ، أي ضلعين كانا ، كل واحد منهما في نفسه ، وقسمنا تفاضلهما على الضلع الثالث ، وهو الذي نريد أن يخرج العمود عليه ، فما خرج من القسم أخذنا الفضل بينه وبين الضلع الثالث ، فما حصل أخذنا نصفه ، فما كان فهو مسقط الحجر • فاذا [٩٤ ظ] أردنا العمود أسقطنا مربعه من مربع أصغر الضلعين اللذين ضربنا كل واحد منهما في نفسه ، فما بقي أخذنا جذره ، فما كان فهو العمود •

مثال ذلك مثلث مختلف الاضلاع ، أحد أضلاعه ثلاثة عشر ، والضلع الثاني أحد عشر ، والضلع الثالث عشرين ، وأردنا أن نستخرج عموده على أحد عشر : ضربنا كل واحد من ثلاثة عشر وعشرين في نفسه ، فكان مائة وتسعة وستين ، وأربع مائة ؛ فاذا أخذنا تفاضلهما كان مائتين وأحد وثلاثين ، فاذا قسمناه على الضلع الثالث ، وهو أحد عشر ، كان الخارج من القسم أحد وعشرين ؛ فاذا أخذنا الفضل بينه وبين الضلع الثالث كان عشرة ؛ فاذا أخذنا نصفه كان خمسة ، وهو مسقط الحجر • فاذا أسقطنا مربعه من ثلاثة عشر في نفسه ، بقي مائة وأربعة وأربعين ؛ فاذا أخذنا جذره كان اثنا عشر ، وهو العمود ، فاذا ضربناه في نصف الثالث كان ستة وستين ، وهو مساحة هذا المثلث • وهذا ظاهر بين في ما نحن بسبيله ، ان شاء الله •

مساحة جميع المثلثات بوجه واحد

فاذا أردنا ذلك جمعنا الاضلاع كلها ، وضربنا نصفه في فضله على كل واحد من الأضلاع ، فما كان أخذنا جذره ، فما حصل فهو مساحة ذلك المثلث •

مثال ذلك أنا أردنا أن نعرف مساحة مثلث أحد أضلاعه ثلاثة عشر ، والثالث خمسة عشر ، جمعنا الاضلاع كلها ، وأخذنا نصفه فكان أحد وعشرين ، وضربناه في [٩٥ و] زيادته على كل واحد من الاضلاع ،

وهي ستة وسبعة وثمانية ، فكان ضربه في ستة : مائة وستة وعشرين ، وضرب هذا في سبعة يكون ثمان مائة واثنين وثمانين ، وضربـــه في ثمانية : سبعة ألف وستة وخمسين · أخذنا جذره فكان أربعة وثمانين ، وهو مساحة المثلث ، وهذه صورته ...

عمل عام لمساحة جميع المثلثات × لم يذكره أحد من المتقدمين

فاذا أردنا ذلك ضربنا نصف (مجموع) ضلعين من أضلاعه · أي ضلعين كانا ، في مثله ، وأسقطنا منه مربع نصف الضلع الثالث ، فما حصل حفظناه ؛ ثم ضربنا فضل نصف مجموع الضلعين المجموعين على أقصرهما ، في مثله ، فما كان نقصناه من مربع نصف الضلـع الثالث ، فما بقي ضربناه في ما حفظناه ، وأخذنا جذر ما اجتمع ، فما كان فهو مساحة المثلث ·

مثال ذلك أنا أردنا أن نعرف مساحة مثلث أحد أضلاعه ثلاثة عشر ، والثاني اثنا عشر ، والثالث خمسة : جمعنا ضلعين من أضلاعه ، أي ضلعين كانا ، وهما ثلاثة عشر وخمسة ، فكان ثمانية عشر ، وضربنا نصفه في مثله ، فكان أحد وثمانين ، أسقطنا منه مربع نصف الضلع الثالث ، وهو ستة وثلاثون ، فبقي خمسة وأربعون ، حفظناه ؛ ثم أخذنا زيادة نصف الضلعين المجموعين ، وهو تسعة [١٦٩ و] على أقصرهما ، وهو خمسة ، فكان أربعة ، ونقصنا مربعه ، وهو ستة عشر ، من مربع نصف الضلع الثالث ، وهو ستة وثلاثون ، فبقي عشرون ؛ ضربناه في ما حفظناه ، وهو خمسة وأربعون ، فكان تسع مائة ، وأخذنا جذره فكان ثلاثين ، وهو مساحة المثلث ، وهذه صورته ...

وان اخترنا استعملنا هذا الطريق في الاضلاع فيؤدي ذلك الى × × مساحة المثلث : وذلك أنا متى ضربنا ضلعين من أضلاعه مجموعين ، أي ضلعين كانا ، في مثله ، وأسقطنا منه مربع الضلع الثالث ، وحفظنا

× هذا غير موجود في ل · وهو في ٦٨ظ ؛ في م ·
× × في الاصل : الى ضعف مساحة المثلث ·

الباقي ؛ ثم أسقطنا مربع تفاضل الضلعين من مربع الضلع الثالث ، فما بقي ضربناه في المحفوظ ، وأخذنا جذر ربعه [١٦٩ ظ] فما كان فهو مساحة المثلث ·

وفيه وجه آخر وهو أن نضرب ضلعين من أضلاعه ، كل واحد منهما في مثله ، وأسقطنا منه مربع الثالث ، وحفظنا (نصف الباقي)× ؛ ثم ضربنا مربعي الضلعين الأولين ، أحدهما في الآخر ، فما حصل أسقطنا منه مربع المحفوظ ، وأخذنا جذر الباقي ، وأخذنا نصفه ، فيكون مساحة المثلث · والمثال ما تقدم ·

الفصل الخامس

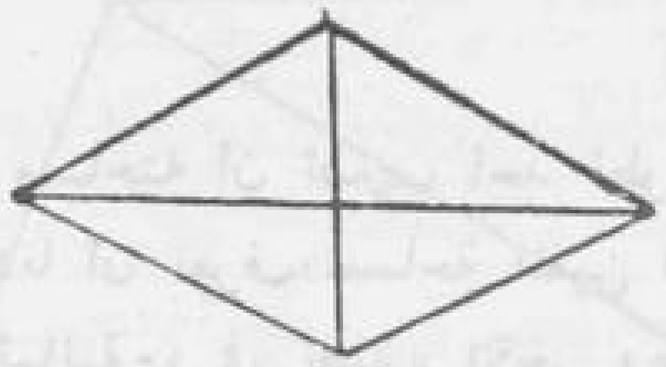
في مساحة المربعات

ينبغي أن نعلم أن ذوات الأضلاع الأربعة منها ما له نظام ، ومنهـا ما ليس له نظام · فأما ما له نظام فهو ينقسم الى أربعة أقسام ، وهي المربع والمستطيل والمعين والشبيه بالمعين ·

فأما المربع فهو أن يكون : أضلاعه كلها متساوية ، بعضها لبعض ، وزواياه تكون قائمة · وهذه صورته ···

وأما المستطيل فهو أن تكون زواياه قائمة ، وأضلاعه غير متساوية ، ويكون أضلاعه المتقابلة مساوية بعضها لبعض [٩٥ ظ] وهذه صورته (رسم مستطيلا وكتب على الطول عشرة أذرع والعرض خمسة أذرع) ·

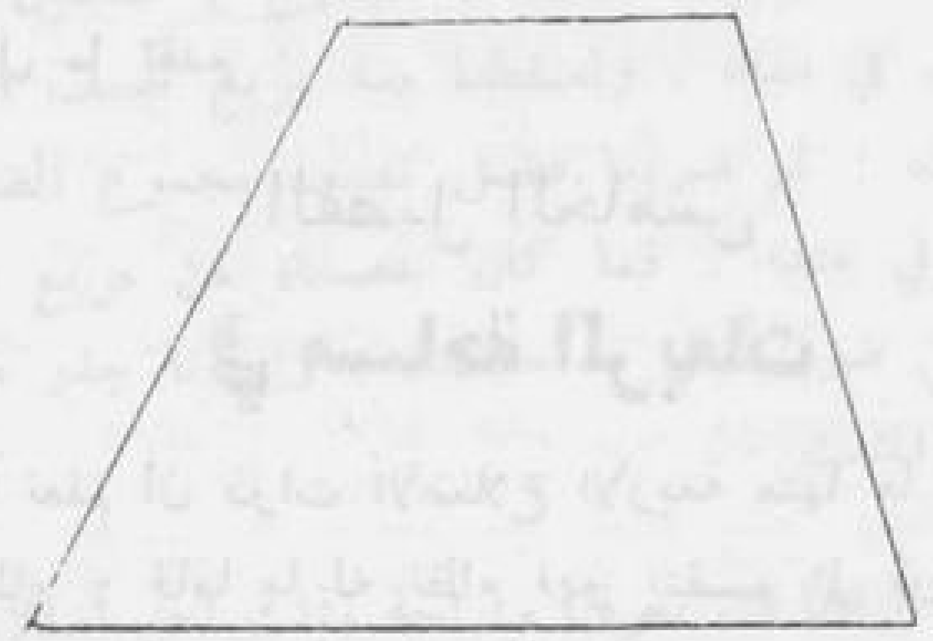
فأما المعين فهو أن تكون أضلاعه كلها متساوية ، بعضها لبعض ، وزواياه تكون مختلفة ، فيكون كل زاويتين متقابلتين متساويتين · وهذه صورته :



× في الاصل : وحفظنا الثاني ·

والشبيه بالمعين هو أن يكون مختلف الاضلاع مختلف الزوايا ، الا أن كل ضلعين وزاويتين متقابلتين تكونان متساويتين ، وهذه صورته : (يعطي صورة متوازي أضلاع قاعدته ١٠ وضلعه الآخر ٥) ·

وأما ما لا نظام له فهو أن يكون على خلاف ما تقدم ذكره من هذه الوجوه الأربعة ، ويسمى المنحرف · وهذه صورته :



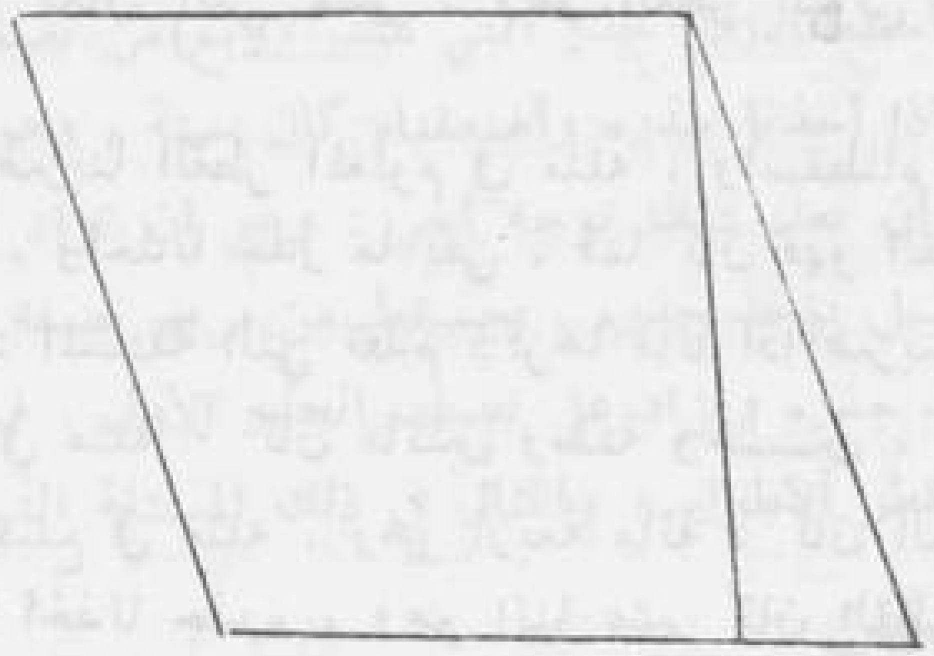
[٩٦ و] أما المربع فان مساحته أن تضرب أحد ضلعيه في الآخر · والمثال في ذلك المسألة التي تقدم ذكرها ، فانا اذا أردنا أن نعرف مساحته ضربنا أحد الضلعين اللذين عند الزوايا في الذي يليه ·

وأما مساحة المستطيل فانه مثل مساحة المربع سواء · وهو أن تضرب أحد الضلعين اللذين يليان احدى الزوايا في الآخر ، وهو الطول في العرض ، فما كان فهو مساحته · والمثال في ذلك المسألة التي تقدمت ، فانا اذا ضربنا الخمسة في العشرة كان ذلك خمسين ، وهو مساحة المستطيل ·

واما المعين فان مساحته أن تضرب أحد قطريه في نصف الآخر · مثال ذلك أنا اذا أردنا أن نعرف مساحة المعين الذي تقدم ذكره ضربنا أحد قطريه ، وهو ثمانية ، في نصف الآخر وهو ثلاثة ، فكان أربعة وعشرين ، وهو مساحته · وهذه صورته ...

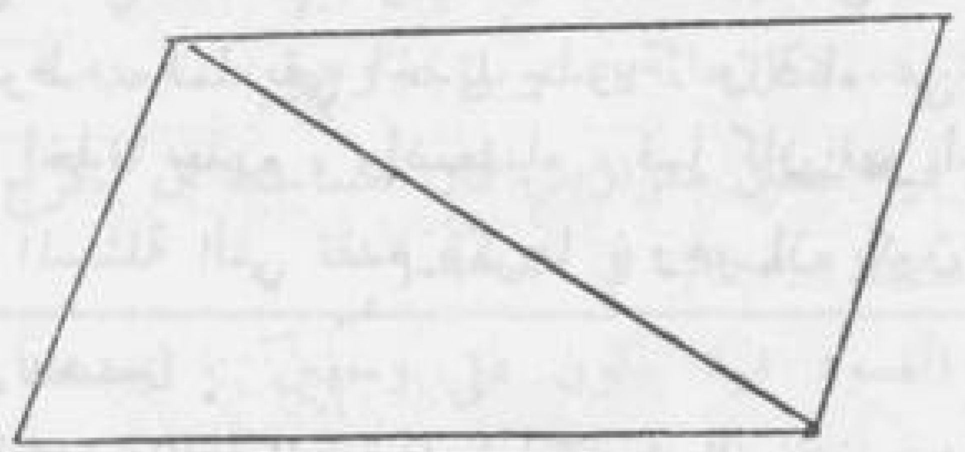
وأما الشبيه بالمعين فان مساحته أن تخرج من احدى زواياه عمودا على على الضلع المقابل له ، فما كان ضرب في ذلك الضلع ، فما كان فهو مساحته ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف مساحة الشبيه بالمعين الذي تقدم ذكره ، استخرجنا عمودا من الزاوية [٩٦ظ] المقابلة للعشرة ، عليها ، فكان ثلاثة ، ضربناه في العشرة ، فصار ثلاثين ، وهو مساحة هـذا المستطيل × · وهذه صورته :



وان شئنا قسمناه بمثلثين ، وهو بأن نخرج أحد قطريه : فيصير مثلثين ، فنمسحه كما تقدم ذكره في مساحة المثلثات ·

مثال ذلك سطح شبيه بالمعين ضلعاه الأطولان كل واحد منهما احد وعشرون ذراعا ، وضلعاه الأقصران كل واحد منهما عشرة أذرع ، أخرجنا قطره فكان سبعة عشر ذراعا · فاذا مسحنا كل واحد من المثلثين حسب ما تقدم ذكره ، كان كل واحد منهما أربعة وثمانين ، فاذا زدنا احدهما على الآخر كان مائة وثمانية وستين ذراعا ، وهو مساحة الشبيه بالمعين ، وهذه صورته :



× هكذا في النسختين ·

فان كان معين أضلاعه معلومة واحد قطريه معلوم ، وأردنا أن نعلم القطر الثاني ، ضربنا نصف القطر في مثله ، واسقطناه من ضرب الضلع في مثله ، وأخذنا جذره وأضعفناه ، فهو القطر الثاني ·

مثال ذلك معين كل واحد من أضلاعه عشرة وأحد قطريه ستة عشر ، وأردنا أن نعرف القطر الثاني : ضربنا نصف القطر فيمثله فكان أربعة وستين ، وأسقطناه من الضلع في مثله ، فبقي ستة وثلاثون ، وأخذنا جذره وأضعفناه فكان اثني عشر ، وهو القطر الثاني · وهذه صورته [٩٧و] ···

وان شئنا ضربنا القطر المعلوم في مثله ، واسقطناه من ضعف أحد أضلاعه في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي ، فما كان فهو القطر الثاني ·

مثال ذلك : المسئلة التي تقدم ذكرها فانا اذا ضربنا القطر المعلوم ، وهو ستة عشر في مثله · كان مائتين وستة وخمسين ، فاذا أسقطناه من ضرب ضعف الضلع في مثله ، وهو أربعة مائة ، كان الباقي مائة وأربعة وأربعون ، فاذا أخذنا جذره ، وهو اثنا عشر كان القطر الثاني ·

فان كان معين قطراه معلومان وأردنا أن نعلم الضلع : ضربنا نصف كل واحد من القطرين في مثله ، وجمعناهما وأخذنا جذر ما اجتمع ، فما كان فهو الضلع ·

مثال ذلك معين أحد قطريه عشرة والقطر الآخر أربعة وعشرون ، وأردنا أن نعلم ضلعه ، ضربنا نصف كل واحد من القطرين في مثله وجمعناهما ، فكان مائة وتسعة وستين · فاذا أخذنا جذره كان ثلاثة عشر ، وهو ضلع هذا المعين · وهذه صورته ···

فان كان معين أضلاعه معلومة ومساحته معلومة ، وأردنا أن نعلم قطريه : ضربنا أحد الاضلاع في مثله ، وما اجتمع ضربنا نصفه في مثله [٩٧ظ] فما حصل حفظناه ، ثم ضربنا نصف المساحة في مثله ، فما حصل أسقطناه من المحفوظ ، فما بقي أخذنا جذره ، وزدناه على نصف مربع الضلع ، فما كان أخذنا جذره ، وأضعفناه ، فما كان فهو أحد القطرين ·

× × مثال ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها ، وهو أن يكون كل واحد من

× في النسختين : من الضلعين ·

× × في نص هذه القاعدة والمثال المعطى عليها أخطاء في النسختين ، ولكن تخطىء حيث تصيب الاخرى ·

أضلاعه خمسة ومساحته أربعة وعشرين : واذا ضربنا أحد الاضلاع في نفسه ، كان خمسة وعشرين ، واذا ضربنا نصفه في نفسه كان مائة وستة وخمسين وربع ، فاذا حفظناه ، وضربنا نصف المساحة في مثله ، يكون مائة وأربعة وأربعين ، فاذا أسقطناه من المحفوظ ، بقي اثنا عشر وربع ، فاذا زدنا جذره على نصف مربع الضلع كان ستة عشر ، فاذا أخذنا جذره كان أربعة ، فاذا أضعفناه كان ثمانية · وهو أطول القطرين ·

وان شئنا أسقطناه(أي جذر اثني عشر وربع)من نصف مربع الضلع ، يبقى تسعة ، فاذا أخذنا جذره وأضعفناه كان ستة ، وهو القطر الأصغر ·

وقد يمكن أن نعلم ذلك بوجه آخر : وهو أن تزاد المساحة على مربع الضلع ، فما حصل يؤخذ جذره ، ويسقط من مربع نصفه : نصف المساحة، فما حصل يؤخذ جذره ويزاد على نصف الجذر الأول ، فما حصل أضعفناه فما كان فهو القطر الأطول · والمثال في ذلك المسئلة التي تقدمت ·

مساحة المنحرفات

أعلم أن المنحرف اما أن يكون فيه زاويتين قائمتين ، أو خطين متوازين ، ولا يكون فيه زوايا قائمة ؛ واما أن يكون مختلف الزوايا والجوانب ولا يكون خطوطا متوازية ولا فيه زاوية قائمة ·

فاذا كان فيه زاويتين قائمتين فان مساحته أن تضرب الضلع الذي عليه الزاويتين [٩٨و] القائمتين في نصف الضلعين اللذين يليانهما ·

مثال ذلك منحرف أحد أضلاعه عشرة أذرع ، والضلع الثاني ، وهو الذي يقابله ، ثمانية أذرع ، والثالث اثنا عشر ذراعا ، والذي يقابله ثمانية عشر ذراعا ، وكان الزاويتين اللذين على الثمانية : قائمتين · فاذا أردنا أن نعرف مساحته ضربنا الثمانية في نصف الاثني عشر والثمانية عشر : فيكونخمسةعشر ، فكانمائةوعشرين ، وهو مساحته · وهذهصورته ···

وان كان فيه خطين متوازيين فان مساحته أن يخرج فيه عمود على أحد الخطين المتوازيين ويضرب في نصفهما ·

واخراج العمود فيه يكون على وجهين : أحدهما أن يكون الخطين اللذين ليسا متوازيين : متساويين ، فنسقط أحد المتوازيين من الآخر ، ويؤخذ نصفه ويضرب في نفسه ، ويسقط من أحد المتساويين في نفسه ،

ويؤخذ جذر الباقي ، فما كان فهو العمود الواقع على الضلع الأطول في المختلفين ، فاذا ضرب ذلك في نصف المختلفين كان الذي يحصل من الضرب مساحة ذلك المنحرف ·

مثال ذلك : منحرف أحد أضلاعه عشرة أذرع ، وما يقابله عشرين ذراعا ، والثالث والرابع [٩٨ظ] كل واحد منهما ثلاثة عشر ذراعا ؛ وأردنا أن نعرف مساحته : استخرجنا عموده الواقع على العشرين ، فانه موازيا للعشرة ؛ وذلك انا اسقطنا العشرة من العشرين ، فيبقى عشرة ، أخذنا نصفه وضربناه في مثله ، فكان خمسة وعشرين ، أسقطناه من ثلاثة عشر في مثله ، بقي مائة وأربعة وأربعين ، أخذنا جذره فكان اثني عشر ، وهو العمود · فاذا ضربناه في نصف الضلعين المتوازيين ، اعني العشرين والعشرة ، وهو خمسة عشر ، كان مائة وثمانين ، وهو مساحة هذا المنحرف·

والثاني أن يكون الخطين اللذين ليسا بمتوازيين : غير متساويين ، فيضرب كل واحد منهما في مثله ، ويسقط الأقل من الأكثر ، ويقسم ما بقي على تفاضل الضلعين المتوازيين ، فما خرج من القسم أخذ الفضل بينه وبين التفاضل ، فما كان ضربنا نصفه في مثله ، وأسقطناه من أصغر الضلعين اللذين ليسا بمتوازيين في مثله ، وأخذنا جذر ما بقي ، فما كان فهو العمود · فاذا ضربناه في نصف المتوازيين كان ذلك مساحته ·

مثال ذلك : منحرف أحد جوانبه عشرة أذرع ، والذي يقابله ، وهو الذي يوازيه ، أربعة وعشرين ذراعا ، والثالث ثلاثة عشر ذراعا ، والذي يقابله خمسة عشر ذراعا · وأردنا أن نعلم مساحته : أخرجنا العمود الذي يقع على الاربعة والعشرين ، وذلك بأن نضرب كل واحد من ثلاثة عشر وخمسة عشر في نفسها ، وأسقطنا الأقل من الأكثر ، فبقي ستة وخمسون، قسمناها على تفاضل الضلعين المتوازيين ، وهو أربعة عشر ، فخرج من القسم أربعة ، أسقطناه من [٩٩و] والتفاصيل فبقي عشرة ، ضربنا نصفه في مثله ، فكان خمسة وعشرين ، وأسقطناه من ثلاثة عشر في مثلها ، فبقي مائة وأربعة وأربعون ، أخذنا جذره ، فكان اثني عشر وهو العمود الواقع على الأربعة والعشرين · فاذا ضربناها في نصف الضلعين المتوازيين ، وهو

سبعة عشر ، كان مائتين وأربعة أذرع ، وهو مساحته · وهذه صورته : (صورة عادية لشبه منحرف) ·

ولهذا الوجه صورة أخرى : وهو أن يكون العمود الذي نخرجه على أحد الضلعين المتوازيين يقع خارجا من المنحرف ، اذا اخرج من الزاوية الحادة التي تقع على أحد الخطين المتوازيين · وذلك يكون اذا كان الخارج من القسم أكثر من التفاضل :

اذا جعلنا الضلع المقابل للأربعة والعشرين ، عشرين ذراعا ، في الصورة التي تقدم ذكرها ، فانه يصير تفاضل الضلعين المتوازيين أربعة في أربعة ، فاذا أسقطناه من الذي يخرج من القسمة ، وهو أربعة عشر ، كان نصف الباقي أيضا خمسة · فاذا ضربناها في مثلها وأسقطناها من ثلاثة عشر في مثلها ، وأخذنا جذر الباقي ، كان أيضا اثنا عشر ، وهو العمود· فاذا ضربناها في نصف الضلعين المتوازيين كان المجتمع مائتين وأربعة وستين ، وهو مساحة هذا المنحرف · وهذه صورته × ···

[٩٩ظ] فاما ما سوى ذلك من المنحرفات فسبيل مساحته أن يقسم ذلك المنحرف بمثلثين ، ويمسح كل واحد منهما على جهة ويجمع ذلك : بأن يخرج أحد قطريه فيصير مثلثين ·

مثال ذلك منحرف أحد أضلاعه أحد عشر ، والثاني أربعة عشر ، والثالث خمسة عشر ، والرابع ثمانية عشر ، وأردنا أن نعرف مساحته : أخرجناأحد قطربه فكان ثلاثة عشر ، ومسحنا كل واحد من المثلثين على حدته · فكان : مساحة المثلث الذي يحيط به ثلاثة عشر وأربعة عشر وخمسة عشر : أربعة وثمانون ؛ ومساحة المثلث الذي يحيط به ثلاثة عشر واحد عشر وثمانية عشر : أحد وسبعون ؛ فاذا جمعناهما كان مائة وخمسة وخمسين · وهو مساحة هذا المنحرف وهذه صورته × × ···

× الصورتان في النسختين مختلفتان ، ولكن المبدأ واحد ·

× في م صورة لشكل رباعي عادي مقسوم بالقطر الى مثلثين ، وقد كتبت مساحة كل من المثلثين بالارقام الهندية ، أما في ل فلم تكتب المساحة وليس هنالك أرقام هندية ، والشكل كله أقرب الى شبه المنحرف ·

الباب الخامس

في مساحة ذوات الأضلاع الكثيرة وغيرها من الأشكال المركبة

ينبغي أن يعلم أن ذوات الاضلاع الكثيرة منها ماله نظام وترتيب ، وهو المتساوي الاضلاع المتساوي الزوايا ، وقد يمكن أن يعمل عليه دائرة وفيه دائرة • ومنها الذي ليس له نظام ولا ترتيب ؛ فهو المختلف الاضلاع أو المختلف الزوايا •

فأما القسم الاول من هذين(٤٩) فان مساحته أن نضرب نصف قطر الدائرة التي تقع فيه في نصف أضلاعها • وليس للاشتغال باستخراج [١٠٠و] اضلاع الأشكال من أقطار الدوائر ، وعكسها ، فائدة كثيرة في هذا الموضع ، لأنه خارج عما نحن بسبيله ، ولأنه مذكور في كتب جماعة المتقدمين ، ولأنا قد وضعنا فيما تقدم جدولا يمكن أن تستخرج منه جميع الأوتار التي تقع في الدائرة ، ونعلم منه أيضا أقطار الدوائر التي تحيط بالاشكال المتساوية الاضلاع والزوايا بما نصفه في هذا الموقع ان شاء الله•

فاذا كان معنا شكل كثير الزوايا ذات نظام ، استخرجنا من ذلك الجدول قطر الدائرة التي تقع فيه ، فما كان ضرب نصفه في نصف اضلاع ذلك الشكل فما حصل فهو مساحة ذلك الشكل •

واستخراج ذلك أن نقسم أربعة وأربعين على العدد المسمي لذلك الشكل أبدا ، فما خرج من القسم طلبنا مثله في سطر القسي وأخذنا ما بحياله من سطور الاوتار كما تقدم ذكره وحفظناه ، ثم ضربنا ضلع ذلك الشكل في أربعة عشر أبدا وقسمنا ما اجتمع على المحفوظ ، فما خرج من القسم فهو قطر الدائرة التي تحيط بذلك الشكل •

فاذا أردنا أن نعلم قطر الدائرة التي تقع في ذلك الشكل : ضربنا ما خرج من القسم في مثله ، وضربنا ضلع الشكل في مثله ، وأسقطنا الأقل من الاكثر ، فما بقي أخذنا جذره ، فما كان فهو قطر الدائرة التي تقع في ذلك الشكل •

مثال ذلك : مخمس متساوي الأضلاع والزوايا ، كل جانب منه عشرة أذرع ، وأردنا أن نعرف قطر أوسع دائرة تقع فيه ، لنعلم منه مساحة المخمس : قسمنا الأربعة والأبعين على خمسة ، التي هي عدد أضلاع الشكل ، فخرج من القسم ثمانية وأربعة أخماس • طلبنا مثله في سطر القسي من الجدول ، وأخذنا ما بحياله من سطور الأتار [١٠٠ظ] وعدلناه بفضل ما بين السطرين ، فكان ثمانية ، وثلاثة عشر عشيرا ونصف

وخمس وخمس وخمس عشير ، حفظناه ، ثم ضربنا العشرة في أربعة عشر ، فكان مائة وأربعين ، قسمناها على ما حفظناه ، فخرج من القسم سبعة عشر وأربعة أخماس عشير بالتقريب ، وهو قطر الدائرة التي تقع على هذا المخمس •

فاذا أردنا أن نعلم قطر الدائرة التي تقع في هذا المخمس ، ضربنا ما خرج من القسم في مثله ، فكان مائتين وتسعة وثمانين وربع وخمس ، بالتقريب ، فاذا أسقطنا منه ضلع المخمس في مثله ، كان الباقي مائـــة وتسعة وثمانين وربع وخمس ، فاذا أخذنا جذره كان ثلاثة عشر وخمسة وأربعين عشيرا ونصف وعشر بالتقريب ، وهو قطر الدائرة التي تقع في المخمس • فاذا ضربنا نصفه ، وهو ستة واثنين وخمسين عشيرا وخمس وعشر ، في نصف الاضلاع ، وهو خمسة وعشرون ، كان مائة واثنين وسبعين ، وهو مساحة هذا المخمس ، وهذه صورته × • • •

وقد حكي عن الهند طريق في استخراج أقطار الدوائر التي تقع على الأشكال ذوات الاضلاع المتساوية الاضلاع والزوايا ، وهو طريق سهل قريب من الصحة ، وان كان الصحيح هي الأمور التي ذكرها اقليدس وأرشميدس وبطلميوس في كتبهم وأقاموا على صحتها البراهين ، وذكرناه نحن في المجسطي الذي عملناه • ونحن نورد ما حكي عن الهند في ذلك لئلا نترك شيئاً مما يجانس ما نحن فيه •

وهو ان أردنا أن نعلم قطر الدائرة [١٠١و] التي تقع على شكل من هذه الاشكال : ضربنا ذلك الضلع في مثله ، وحفظناه ، ثم ضربنا عــدد الاضلاع الا واحدا في نصف (عدد) الاضلاع ، فما كان زدنا عليه ثلاثة أصلا ، وضربنا ما اجتمع في ما حفظناه ، فما حصل أخذنا تسعيه ، فما كان أخذنا جذره ،، وهو القطر •

مثال ذلك المثال الذي تقدم ذكره ، وهو مخمس متساوي الاضلاع والزوايا ، كل ضلع منه عشرة أذرع ، أردنا أن نعلم قطر الدائرة التي تحيط به : ضربنا العشرة في مثلها ، فكان مائة ، وحفظناها ؛ ثم ضربنا عدد الاضلاع الا واحدا ، وهو أربعة ، في نصف عدد الاضلاع ، وهو اثنان ونصف ، فكان عشرة ، وزدنا عليه ثلاثة للأصل ، فكان ثلاثة عشر ، ضربناه في الذي حفظناه ، وهو مائة ، فكان الف وثلاثمائة ، أخذنا تسعيه ، فكان مائتين وثمانية وثمانين وثمانية أتساع ، أخذنا جذرها فكان سبعة

× في النسختين رسم دقيق لخماسي منتظم داخله دائرة وخارجه دائرة •

عشر بالتقريب ، وهو قطر الدائرة التي تحيط بهذا المخمس× ، وهو مثل الجواب الاول ·

وكذلك نعمل في استخراج أقطار الدوئر التي تحيط بالأشكال ذات النظام · وقد تقدم الشكل لهذا المثال فلا حاجة بنا اليه ·

في معرفة أضلاع الأشكال من قطر الدائرة

فاذا أردنا أن نعلم ضلع شكل متساوي الاضلاع والزوايا ، وكان قطر الدائرة التي تحيط بها معلومة ، عملنا فيه عكس الطريقين اللذين قدمنا ذكرهما · أما معرفة ذلك بالجدول : فانا نطلب في سطر القسي مثل ما يخرج من قسمة أربعة وأربعين على عدد أضلاع الشكل ، وأخذنا ما بحياله من جدول الاوتار ، فما كان ضربناه في قطر الدائرة المعلومة ، وقسمنا ما اجتمع على أربعة عشر ، فما خرج من القسم فهو ضلع ذلك الشكل ·

مثال ذلك [١٠١ظ] المسئلة التي تقدم ذكرها ، وهي مخمس متساوي الاضلاع والزوايا ، وقطر الدائرة التي تحيط به سبعة عشر ذراعا ، أردنا أن نعلم ضلع المخمس : ضربنا ما يخرج من قسمة الأربعة والأربعين على خمسة ، وهو ثمانية وأربعة أخماس ، وأخذنا ما بحياله من سطور الاوتار، فكان ثمانية وثلاثة عشر عشيرا ونصف وخمس خمس عشير فاذا ضربناه في قطر الدائرة ، وهو سبعة عشر ذراعا ، كان مائة وتسعة وثلاثين ، وثلاثة وخمسين عشيرا ، ونصف وخمسي خمس عشير · فاذا قسمناها على أربعة عشر كان الخارج من القسم تسعة ، وتسعة وخمسين عشيرا ، وثلث وربع

× تحتوي م هنا ، بين الورقتين ١٧٩ ، ١٨٠ على ورقة بخط غريب تصعب قراءته ، في كل وجه منها مسئلة واحدى المسالتين تعطي قاعدة لايجاد ما في القبة من اللبن ، وكذلك ما في الصومعة · أما المسالة الثانية فتعطي شبه منحرف متساوي الساقين وتسميه مربعة · ثم نعطي قاعدتين لايجاد مساحته وقاعدة لايجاد قطره ، وفيها تجد الاطوال بالارقام الهندية· اما القواعد التي تعطيها فهي كما يلي ، باعتبار المحيط م ، والقاعدتين ا ، ب ، وكل من الساقين حـ

(١) المساحة = $\sqrt{(\text{م}-\text{ا})(\text{م}-\text{ب})(\text{م}-\text{حـ})(\text{م}-\text{حـ})}$

(٢) المساحة = $\sqrt{\text{ا}\times\text{ب}\times\text{حـ}\times\text{حـ}}$ (٣) القطر = $\sqrt{\text{ا ب}+\text{حـ}^{2}}$

(٤) هذه القواعد يجوز أن تستعمل في جميع المربعات ·

وفي ظني أن هذه قواعد من الحساب الهندي جمعها أحد قراء أبي الوفاء من غير فهم أو تحقيق (انظر التعليق ٤٨) ·

عشير بالتقريب · وهو موافق لما كان لنا في ضلع المخمس · وقد نقص ربع وسدس عشير ، عن العشرة ، لمواضع الجبر والوضع ، فان كل دائرة يكون قطرها معلوما كان الضلع المخمس منه أصم · وقد ذكر ذلك اقليدس في المقالة الثالثة عشر من كتابه في الاصول ؛ وان ذلك يسمى الاصغر من الخطوط الصم التي ذكرها في المقالة العاشرة من كتاب الاصول ·

فقد رجع الينا ما كنا وصفناه في الاصل في ضلع المخمس ، فانه لا يخرج الا بالتقريب ، وهذه صورته ···

فان أردنا أن نعمل ذلك بعمل الهند ، ضربنا القطر في نصفه ، وما اجتمع في تسعة ، وحفظناه ؛ ثم ضربنا عدد الاضلاع الا واحدا في نصف عدد الاضلاع ، وما اجتمع زدنا عليه ثلاثة ، فما حصل قسمنا [١٠٢و] عليه الذي حفظناه ، فما خرج من القسم أخذنا جذره ، فهو ضلع ذلك الشكل ·

مثال ذلك المخمس الذي تقدم ذكره ، فاذا أردنا أن نعلم بهذا العمل : اذا كان قطر الدائرة سبعة عشر ، كم يكون ضلع المخمس الذي يقع في تلك الدائرة ؟ ضربنا القطر في نصفه ، فكان مائة وأربعة وأربعين ونصف ، ثم ضربناها في تسعة ، فكان الف وثلاثمائة ونصف ، وحفظناها؛ ثم ضربنا نصف عدد الاضلاع ، في عدد الاضلاع الا واحدا ، فكان عشرة ، وزدنا عليه ثلاثة ، فكان ثلاثة عشر ؛ قسمنا عليه الذي حفظناه ، وهو الف وثلاثمائة ونصف ، فخرج من القسم مائة وجزء واحد من ستة وعشرين جزءاً من واحد · فاذا أخذنا جذره كان عشرة بالتقريب ، وهو مثل الجواب الاول ·

الفصل الثاني

في مساحة المسدسات وغيرها (٥٠)

وان المسدس المتساوي الاضلاع والزوايـــا هو ستة أمثال المثلث المتساوي الاضلاع ، التي ضلعاهما ، أعني ضلـــع المسدس والمثلث ، متساويان ·

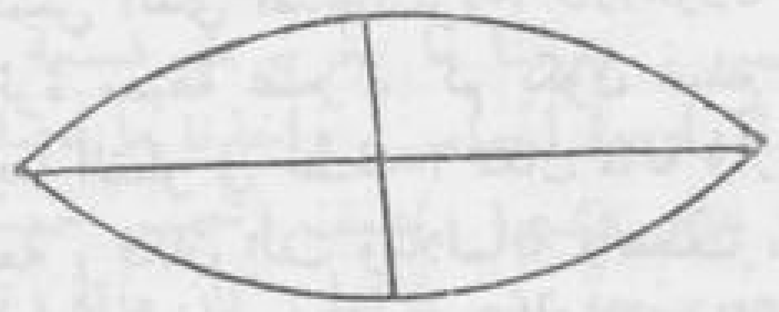
فانا اذا أردنا أن نعرفمساحته : ضربنا ضلع المسدس في مثله ، وما اجتمع في مثله ، وما اجتمع في ستة (ونصف) وربع وأخذنا جذر ما اجتمع ، فما كان فهو مساحة المسدس ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف مساحة مسدس متساوي الاضلاع والزوايا ، كل جانب منه عشرة أذرع ، ضربنا العشرة في نفسه ، وما اجتمع في نفسه ، فكان عشرة الف ، ثم ضربناها في ستة (ونصف) وربع ، فكان سبعة وستين الفا وخمس مائة ؛ جذره هو مساحة هذا المسدس [١٠٢ظ] وهذه صورته ...

فاما ما لا نظام له من الأشكال ذوات الأضلاع الكثيرة والزوايا ، فان الطريق في مساحته أن يقسم بمثلثات ويمسح كل مثلث على جهته ، ثم يجمع ذلك كله كما عملنا في المنحرف .

مساحة الشكل البيضي (٥١)

ان المساح يسمون الأشكال المركبة من قوسين متساوين من دائرتين متساويتين ، اذا كان كل واحد منهما أصغر من نصف دائرة ، شكلا بيضياً ، ويسمون الوتر الذي يتركب عليه القوسين قطره الأعظم ، وسهمي القوسين اذا اجتمعا قطره الأصغر ، وهذه صورته :



ومساحة هذا الشكل تكون بمثل الوجه الذي ذكرناها في مساحة القسي وقطع الدوائر في الباب الثالث من هذه المنزلة . فاذا مسحنا كل قطعة منهما وجمعناه ، فما كان فهو مساحة الشكل البيضي . وهذه الأشكال بعينها تسمى هانداز× .

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف مساحة شكل بيضي ، أحد قطريه ، وهو الأطول ، أحد وعشرين ذراعاً ، وقطره الثاني ، وهو الأقصر ، خمسة أذرع وثلثين ، وأردنا أن نعرف مساحته : فعرفنا مساحة كل واحد من القطعتين ، فكان أحد وثلاثين ذراعاً وسدس ؛ فاذا جمعناهما [١٠٣ و] كان اثنين وستين ذراعاً وثلث ، وهو مساحته .

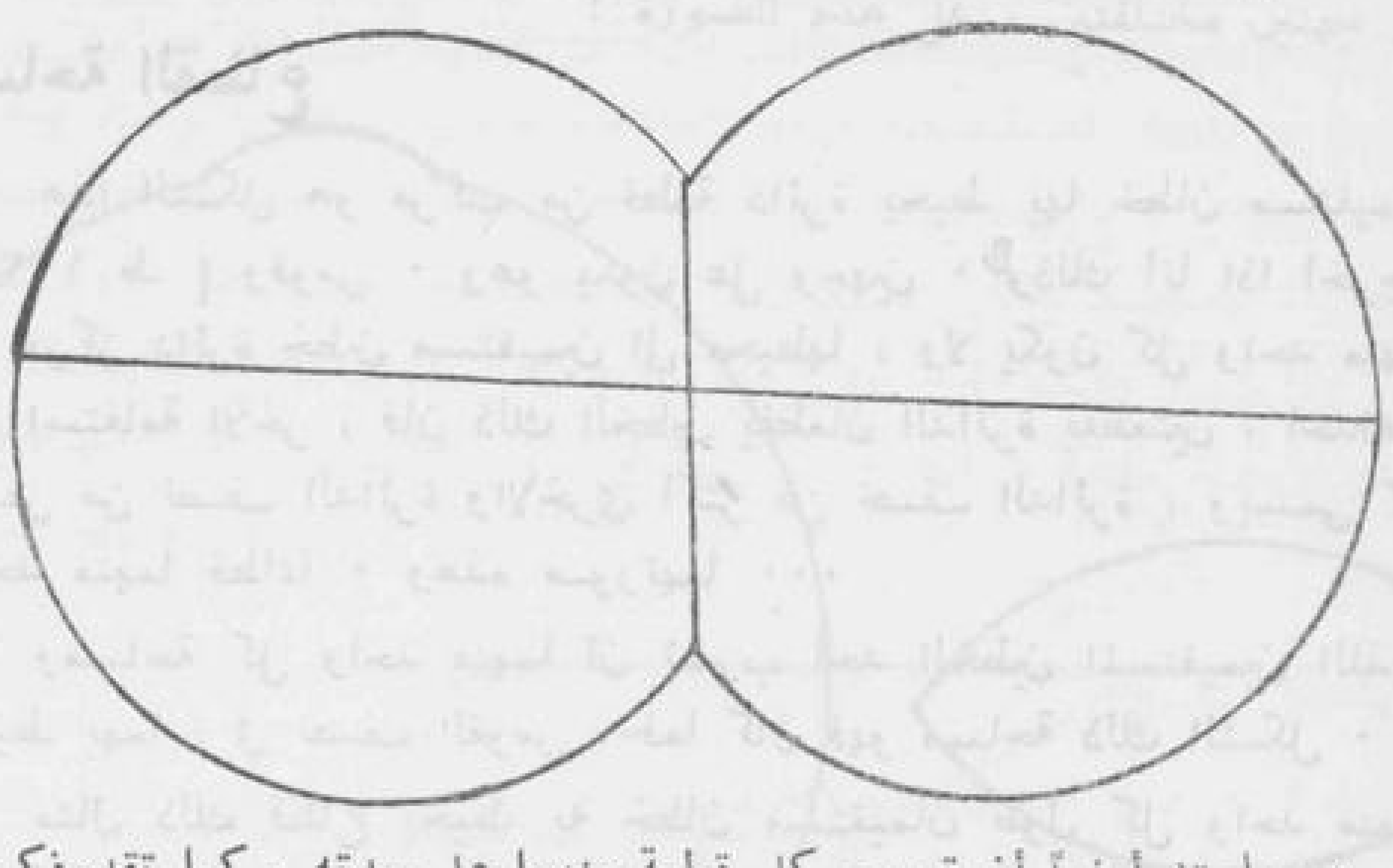
وقد ذكر جماعة من الحساب في هذا المعنى أبواباً لم يقم لنا البرهان على صحتها ، فتركناها .

مساحة الشكل المطبل

هذا الشكل أيضاً هو مركب من قطعتين متساويتين من دائرتين

× هكذا في م أما في ل فهي هانداره .

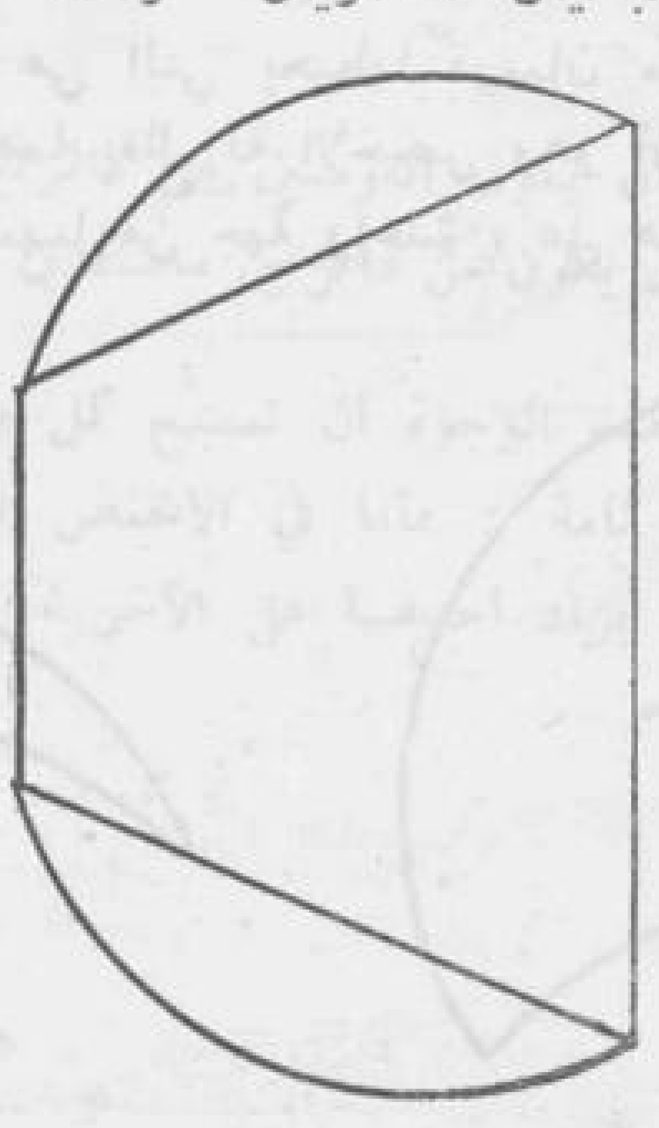
متساويتين ، على وترهما ، كل واحد منهما أكثر من نصف دائرة ، وسهماهما يسمى القطر الأكبر ، والوتر يسمى القطر الأصغر . وهذه صورته :



ومساحته أيضاً أن تمسح كل قطعة منهما على حدته ، كما تقدم ذكره .

مساحة الشكل التنوري

هذا الشكل هو مركب من قطعتين من دائرتين متساويتين ، كل واحد منهما أصغر من نصف دائرة ، ومن سطح منحرف ضلعان منه متوازيان ، وضلعاه الباقيان متساويان ، وهذه صورته :



فاذا أردنا أن نمسح هذا الشكل ذرعنا كل واحد من قطعتي الدائرتين على حياله ، وذرعنا المنحرف على حياله ، وجمعناها كلها ، فما حصل فهو مساحة الشكل التنوري ·

مساحة القطاع

هذا الشكل هو مركب من قطعة دائرة يحيط بها خطان مستقيمان [١٠٣ ظ] وقوس · وهو يكون على وجهين · وذلك أنا اذا أخرجنا من مركز دائرة خطين مستقيمين الى محيطها ، ولا يكون كل واحد منهما على استقامة الآخر ، فان ذلك الخطين يقطعان الدائرة بقطعتين ، احداهما أصغر من نصف الدائرة والأخرى أكثر من نصف الدائرة ، ويسمى كل واحد منهما قطاعاً · وهذه صورتهما ···

ومساحة كل واحد منهما أن تضرب أحد الخطين المستقيمين اللذين يحيط بهما ، في نصف القوس ، فما كان فهو مساحة ذلك الشكل ·

مثال ذلك قطاع يحيط به خطان مستقيمان طول كل واحد منهما سبعة أذرع ، وقوس مقدارها ستة أذرع ، فاذا ضربنا السبعة في الثلاثة ، هي مقدار نصف القوس ، كان أحد وعشرين ، وهو مساحة هذا القطاع· وكذلك يعمل بما هو أكثر من نصف الدائرة ·

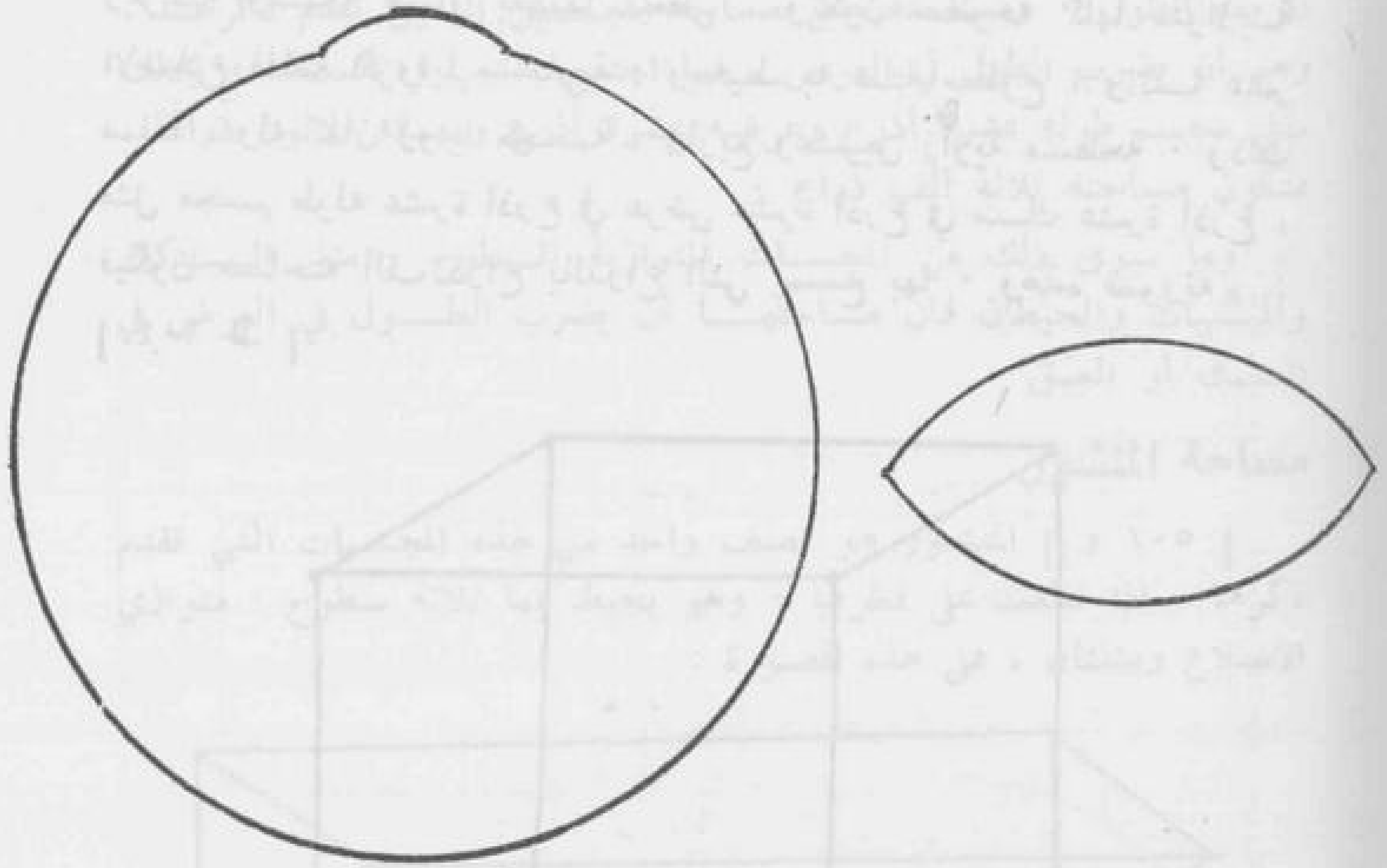
مساحة الشكل الهلالي

الأشكال الهلالية هي التي يحيطها قوسان من دائرتـين · وهو ينقسم قسمين : أحدهما يقال له الأخمص وهو أن يكون القطعتين مـن الدائرتين جميعاً تقويسهما من جهة واحدة ، على هذه الصورة :



وهو على وجهين : أحدهما أن يكون (القوسان) من دائرتين [١٠٤ ظ] متساويتين ، والثاني أن يكونا من دائرتين مختلفتين ·

والقسم الثاني يقال لـــه الأبطن وهو أن يكون تقويس القوسين من جهتين مختلفتين ، على هذه الصورة :



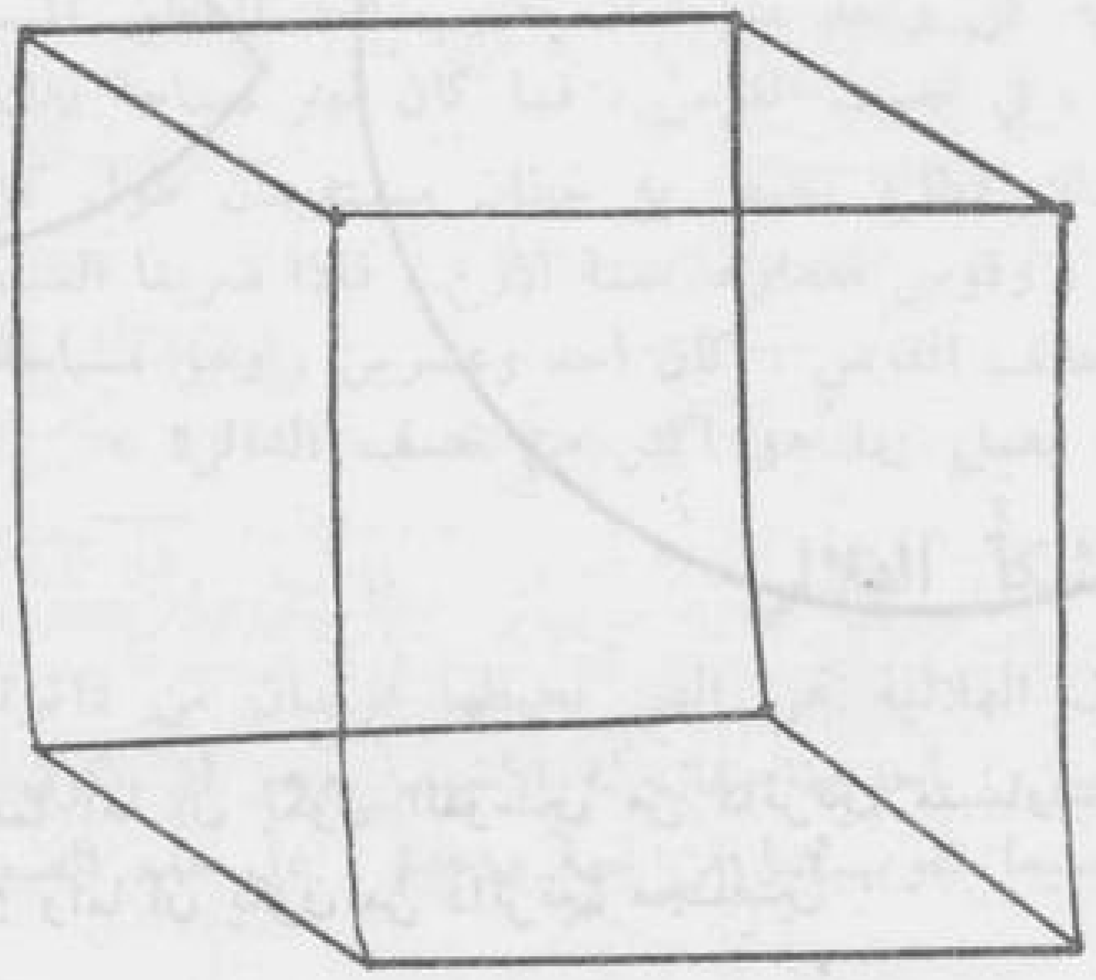
وهذا أيضاً اما أن يكون القوسين من دائرتين متساويتين ، فيصير شكلا بيضياً ؛ واما أن يكون من دائرتين مختلفتين ·

ومساحة جميع هذه الوجوه أن تمسح كل واحدة من القسمين على أنها قطع من دوائر تامة · فأما في الأخمص فانه ينقص الأقل مـن الأكثر ، وفي الأبطن يزاد أحدهما على الآخر ، فما حصل فهو مساحة الشكل الهلالي ·

الباب السادس
في مساحة المجسمات

مساحة المكعب (٥٣)

اعلم أن أول أشكال المجسمات هو المكعب ، وهو أن يكون طولـه وعرضه وسمكه مساو بعضها لبعض ، وتكون سطوحه كلها متوازيـة الأضلاع قائمة الزوايا متساوية ؛ ويحيط به ستة سطوح ، واثنـا عشر ضلعاً ، وله ثمان زوايا مجسمة ، وأربع وعشرين زاوية مسطحة . وذلك مثل مجسم طوله عشرة أذرع في عرض عشرة أذرع في سمك عشرة أذرع ، فيكون مساحته ألف ذراع بالذراع التي يمسح بها . وهذه صورته× :
[١٠٤ ظ]



مساحة الشكل اللبني

هذا المجسم هو أن يكون طوله وعرضه متساويين ، ويكون سمكه أقل من الطول والعرض ، ونشبهه باللبنة ؛ ومساحته أيضاً يكون بأن نضرب الطول في العرض في السمك . وذلك مثل مجسم طوله عشرة أذرع

× في الأصل كتبت على الشكل الابعاد والحجم ، كما هو الحال في الاشكال الاخرى .

في عرض عشرة أذرع في سمك ستة أذرع ، وتكون مساحة هذا المجسم ستمائة ذراع .

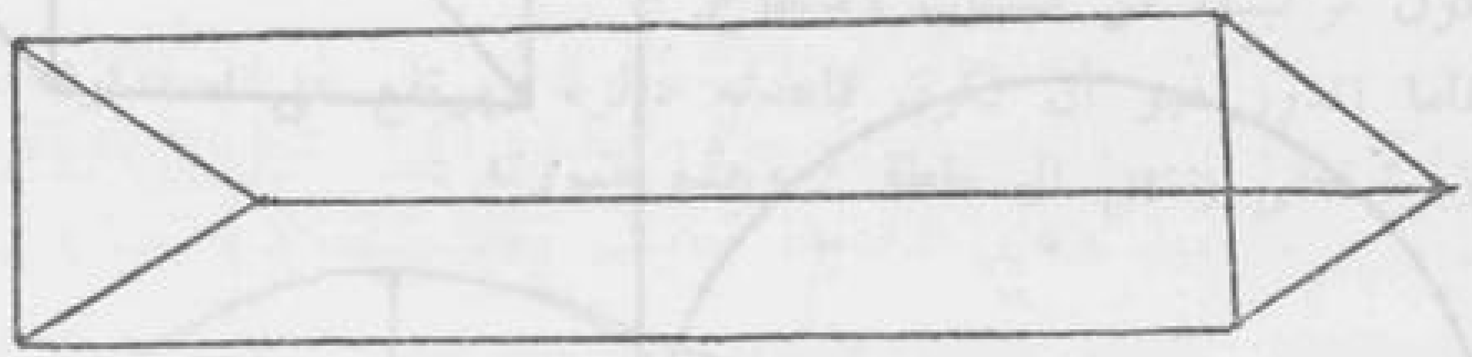
مساحة المجسم التيري

هذا المجسم طوله أيضاً يكون مساياً لعرضه ، وسمكه يكون أكثر من طوله وعرضه؛ شبيه بالتيرات التي يستعملها البناءون ، والاساطين المربعة الطول . ومساحته مثل مساحة المجسمين اللذين تقدم ذكرهما ، وهو أن يضرب الطول في العرض ، فما اجتمع يضرب في السمك . وذلك مثل مجسم طوله عشرة أذرع وعرضه عشرة أذرع وسمكه ثلاثون ذراعاً ، فتكون مساحته ثلاثة ألف ذراع .

وما سوى ذلك من المجسمات المتوازية السطوح ، مثل الـدكاك والمسنيات والحيطان فان مساحتهـا أن يضرب الطـول في العرض في السمك أو العمق .

مساحة المنشور

[١٠٥ و] المنشور هو نصف واحد من هذه المجسمات التي تقدم ذكرها ، اذا قطعت على قطرها . وهو يحيط بها ثلاثة سطوح : متوازي الاضلاع ومثلثان ، على هذه الصورة :



ومساحته أن يضرب تكسير واحد من المثلثين اللذين يحيطان به في ضلع من أضلاع السطوح التي بين المثلثين . فما كان فهو مساحته .

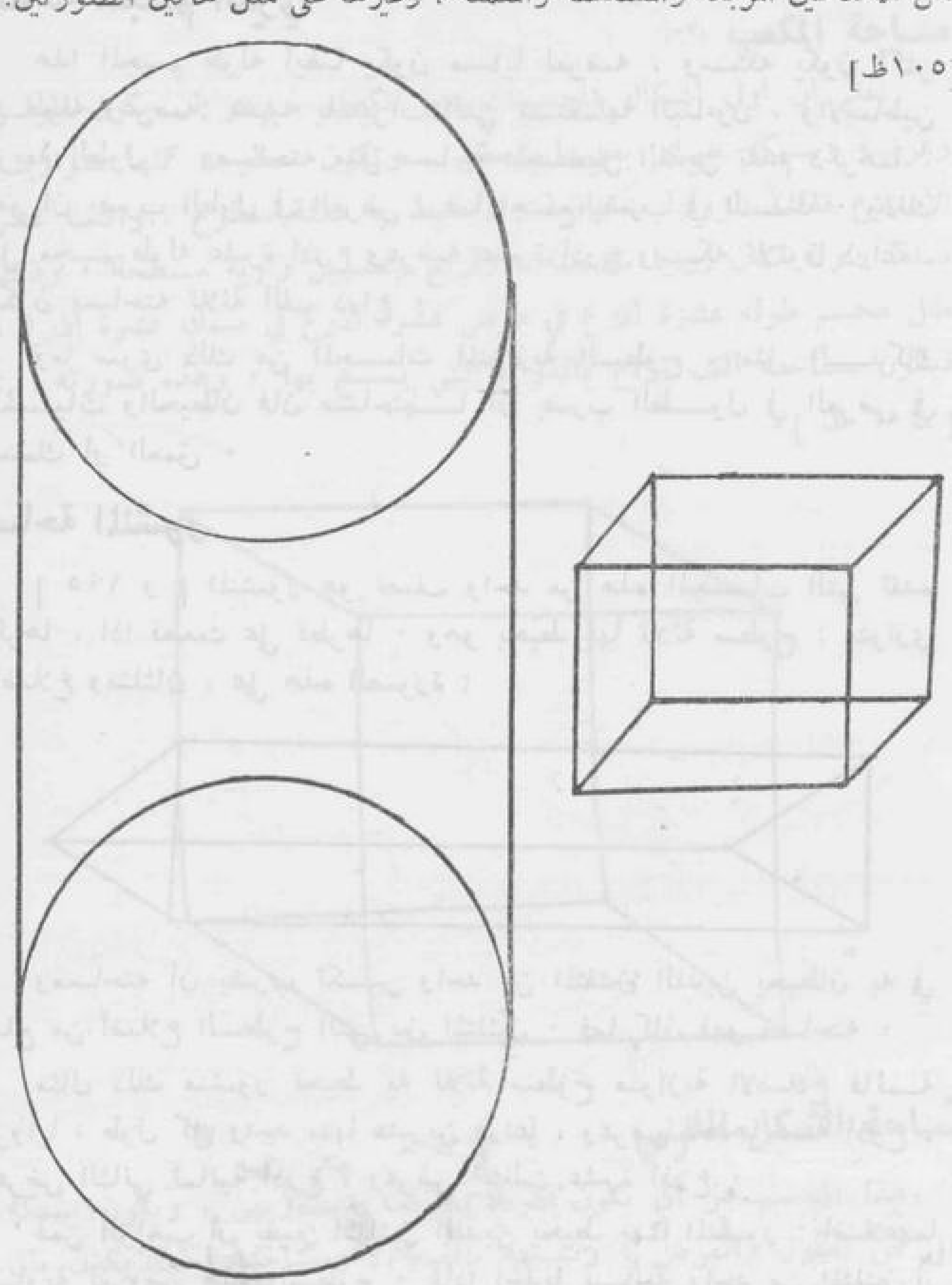
مثال ذلك منشور تحيط به ثلاثة سطوح متوازية الاضلاع قائمـة الزوايا ، طول كل واحد منها عشرين ذراعاً ، وعرض أحدها ستة أذرع ، وعرض الثاني ثمانية أذرع ، وعرض الثالث عشرة أذرع .

فمن الواجب أن يصير المثلثين اللذين يحيط بهما المنشور : أضلاعهما مساوية لعروض هذه السطوح . فاذا أخذنا مساحة واحد من المثلثين ، وهو أربعة وعشرون ذراعا ، وضربناها في طول واحد من السطوح ، كان ذلك أربعمائة وثمانين ذراعا . وهو مساحة هذا المنشور ، وهذه صورته . . .

مساحة الأساطين

الأساطين تكون على وجهين : أحدهما مدور والثاني من خطوط مستقيمة، مثل الاساطين المربعة والمسدسة والمثمنة ، وغيرها على مثل هاتين الصورتين:

[١٠٥ظ]



ومساحته اما ظاهره ، سوى قاعدتيه ، فانا نضرب ما يحيط بقاعدته في ارتفاعه ·

فاما مساحة جرمه فانه يضرب تكسير قاعدته في ارتفاعه ·

مثال ذلك : اسطوانتان احداهما مربعة والاخرى مدورة · فاما المربع فان طوله وعرضه عشرة عشرة ، وارتفاعه خمسين ذراعا ، وأما المدورة فان دور قاعدتها اثنين وعشرين ذراعا وارتفاعها أيضا خمسين ذراعا ·

فاذا أردنا أن نعرف مساحة بسيطهما ، سوى قاعدتيهما ؛ أما في المربع فانا نضرب ما يحيط بقاعدته ، وهو أربعون ، في ارتفاعه ، وهو خمسون ، فصار الفين ، وهو مساحة ظاهره ·

وأما جرمها فانا نضرب مساحة قاعدته ، وهي مائة ، وارتفاعه ، وهو خمسون ، فكان خمسة ألف وهو مساحة جرمه · وهذه صورته ···

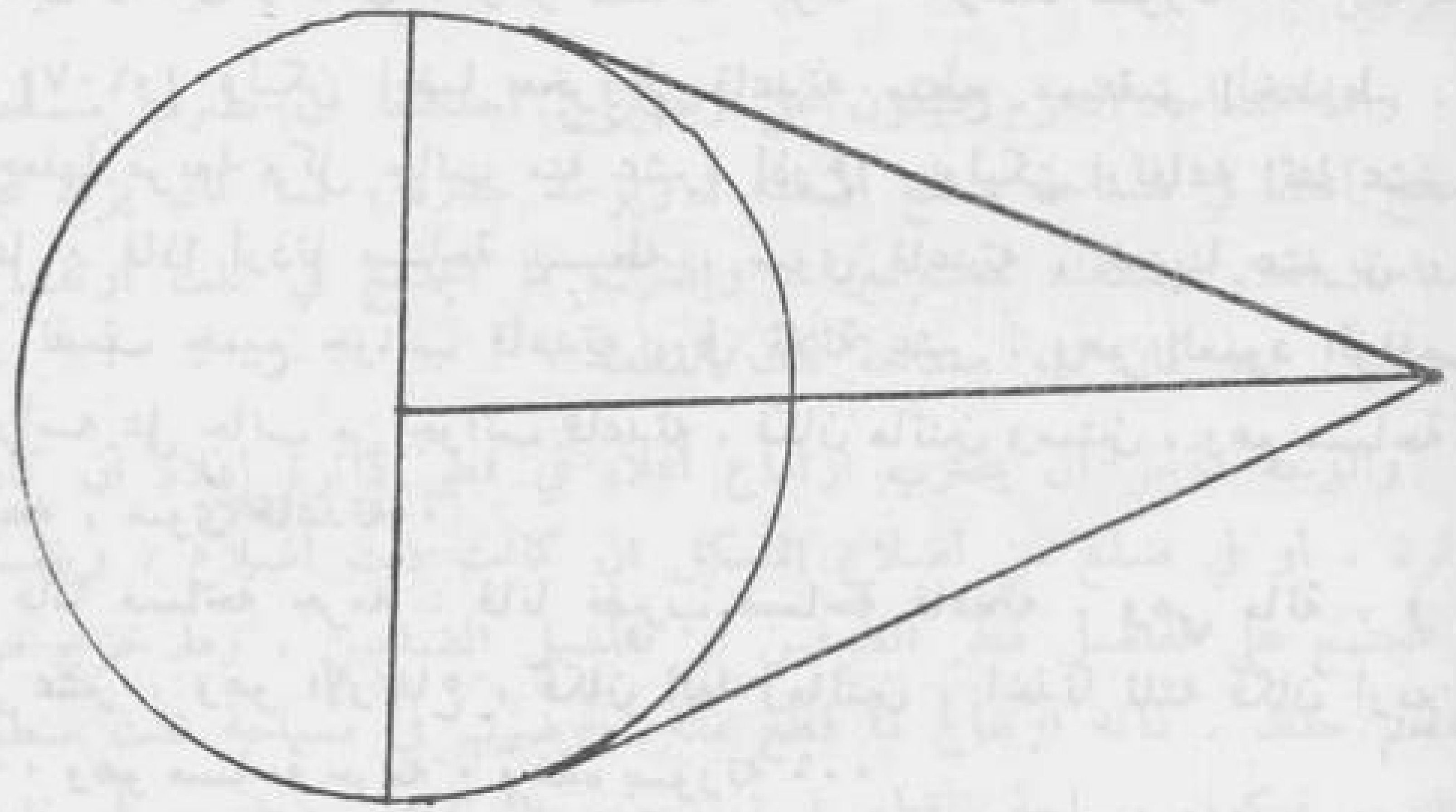
[١٠٦و] وأما المدور فاذا أردنا أن نعرف مساحة ظاهره ، ضربنا دوره ، وهواثنان وعشرون ، في ارتفاعه ، وهو خمسون ، فصار ألف ومائة ، وهو مساحة بسيطه ، سوى قاعدتيه ·

فاما مساحة جرمه فانا نضرب مساحة قاعدته ، وهو ثمانية وثلاثون ونصف ، في ارتفاعه ، وهو خمسون ، فصار ألف وتسع مائة وخمسة وعشرون وهو مساحة جرم هذه الاسطوانة · وهذه صورتها ···

مساحة المخروطات

هذه الاشكال أيضا على وجهين : أحدهما أن يكون مدورا ، والآخر أن يكون تركيبها من مثلثات وسطوح ·

فأما المدور فهو أن تكون قاعدته دائرة ويرتفع على استدارته مثل الصنوبرة حتى ينتهي الى نقطة · وهذه صورته :



واما أن يكون مركبا من مثلثات وسطوح فهو أن تكون قاعدته اما [١٠٦ظ] مثلثا أو مربعا أو مخمسا ، أو غيره من ذوات الاضلاع ، ثم يرتفع بمثلثات حتى تنتهي تلك المثلثات كلها الى نقطة واحدة ، وهذه صورته : (يعطي صورة هرم ثلاثي) .

ومساحة الوجهين جميعا : اما في مساحة بسيطه ، سوى قاعدته ، أن يضرب نصف محيط قاعدته في العمود الواقع على أحد أضلاع قاعدته ، ان كان سهمه واقعا على مركز قاعدته ، وكانت قاعدته متساوية الاضلاع .

فان لم تكن متساوية الاضلاع ، ولا سهم واقعا على مركز قاعدته ، مسحنا كل واحد من المثلثات المحيطة به على حدته ، ثم جمعناها .

فاما مساحة جرمه فانا نضرب ثلث مساحة قاعدته في سهمه ، فما كان فهو مساحة جرمه .

مثال ذلك مخروط قاعدته دائرة قطرها أربعة عشر ذراعا وارتفاعه أربعة وعشرون ذراعا وضلعه خمسة وعشرون ذراعا . وأردنا أن نعلم مساحة بسيطه : ضربنا محيطه ، وهو أربعة وأربعون في ضلع المخروط ، وهو خمسة وعشرون ، فكان ألف ومائة ، وهو مساحة بسيطه ، سوى قاعدته (٥٣) .

فاذا أردنا أن نعرف مساحة جرمه ضربنا ثلث مساحة قاعدته ، وهو أحد وخمسون وثلث ، فيارتفاعه ، وهو أربعة وعشرون ، فكان ألفـا ومائتين واثنين وثلاثين ، وهو مساحة جرمه . وهذه صورته ...

[١٠٧و] وليكن أيضا مخروط قاعدته سطح مستقيم الخطوط ، ولنجعلها مربعا وكل جانب منه عشرة أذرع . وليكن ارتفاعه اثنا عشر ذراعا . فاذا أردنا مساحة بسيطه ، سوى قاعدته ، ضربنا عشرين ، وهو نصف جميع جوانب قاعدته ، في ثلاثة عشر ، وهو العمود الواقع من رأسه على جانب من جوانب قاعدته ، فكان مائتين وستين ، وهو مساحة بسيطه ، سوى قاعدته .

فاما مساحة جرمه : فانا نضرب مساحة قاعدته ، وهي مائة ، في اثني عشر ، وهو الارتفاع ، فكان ألفا ومائتين ، أخذنا ثلثه فكان أربع مائة . وهو مساحة جرمه . وهذه صورته ...

فان كانت القاعدة مختلفة الجوانب مسحنا كل جانب من المخروط على حدته وجمعناها ، فما كان فهو مساحة البسيط . وضربنا مساحة القاعدة في العمود الواقع من رأسه على قاعدته وأخذنا ثلثه ، فما كان فهو مساحة ذلك المخروط .

مساحة قطع الأساطين

هذه القطع ، اما أن تكون القاعدتين متوازيتين ، واما أن تكـون احداهما موربة عن الأخرى .

فان كانتا متوازيتين فان مساحته ، في البسيط والجرم ، مثل الذي تقدم ذكره .

واما في المورب فانا نأخذ ضلعيه الأطول والأقصر ، ونضرب نصفهما في محيط القاعدة ، فما كان فهو مساحة البسيط ، سوى [١٠٧ ظ] القاعدتين . واما مساحة الجرم فانا نضرب ذلك النصف في مساحة القاعدة، فما كان فهو مساحة الجرم .

مساحة قطع المخروط (٥٤)

مساحة هذا الشكل : اما في البسيط فانه يضرب ضلعه في نصف محيط طرفيه ، فما كان فهو مساحة بسيط قطع المخروط سـوى الطرفين .

واما مساحة الجرم فيكون على وجهين : أحدهما أن نضرب مساحة سطح أعلاه في مساحة سطح أسفله ، ويؤخذ جذره ، فما كان يزاد على مساحة أعلاه وأسفله مجموعين ، ويضرب ما اجتمع في ثلث ارتفـاع المجسم ، فما كان فهو مساحة تلك القطعة .

والوجه الآخر أن يضرب ارتفاع أعلاه في قطر دائرة أعلاه ان كان دائرة ، أو في ضلع من أضلاع الشكل ان كانت ذات أضلاع ، ويقسم ما اجتمع على تفاضل قطر الطرفين أو تفاضل الضلعين ، وما خرج من القسم حفظ ، فانه ارتفاع ما قطع منه ؛ وضرب في مساحة ثلث سطح أعلاه ، فيكون مساحة القطع ؛ ثم يجمع الارتفاعين ويضرب في ثلث

مسافة القاعدة ، فيكون مساحة المخروط كلا ؛ ويسقط منه مساحة القطع ، فما بقي فهو مساحة المجسم المخروط المقطوع .

أما مساحة الكرة(٥٥) : فبسيطها فهو أن تضرب مساحة أعظم دائرة تقع عليها في أربعة ، فما كان فهو مساحة بسيط الكرة ؛ فأما مساحة الجرم فان ارشميدس كان يضرب قطر الكرة في نفسه ، وما اجتمع في محيط [١٨٠ و] أعظم دائرة تقع عليه ، ويأخذ سدسه ، فما كان ذكر أنه مساحة الكرة .

وله وجه آخر : أما مساحة بسيط الكرة أن يضرب قطر أعظم دائرة تقع عليها في محيط تلك الدائرة ، فما كان فهو مساحة بسيطها . وأما مساحة الجرم فهو أن تضرب مساحة ثلث البسيط في نصف قطر الكرة ، فما كان فهو مساحة الكرة .

هذا الشكل يحيط به قطعة من بسيط الكرة ومخروط رأسه مركز الكرة وقاعدته الدائرة التي تشتمل على بسيط القطعة من الكرة ، ومساحته أن تضرب ثلث بسيطه في نصف قطر الكرة ، فما كان فهو مساحة ذلك الشكل .

مساحة قطاع الكرة

يعرف مساحة قطاعه وينقص منه مساحة المخروط ، أو يزاد عليه ، فما حصل أو ما بقي ، فهو مساحة تلك القطعة ان شاء الله .

وله وجه آخر : وهو أن ينقص ارتفاع القطعة من قطر الكرة ، فما بقي يزاد عليه نصف قطر الكرة ويضرب في ارتفاع تلك القطعة ، ويقسم على ما كان بقي من القطر حينما نقصنا منه ارتفاع القطعة ، فما حصل من القسمة ضربناه في ثلث مساحة الدائرة التي هي قاعدة القطعة ، فما كان فهو مساحة قطعة الكرة ، ان شاء الله .

الباب السابع
في مساحة الابعاد
وهو ستة فصول
الفصل الأول
في صفة آلة تعرف بها مساحة الأبعاد

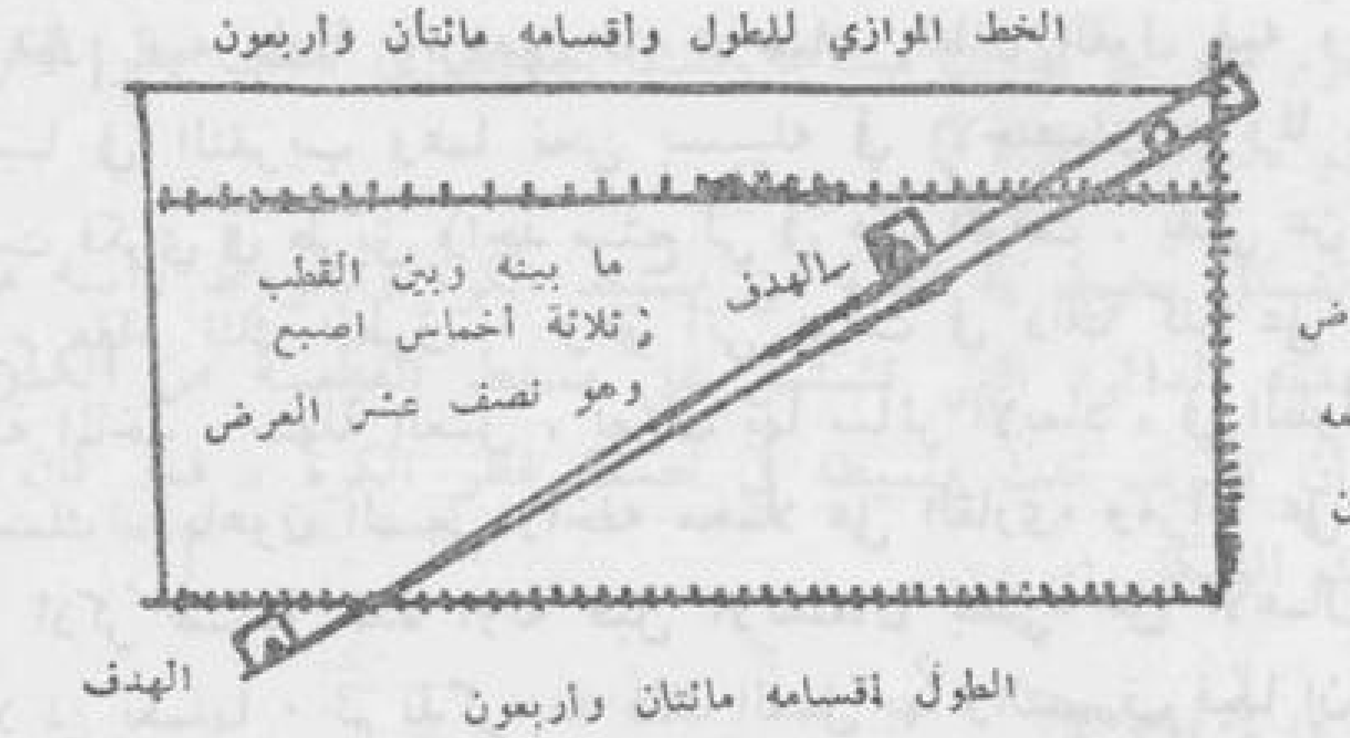
هذا المعنى قد قال فيه الناس فأكثروا ، وأتوا على طرق سلكوها [١٠٨ظ] فيه بأدلة وبراهين لو شرحناها لطال القول فيه وخرجنا عن مذهبنا في التقريب وعما نحن بسبيله في الاختصار . ولما رأيت ذلك أعملت فكري في طريق واحد سنح لي في هذا الوقت ، يغني عن التطويلات ويقوم مقام تلك الطرق . وهو أني عولت في ذلك كله على آلة نعملها قريبة المأخذ ، سهلة العمل ، يعرف بها سائر الابعاد ، في الطول والعرض والسمك ، بأهون السعي وأخفه محملا على القارىء ومراما على الطالب . وأنا أذكر صنعة هذه الآلة قبل الانشغال بشيء من الاعمال ، ليكون أصلا لمن يعملها . ثم نذكر بعد ذلك العمل بها والتصرف فيها ان شاء الله .

عمل الآلة

فاذا أردنا أن نعمل هذه الالة اتخذنا لوحا من شبه أو من خشب ، أو ما شئنا من الاجسام الصلبة ، عرضه نصف ذراع ، وطوله ما شئنا من الاذرع ، فانه كلما كان أطول أمكننا أن نعرف الابعاد به أكثر ، ولنجعله في هذا الموضع ذراعين ؛ ونتلطف في استواء جانبه وتصحيح وجهه وقيام زواياه ، حتى يكون مستطيلا على الحقيقة ، وتركنا عند واحد من زواياه قطبا وعضادة مشبعة بهدفين مستوفين بالطول . ونفصل من خط العرض ، مما يلي القطب : اصبعا واحدة ، أعني جزءا من اثني عشر ، فان الذراع وضعناها على أن تكون أربعة وعشرين اصبعا بأصابع اليد ؛ أعني بالذراع في هذا الموضع ذراع السودا ، التي هي ذراع اليد ؛ ونقسم تلك الاصبع بخمسة اقسام متساوية ، ونخرج على موضع ثلاثة أجزاء من موضع القطب ، خطا موازيا للطول ، ونقسم ذلك الخط

باقسام متساوية ، وكل واحد منها مساو لخمس الاصبع ، ونقسم العرض أيضا بمثل تلك الاقسام ، والطول الذي يقابل القطب كذلك ؛ ونقسم كل قسم منها بما أمكننا من الاجزاء ، لنقف منه على كسور الاجزاء . فيكون ما فعلناه ان العرض ينقسم بستين قسما ، وان الطول ينقسم بمائتين واربعين قسما .

فنكون عند ذلك قد فرغنا من صنعة هـذه الالـة [١٠٩و] وهـذه صورة الآلة .



الفصل الثاني

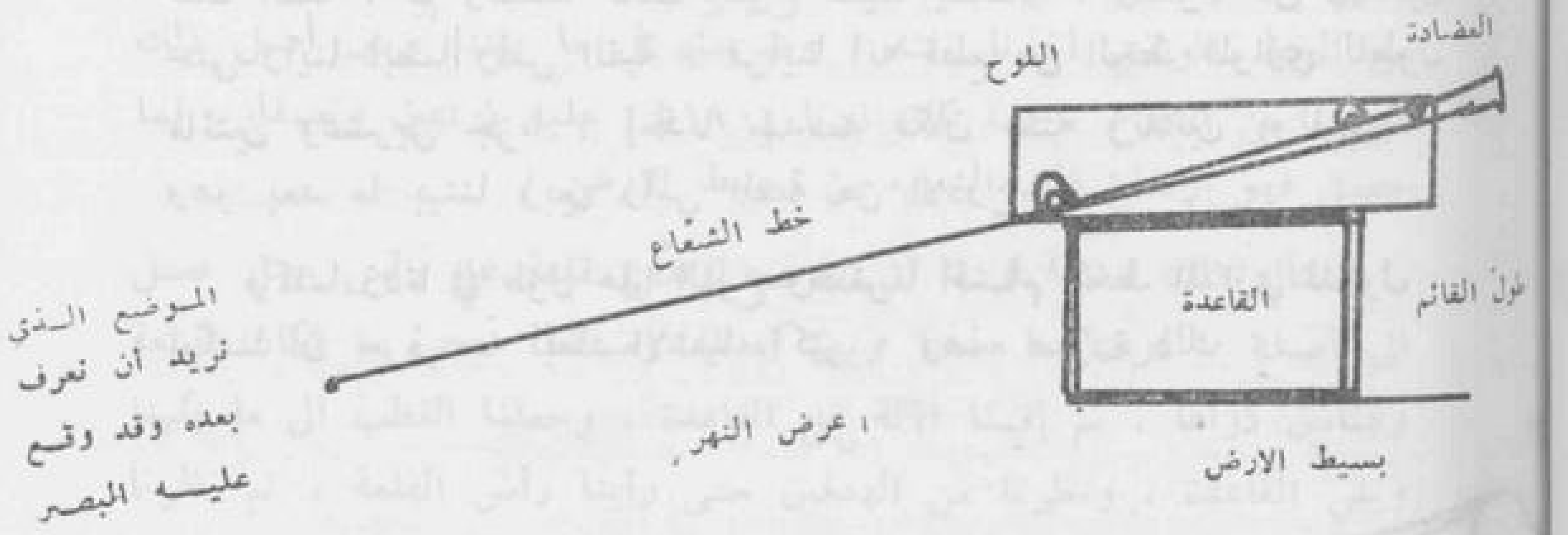
في معرفة الأبعاد التي على بسيط الأرض (٥٦)

وهو فيمعرفةعرضالانهار والاودية والصحاري من غير أنيوصل اليها .

اذا أردنا أن نعلم ذلك ، وضعنا على وجه الارض شخصا طوله ذراعين ونصف ، أما من خشب أو من حجر أو غيرهما من الاجسام ، لبرفع هذه الآلة عن الارض ، ويتمكن صاحبها من النظر في هدفي العضادة، ولا يتعبه حملها في وقت استعمالها . ونجعل الزاوية التي فيها القطب الى فوق ، مما يلي أعيننا ، وننظر من الهدف الفوقاني ، حتى نرى الموضع الذي نريد أن نعرفبعده منا من الهدف الثاني ، ويقع شعاع بصرنا

في الهدفين على ذلك الموضع ؛ فاذا فعلنا ذلك نظرنا الى الموضع الذي قطع العضادة من الخط الموازي للطول ، ونعد ما بينه وبين طرفه الذي يلينا ، فما كان فهو بعد ذلك الشيء منا (بالاذرع) .

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف عرض نهر لا نصل الى ذلك الجانب (منه) : وضعنا الآلة على شيء مرتفع من الارض عند شاطىء ذلك النهر يكون ارتفاعه ذراعين ونصف ، ونظرنا من هدفي العضادة حتى وقع بصرنا على ذلك الجانب على موضع في موازاة أرجلنا ، ونظرنا الى ما قطع العضـادة من الخط الموازي للطول [١٠٩ ظ] فوجدناه قـد قطع منه مائة وخمسة وأربعين جزءا ونصف ، فقلنا أن عرض ذلك النهر هو مائة وخمسة وأربعون ذراعا ونصف . وهذه الصورة :



الفصل الثالث

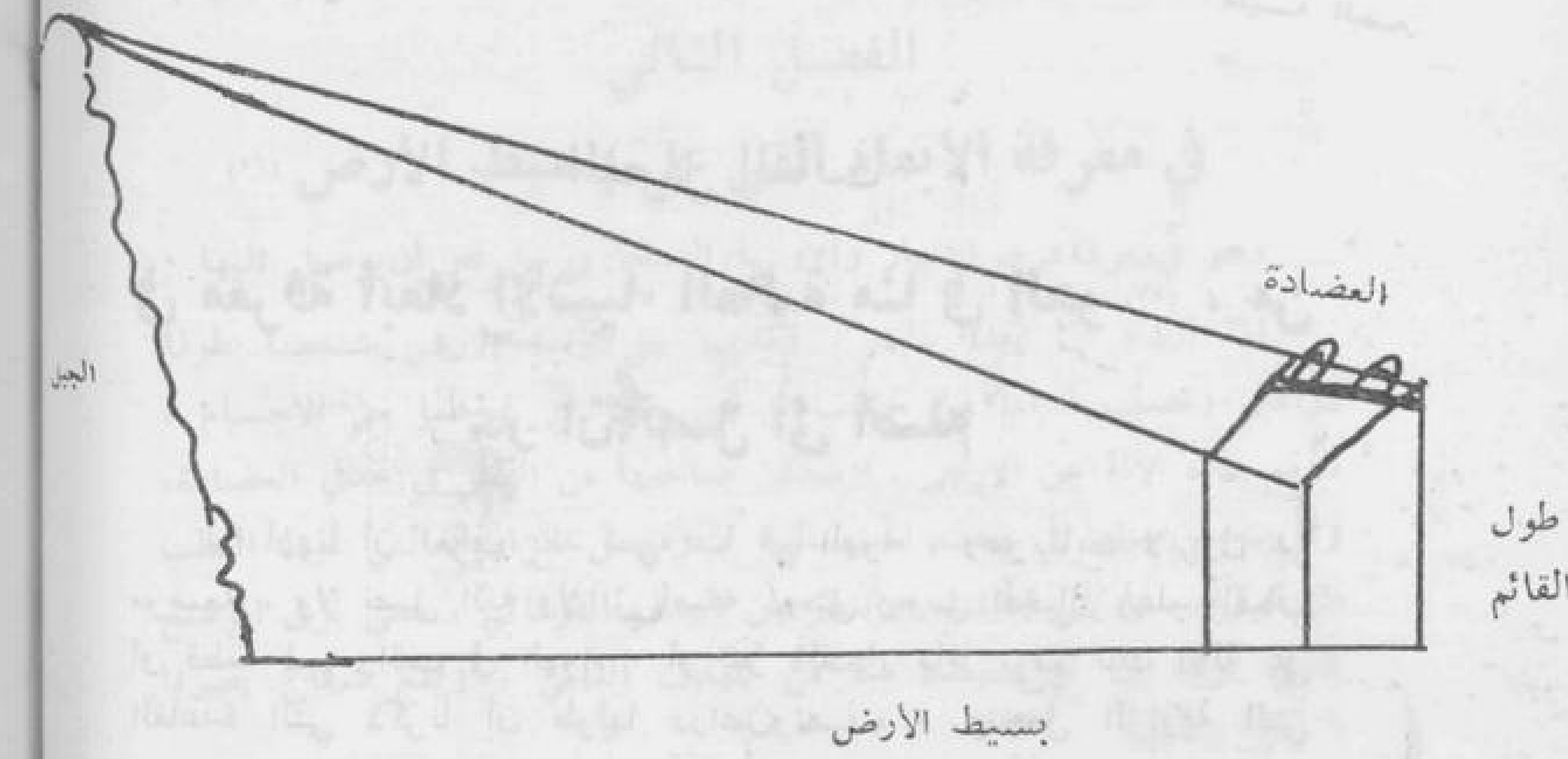
في معرفة أبعاد الأشياء العالية منا في الجو (٥٧) ، من غير أن نصل الى أصله

اذا أردنا أن نعرف بعد شيء منا في الهواء ، وهو ثابت لايزول عن موضعه ، ولا نصل اليه ولا الى أصله ، مثل رءوس الجبال وعلو القباب أو قطعة غيم واقف في الهواء ، أو غير ذلك ، فانا نرفع تلك الآلة على القاعدة التي ذكرنا أن طولها ذراعينونصف ، ونجعل الزاوية التي

عليها القطب مما يلي عيننا ، ونرفع الجانب الآخر ، وننظر من الزاوية الثانية خط الطول حتى نرى رأس تلك القبة أيضا أو الجبل ، ثم نمكن تحت اللوح شيئاً يمسكه حتى لا يزول عن محاذاته . ثم ننظر من هدفي العضادة حتى نرى رأس القبة أيضا . ثم ننظر ما قطع العضادة من الخط الموازي للطول ، فما كان أخذنا سدسه ، فهو بعد ما بيننا وبين تلك القبة .

مثال ذلك اذا أردنا أن نعرف بعد رأس قبة منا ، ولا نصل الى أصلها ، ولا نعرف ارتفاعها من الارض ، وضعنا الآلة على شيء مرتفع لنتمكن من النظر ، وجعلنا الزاوية التي تلينا ، مع القطب ، على تلك القاعدة ، ونظرنا [١١٠و] من تلك الزاوية مع الطول حتى رأينا رأس تلك القبة ، ثم وضعنا تحت اللوح شيئاً يمسكه ، ونظرنا من الهدفين حتى رأينا أيضا رأس القبة ، فرأينا أنه قطع من الخط الموازي للطول مائتين وعشرين جزءا ، أخذنا سدسه فكان ستة وثلاثين (وثلثين) ، وهو بعد ما بيننا وبين رأس القبة من الاذرع .

وكلما زدنا في طول هذا اللوح وصغرنا أقسام الخط الموازي للطول ، أمكننا أن نعرف به أبعاد الاشياء أكثر . وهذه صورة ذلك :



الفصل الرابع

في معرفة طول الأشياء العالية من الأرض(٥٨)

هذا الفصل ينقسم الى ثلاثة أقسام : أحدها ما نصل الى أصله ومركز حجره ، والثاني ما لا نصل الى أصله لكننا نراه بأعيننا ، والثالث ما لا نصل الى أصله ولا تقع عليه أبصارنا .

معرفة الوجه الأول

واذا كان الموضع مرتفعا من الارض ، وأمكننا أن نصل الى الاصل ، وضعنا الآلة على القاعدة ، ونجعل القطب على القاعدة الى ما يلينا ، ونقيمه عليه قائما بالطول ، وننظر من هدفي العضادة ، حتى نرى رأس الشيء الذي نريد أن نعلم ارتفاعه من الارض ، فما تقطع العضادة من الخط الموازي أخذنا ثلثه ، وضربناه في ما بيننا وبين أصل ذلك الشيء من الاذرع ، فما كان زدنا [١١٠ظ] عليه ذراعين ونصفا ، فما حصل فهو ارتفاع ذلك الشيء من بسيط الارض .

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف ارتفاع قلعة على رأس جبل نصل الى أصله ، ذرعنا ما بيننا وبين أصله ومسقط حجره ، فكان أربعة وثمانين ذراعا ، ثم أقمنا الآلة على القاعدة ، وجعلنا القطب الى ما يلينا ويلي القاعدة ، ونظرنا من الهدفين حتى رأينا رأس القلعة ، ثم نظرنا الى ما قطع العضادة من الخط الموازي للطول ، فكان مائة واثنا عشر جزءا ونصف ، أخذنا ثلثه فكان سبعة وثلاثين جزءا ونصف ، ضربناه في أربعة وثمانين ، فكان ثلاثة ألف ومائة وخمسين ذراعا ، وهو ارتفاع تلك القلعة من الارض . وهذه صورة ذلك× :

معرفة علو الأشياء التي لانصل الى أصلها ، وتقع عليها أبصارنا

أما معرفة علو الاشياء التي لانصل الى أصلها ، وتقع عليها أبصارنا ، أعني على مسقط حجرها ، فان معرفة ذلك شبيهة بمعرفة ما تقدم ذكره ،

× يعطي صورة لا تختلف عن السابقة الا في أن خطاً واحدا يمتد من العضادة الى القلعة ويسميه الخط الشعاعي .

وذلك أن جميع ما تقع عليه أبصارنا فانه يمكننا أن نعرف البعد بيننا وبينه بمثل ما تقدم ذكره في الفصل الثاني من هذا الباب • فاذا عرفنا ذلك البعد ، عرفنا حينئذ ارتفاعه كما تقدم ذكره قبيل ، ان شاء الله •

معرفة ارتفاع الأشياء التي لا يوصل الى (أصلها) ولا يقع عليها البصر

فاذا أردنا أن نعرف ذلك عرفنا أولا البعد بيننا وبين رأسه ، بمثل الطريق [١١١و] الذي ذكرناه في الفصل الثالث من هذا الباب ، ثم وضعنا الآلة على القاعدة ، وجعلنا القطب مما يلينا ويلي القاعدة ، ونظرنا من الهدفين حتى وقع أبصارنا على رأس ذلك الجبل أو القبة أو القلعة أو غير ذلك من الاشياء التي نريد أن نعرف علوها ، ثم نظرنا الى ماقطع العضادة من جانب الطول ، فما كان حفظناه ، ثم ضربناه في مثله وزدنا عليه ثلاثة ألف وستمائة ، فماحصل أخذنا جذره وقسمنا عليه ما يكون من ضرب المحفوظ في البعد بيننا وبين رأس ذلك الشيء الذي أردنا أن نعلم علوه من وجه الارض •

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف ارتفاع قلعة على رأس× من وجه الارض ، ومن الموضع الموازي لموضع قيامنا ، ولا نصل الى أصله ، ولا يقع بصرنا علىمسقط حجره ، أقمنا اللوحعلى القاعدة ، وجعلنا القطب مما يليها ويلينا ، وأبصرنا من الهدفين رأس القلعة فوجدنا العضادة قد قطعت من جانب الطول خمسة وأربعين جزءا ، حفظناه ؛ ثم ضربناه في مثله فكان ألفين وخمسة وعشرين ، زدنا عليه ثلاثة ألف وستمائة فصار خمسة ألف وستمائة وخمسة وعشرين ، أخذنا جذره فكان خمسة وسبعين ، ثم نظرنا البعد الذي بيننا وبين رأس ذلك القلعة ، فكان مائتين وثلاثين ذراعا ، ضربناه في ما حفظناه ، وهو خمسة وأربعين ، فكان عشرة ألف وثلاثمائة وخمسين ، فقسمناه على الجذر ، وهو خمسة وسبعين ، فخرج من القسم مائة وثمانية وثلاثين ، وهو ارتفاع تلك القلعة من وجه الارض • وهذه صورة ذلك (يعطي صورة كالسابقة) •

× هنا فراغ في الاصل يتسع لكلمة لعلها « مرتفع » •

[١١١ظ] الفصل الخامس

في معرفة الأبعاد الى أصول الجبال ومسقط عمودها منا

اذا لم نصل الى أصلها ولا تقع أبصارنا على مسقط العمود ، قد يسهل علينا معرفة ذلك بالاشياء التي قدمنا ذكرها ، وذلك أنه اذا كان جبل أو قصر أردنا أن نعرف بعد ما بيننا وبين مسقط حجره ، ولا يقع عليه بصرنا ، عرفنا ارتفاع ذلك الشيء ، كما تقدم ذكره ، وضربناه في ستين ، وقسمناه على المحفوظ الذي قطع العضادة من جانب الطول من اللوح ، فما خرج من القسم فهو البعد بيننا وبين أصل ذلك الجبل ، ومسقط حجره •

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف مسقط حجر الجبل الذي تقدم ذكره والبعد بيننا وبينه ، ضربنا ارتفاعه من وجه الارض ، وقد كنا علمنا ذلك فكان مائة وثمانية وثلاثين ذراعا× ، في ستين ، فكان ثمانية الف ومائتين وثمانين ، وقسمناه على المحفوظ ، وكان خمسة وأربعين ، فخرج من القسم مائة وأربعة وثمانين • وهو البعد بيننا وبين مسقط عمود ذلك الجبل • وهذه صورته ×× •••

[١١٢و] الفصل السادس

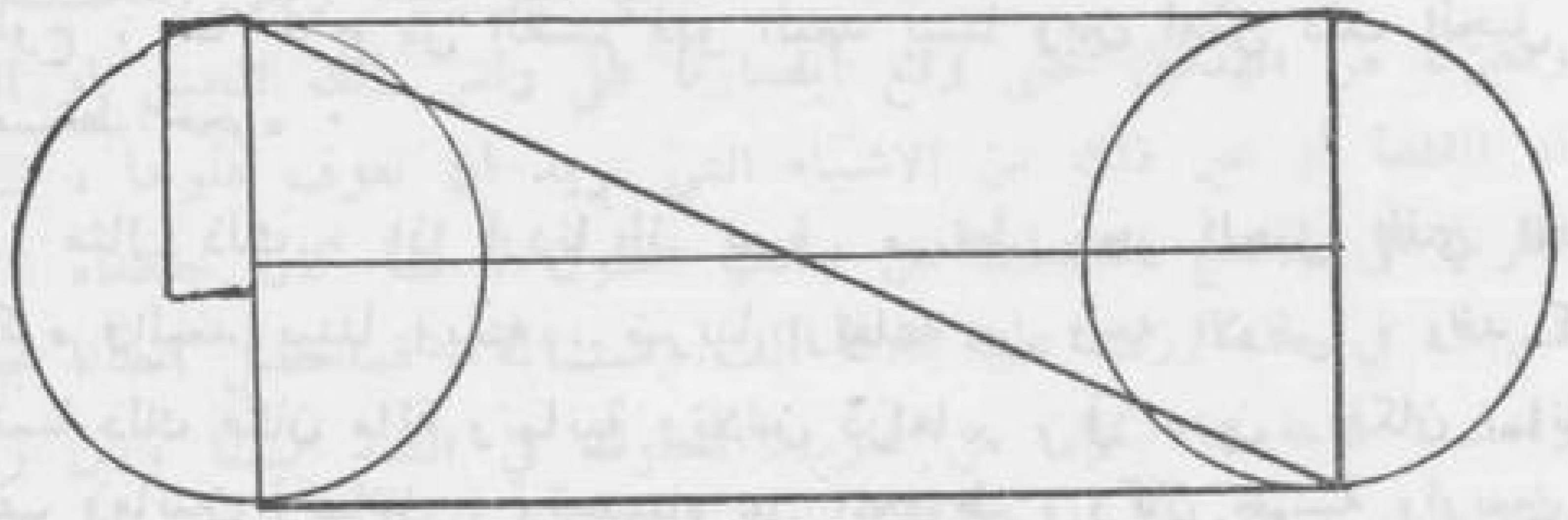
في معرفة عمق الآبار والبرك والحياض

فاذا أردنا أن نعرف ذلك ، وضعنا اللوح على طرف البئر ، ويكون القطب الى فوق ، مما يلي عيننا ، وننظر في الهدفين حتى نرى أسفل ذلك البئر ، من الناحية الاخرى ، أعني الجهة المقابلة لنا ، ثم ضربنا عرض البئر في ستين ، وقسمناه على ما فصل العضادة من جانب اللوح ، فما خرج من القسم فهو عمق ذلك البئر مع طول اللوح •

× في الاصل : درهما •

×× يعطي هنا صورة كالسابقة يليها سطران يتكرر فيهما عنوان هذا الفصل ، وعلى الهامش كلمة « مكرر » وصل هنا الى ١٩٩ و في م وهي تبدأ بصورة كالتي نحن بصددها ولكن أقل من صورة ل دقة واتقانا •

مثال ذلك : بئر عرضها عشرة أذرع ، وأردنا أن نعرف عمقها : وضعنا اللوح على طرف البئر ، وجعلنا القطب الى ما يلي العين ، ونظرنا من الهدفين حتى رأينا الجانب الآخر من أسفل البئر ، فوجدنا العضادة قد قطعت من طول اللوح سبعين جزءا · ضربنا العشرة أذرع في ستين ، فكان ستمائة ، وقسمناه على سبعين فخرج من القسم ثمانية وأربعة أسباع · فقلنا أن عمق البئر ثماني أذرع ونصف سبع ذراع · وهذه صورته × :



[١١٢ظ] تمت المقالة وهي المنزلة الثالثة من كتاب أبي الوفاء في المدخل الى الخراج × × ، وصلى الله على سيدنا محمد وآله · وكتبه المفضل بن مواهب بن أسعد ، لنفسه · ومهما كان فيه من سهو وغلط فانه غير راض عنه راجع عنه الى الصواب · والله الموفق الى ذلك وحسبنا الله وحده *

× في ل نجد هذه الصورة ، ولكن أسفل البئر الى أعلى واللوح الى أسفل · أما في م فالصورة تمتد عموديا على ٢٠٠ و ، اللوح من أعلى وأسفل البئر في أسفل الصفحة ·

× × هكذا في ل أما في م فنجد : تمت المنزلة الثالثة من كتاب أبي الوفاء والحمد لله وحده وصلى الله على محمد النبي وآله وسلم ·

* انتهت أوراق ل ، وبقينا مع م وحدها · والورقة ٢٠١ فيها دخيلة على المخطوط فهي بخط كخط الورقة الدخيلة السابقة ، وتحوي مسائل على الأشكال الرباعية ·

[٢٠٢ظ]

بسم الله الرحمن الرحيم

رب فامنن به علي

المنزلة الرابعة

من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد المهندس في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب

وهي في أعمال الخراج

وهي سبعة أبواب :

الباب الأول : في الألفاظ والرسوم الجارية في الدواوين في أمر الخراج ·

الباب الثاني : في أصول ينبغي أن يعتمد عليها في حساب جميع أنواع المعاملات · وهو فصلان

الباب الثالث : في الأصول التي يعتمد عليها في مسائل الخراج · وهو فصلان

الباب الرابع : في مسائل الطسوق وحدها · وهو أربعة فصول

الباب الخامس : في مسائل الأبين · وهو فصل واحد

الباب السادس : في مسائل الطسوق والرواج · وهو فصل واحد

الباب السابع : في مسائل الطسوق والأبين والرواج · وهو فصل واحد

فذلك سبعة أبواب واثنا عشر فصلا ·

الباب الأول

في الألفاظ والرسوم التي تجري في معاملات الناس في أمر الخراج

أمر جميع المعاملات التي تجري بين السلطان ، بنواحي [٢٠٣و] السواد وكور الأهواز والبلاد القريبة منها ، وبين معامليه من أرباب الأرضين ، ينقسم قسمين : فقسم يؤدى حق بيت المال فيه ورقا موزونا ، وقسم يؤدى حق بيت المال فيه غلة مقسومة .

فأما ما يجري على المقاسمة فهو يقسم قسمين : أحدهما الأستار ، وهو ما أخذ منه النصف ، والآخر القطيعة ، وهو ما حمل أربابه فيه على العشر × .

وقد تولد من ذلك قسم ثالث من أستار خفض عن أربابه ، مسامحة لهم ومعاونة على عمارة ضياعهم ، بحسب ما يراه السلطان أعدل وأصلح وقطيعة زيد على أربابها لحيف وقع عليهم .

والمعاملات في ذلك تزيد وتنقص ، والاستقصاء في ذلك خارج عما نحن فيه وداخل في أحكام الخراج ، وقد بين ذلك في كتبه . واذا صرنا نحن الى المنزلة المختصة بالمقاسمات شرحنا فيها ما لا بد منه .

فأما ما يؤدى فيه ورق ، فانه ينقسم قسمين : أحدهما أن تعويل أربابه على الخراج ، وبمساحة ما يمسح عليهم وعدد ما يبلغ هذا [٢٠٣ظ] والثاني يؤدى المال فيه على العبرة ، وهي المقاطعات والضرائب التي على الايجارات . وهذا القسم ينقسم الى مثل أقسام المقاسمات . فان منه الأستار التام ، ومنه القطيعة المخمسة من خراج الأستار ، التي توازي العشر من الأصل ، ومنه المعاملات المختلفات المتوسطة بين هذين الطريقين ، أستار مخفف أو قطيعة قد زيد فيها . وذلك يزيد وينقص حسب الموجود منه في الدواوين ورسوم النواحي . وليس للاشتغال بشرح ذلك في هذا الموضع وجه .

فأما القسم الجاري على العبرة فانه ينقسم قسمين ، فمنه المقاطعات والمفارقات ، وهي التي قوطع أصحابها عليها ، على عبرة معروفة محدودة ، لا يزاد فيها ولا ينقص منها ، ويلزمهم حينئذ أن يؤدوها على التعطيل والاعتمال ، كما هو موجود في نواحي خراسان وأكثر نواحي الشام .

× في الأصل : العشرة .

ويكون افتتاح هذا على السنة الهلالية ، لا على السنة الخراجية ، وذلك عند افتتاح الجوالي وما يجري مجراها ، في أول المحرم في كل سنة . [٢٠٤] وانما يفعل ذلك بسببين أحدهما أنه لا يحتاج في وجوبه الى ادراك الغلات ومراعاة أوقات الزراعة وتعطيل ما يتعطل منها أو تأخير ما يتأخر .

والثاني أن السلطان اذا افتتح ذلك عند السنة الهلالية ، ربح في كل ثلاثة وثلاثين سنة : سنة بالتقريب ، لفضل ما بين الهلالية والخراجية في المدة ، وهو أحد عشر يوما بالتقريب في كل سنة .

ولما كان أمر الغلات ، بين ما للسلطان ورعيته وأرباب الأرض ، ينقسم الى المقاسمة والخراج ، وكانت المقاسمات يتأخر النظر في أمرها لأنها تكون عند ادراك الغلات وحصولها على البيادر ، وكنا قد ذكرنا أن أول شيء يرفع الى الدواوين : ذكور المسائح وتقديم الغلات ، قدمنا أعمال الخراج والمقاسمات ، وان كان الواجب أن يكون الأمر في أعمال الغلات مقدما على أبواب المال ، ولأنا كنا قد بينا أعمال المساحات ، فينبغي أن نذكر طسوقها وما يلزم عليها من الخراج ، ثم نتبعها بأمر المقاسمات . فنقول :

ان الألفاظ التي تستعمل في الدواوين في معاملات الخراج هي الطسوق والأيين والرواج(٥٩) .

[٢٠٤ظ] فأما الطسق فهو ما يلزم الجربان من الخراج ، بمساحة كانت أو غيرها ؛ والأيين ما يلزم فيها الماسح بحق مساحته ، والرواج ما يأخذه الجهبذ بحق جهبذته .

واستخراجه (هو) والأيين يلزم الجربان ، حسب ما جرى به رسوم النواحي ، أو حسب ما يخرج من الدواوين عند صدور الأوارج .

فان المساح في أكثر نواحي السواد يوافقون على ما يأخذونه بحقوقهم من كل جريب .

والرواج يلزم المال ، فان الجهبذ يوافق على ما يأخذه من كل مائة درهم . وقد يسميه بعض الناس الكسور ، والأجرة ، وحق الجهبذة ، ورواج الرواج ، وهو شيء يسير يصرف الى غلمان الجهابذة والمستخرجين والى المتصرفين معهم وليس له رسم معلوم ولا مقدار لازم ، وهو على حسب ما يرسمه العامل والجهبذ والمستخرج وبمقدار عنايتهم بمن يتصرف معهم .

فهذا ما كان ينبغي أن يقدم ذكره قبل اشتغالنا بأعمال الحساب ، لتكون همة القارىء مصروفة الى غرضه في هذه المنزلة ان شاء الله .

الباب الثاني

في الأصول التي يعتمد عليها في جميع أنواع المعاملات وهو فصلان

[٢٠٥و] ينبغي أن يعلم أن جميع أنواع المعاملات هي مبنية على مسئلة واحدة أوردها اقليدس في المقالة السادسة من كتابه في الأصول على جهة المقادير ، وفي المقالة السابعة على جهة العدد ، وهي قوله : كل أربعة أعداد أو مقادير متناسبة فان ضرب الأول في الرابع مساو لضرب الثاني في الثالث .

مثال ذلك أربعة أعداد متناسبة ، وهي اثنان وثلاثة وستة وتسعة ، فان نسبة الاثنين الى الثلاثة ، وهي ثلثان ، مساوية لنسبة الستة الى التسعة وهي أيضا ثلثان فضرب الأول في الرابع ، وهي اثنان في تسعة ، أعني ثمانية عشر ، مساو لضرب الثاني ، وهو ثلاثة ، في الثالث ، وهو ستة ، أعني ثمانية عشر .

فاذا كان الأمر على ما ذكر أقليدس فانا نبين كيف نخرج منه جميع أنواع المعاملات ، وكيف ترجع اليها مسائلها ، فنقول : أنه اذا كان واحد من هذه الاربعة الاعداد المتناسبة مجهولا وأردنا أن نعلمه من الثلاثة الاعداد المعلومة : نظرنا الى المجهول ، فان كان واحدا من الطرفين ، أعني الأول والرابع ، ضربنا الأوسطين ، أحدهما في الآخر ، أعني الثاني في الثالث ، وقسمنا المجتمع على المعلوم من الطرفين ، فما خرج [٢٠٥ظ] من القسم فهو المجهول . وان كان المجهول واحدا من الأوسطين ، ضربنا الطرفين أحدهما في الآخر ، وقسمنا ما اجتمع على المعلوم من الأوسطين ، فان الخارج من القسم يكون هو المجهول من الأوسطين .

مثال ذلك أربعة أعداد متناسبة : الأول منها ثلاثة والثاني أربعة والثالث ستة ، والرابع مجهول . فان أردنا أن نعلمه ضربنا الأوسطين ، أحدهما في الآخر ، وهو أربعة في ستة ، فكان أربعة وعشرين ، وقسمناه على الأول ، وهو ثلاثة ، فخرج من القسم ثمانية ، وهو الرابع .

فان كان المجهول : الثاني ، والأول والثالث والرابع معلومة ، ضربنا الأول ، وهو ثلاثة ، في الرابع ، وهو ثمانية ، فكان أربعة وعشرين ، وقسمناه على الثالث ، وهو ستة فخرج من القسم أربعة ، وهو الثاني .

فقد ظهر من هذا كيف نعلم ، اذا كان الأعداد متناسبة ، واحدا مجهولا . وهذا المعنى على جهة الضرب(٦٠) . وقد يعلم ذلك على جهة القسمة أيضا ، وذلك أنه اذا كان أربعة أعداد متناسبة ، فان قسمة الأول على

الثاني يكون مساويا لقسمة الثالث على الرابع ؛ وبالعكس تكون قسمة الثاني على الأول مساوية لقسمة الرابع على الثالث .

مثال ذلك : الأربعة الاعداد [٢٠٦و] التي تقدم ذكرها ، وهي ثلاثة وأربعة وستة وثمانية . فان قسمة الأول ، وهو ثلاثة ، على الثاني ، وهو أربعة ، أعني ثلاثة أرباع ، مساو لقسمة الستة على الثمانية ، وهو أيضا ثلاثة أرباع . فاذا كان واحد من هذه الأعداد مجهولا ، وكان المجهول : الأول ، قسمنا الثالث على الرابع ، وما خرج من القسم ضربناه في الثاني ، فما اجتمع فهو الأول . الا ترى انا متى ضربنا الثلاثة الارباع في أربعة كان ذلك مثل الأول ، وهو ثلاثة ؟

فان كان الثاني مجهولا ، قسمنا الرابع على الثالث ، فما خرج من القسم ضربناه في الأول ، فكان ذلك : الثاني . الا ترى انا متى قسمنا الرابع على الثالث كان الخارج من القسم واحدا وثلثا ، فاذا ضربناه في الاول ، وهو ثلاثة ، كان أربعة ، وهو الثاني . وكذلك يستخرج الثالث والرابع اذا كان الواحد منهما مجهولا .

وقد يستخرج المجهول من الاربعة الأعداد المتناسبة بالنسبة ، فانه اذا كان نسبة الأول من الثاني كنسبة الثالث من الرابع وكان واحد من الأربعة الأعداد مجهولا ، فان النسبة تكون فيها معلومة ، فاذا أخذنا بقسط تلك النسبة من قرين المجهول في النسبة ، كان ذلك المجهول . الا ترى أن الأول اذا كان مجهولا [٢٠٦ظ] فانا اذا أخذنا من الثاني بقسط نسبة الثالث من الرابع ، كان ذلك : الأول . والمثال في ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها . فانا اذا أخذنا من الثاني ، وهو أربعة ، بقسط نسبة الثالث من الرابع ، كان ذلك ثلاثة ، وهو الأول . وكذلك ان كان الرابع مجهولا ، فانا اذا أخذنا من الثالث بقسط نسبة الثاني من الأول ، وهو مثل وثلث ، كان ثمانية ، وهو الرابع .

وهذا الطريق أكثر ما يستعمله الكتاب في جميع معاملاتهم ، فانه أقرب وأسهل من الضرب والقسمة .

فقد تبين من الطريق التي ذكرناها معرفة المجهول من الأربعة الأعداد المتناسبة .

الفصل الثاني

في رد سائر أنواع المعاملات الى مسئلة أقليدس

فاذ قد تبين ذلك فانا نقول أن سائر أنواع المعاملات هي مبنية على هذه المسئلة ، ومنها تستخرج جميع المجهولات ، وذلك أن جميعها يكون

فيها أربعة الفاظ ، ثلاثة منها معلومة ، وواحد منها مجهول ، اما أن يكون واحدا من الطرفين أو واحدا من الأوسطين ٠ ونستخرج ذلك المجهول بمثل الطريق التي قدمنا ذكرها ٠

[٢٠٧و] ولأن تقريب ذلك للناظر في هذا الباب في الابتداء فيتصور ما نقوله ، ويصير له عيانا فيشاهده ، فانا نمثل بشيء من المعاملات قريب المأخذ ، الى أن يأخذ يشتغل في ذكر المسائل ، في هذا الباب ، وفي غيره من أبواب المعاملات ٠

وذلك مثل قول القائل : أربعة دنانير : باثنين وستين درهما ، سبعة دينار كم يكون ؟ فقد علمنا أن هذه أربعة اعداد متناسبة ، نسبة الأول ، وهو أربعة ، من الثاني ، وهو اثنان وستون ، كنسبة الثالث ، وهو سبعة ، من الرابع ، وهو المجهول ، أعني ثمن سبعة دنانير ٠ فان شئنا قلنا : نسبة المجهول من السبعة الدنانير كنسبة الاثنين والستين من الأربعة ، على المبادلة ٠ فاذا سلكنا واحدا من هذه الثلاثة الطرق التي تقدم ذكرها في استخراج المجهول كان الحاصل مائة وثمانية ونصفا ٠

وكذلك لو قلنا اربعة أقفزة خراجها اثنين وستين درهما كم يكون خراج سبعة أقفزة ؟ وكقولنا : اذا أصابنا في المقاسمة أربعة أقفزة من أصل اثنين وستين قفيزا ، سبعة أقفزة من أصل كم يكون ؟

وكقولنا في الشراء والبيع : أربعة أثواب [٢٠٧ظ] ثمنها اثنان وستون درهما ، سبعة أثواب كم يكون ثمنها ؟

فتكون جميع أنواع هذه المسائل مردودة الى مسئلة اقليدس ، ومستخرجة منها ٠ وتكون أجوبتها معلومة بالطرق التي بيناها قبل ، اعني الضرب والنسبة والقسمة ٠ وهذا الذي ذكرناه قد كان يكتفي به من له أدنى رياضة ودربة في الأنواع التي أوردناها في المنازل التي سبقت لنا من هذا الكتاب ٠ الا انا لما علمنا أن المتعلم ومن ليس له دربة تامة في حساب المعاملات ليس يعمل بما ذكرناه وليس يتهيأ له تفضيل النسبة في كل وقت ، في جميع المسائل بسرعة ، وكان المستحسن في جميع هذه الأعمال سرعة الحساب وخفته ولا تخرج في كثرتها على الأصول ، أوردنا من كل واحد من أبواب المعاملات مسائل يستغني بها الناظر في هذا الكتاب على سرعة عمله اذا سلك الطرق [٢٠٨و] التي سنذكرها ٠ وان كان جميعها راجعا الى ما ذكرناه من الأربعة الاعداد المتناسبة ، ان شاء الله ٠

الباب الثالث

في الأصول التي ينبغي أن يعتمد عليها في مسائل الخراج

وهو فصلان

وقد ذكرنا في مـــا تقدم أن الأصول في جميع المعاملات هي الضرب والقسمة والنسبة ٠ وينبغي أن نبين في هذا الموضع ما يعتمد عليه في الضرب فليس كل مسئلة يمكن أن يسلك فيها طريق القسمة والنسبة ٠ وقد نضطر في ذلك الى الضرب اذا لم تستو النسبة والقسمة فانها أخف من الضرب ٠ وفي الضرب فينبغي أن يكون حافظا لما يحصل من ضرب سائر أجناس الكسور والاجزاء بعضها في بعض ، وهو تسعة أنواع ، على ما فصلناه في غير هذا الموضع ٠ وذلك لأن الدراهم وكسورها أيضا ثلاثة أجناس هي دراهم ودوانيق وعشران ٠ والجربان وكسورها أيضا ثلاثة أجناس ، وهي جربان وقفزان عشران ٠

فاذا ضربنا [٢٠٨ ظ] (شيئا في شيء فالحاصل ربما يتغير) والمتعلم ينبغي أن يكون حافظا لضرب كل نوع منها في الآخر كما نصفه :

أما الجربان فانها في أي نوع ضربت لم تغيره عن حاله ٠ وذلك أنها اذا ضربت في الدراهم كان كل واحد منها درهما ٠ فان ضربت في الدوانيق كان كل واحد منها دانقا وكل ستة منها درهما فان ضربت في العشران كان كل واحد منها عشيرا ، وكل عشرة منها دانقا ، وكل ستين منها درهما ٠ والقفزان ان ضربت في الدراهم كان كل واحد منها ستة أعشر ، وكل عشرة منها درهما ، فان ضربت في الدوانيق ، كان كل واحد منها عشيرا ، وكل عشرة منها دانقا ، وكل ستين منها درهما ٠ فان ضربت في العشران ، كان كل واحد منها عشر عشير وكل عشرة منها عشيرا ، وكل مائة منها دانقا وكل ستمائة منها درهما ٠ وعشران الجريب ان ضربت في الدراهم كان كل واحد منها ثلاثة أخماس عشير ، وكل واحد وثلثين منها

عشيرا ، وكل ستة عشر وثلثين منها [٢٠٩و] دانقا ، وكل مائة منهـــا درهما · وان ضربت في الدوانيق كان كل واحد منها عشر عشير ، وكل عشرة منها عشيرا ، وكل مائة منها دانقا ، وكل ستمائة منها درهما ، وذلك مساو لضرب القفزان في عشران الدراهم · وان ضربت في عشران الدراهم كان كل واحد منها عشر عشر عشير ، وكل مائة منها عشيرا ، وكل الف منها دانقا ، وكل ستة الف منها درهما(٦١) ·

فهذه (هي) الأصول التي ينبغي أن يعتمد عليها في حساب الطسوق· وهي كما قدمنا ذكره ، تسعة أنواع : ضرب الجربان في الدراهم ، ثم في الدوانيق ، ثم في العشران ، فذلك ثلاثـــة أنواع · وضرب القفران في الدراهم ، ثم في الدوانيق ، ثم في العشران ، فذلك ثلاثة أنواع ، وضرب العشران في الدراهم ، ثم في الدوانيق ، ثم في العشران ، وذلك ثلاثة أنواع ، فيصير الجميع تسعة أنواع ·

الفصل الثاني

في أنواع من مسائل الطسوق ومسائل في سائر أنواع المعاملات

ان مسائل الطسوق تنقسم الى أربعة أنواع [٢٠٩ظ] وهي المستوى والمعكوس والمقلوب والمخالف ·

أما المستوي فهو أن يكون الطسق معلوما ، وأردنا أن نعلم ما يجب على العامل عن اجربة معلومة مسحت عليه ·

وذلك مثل قول القائل : طسق الجريب أربعة عشر درهما ودانقين ، كم يجب أن يكون الأداء عن اثنين وثلاثين جريبا وسبعة اقفزة ؟ وهـــذا النوع من الأربعة الأعداد المتناسبة وهو أن يكون الرابع مجهولا ·

وأما المعكوس فهو ان يكون طسق الجريب أيضا معلوما ، ويؤدي

المعامل مالا معلوما ، وأردنا أن نعلم عن كم أدى ذلك المال ، (لنعلم) ما يقع عليه من الخراج، ان كان قد بقي عليه شيء ، أو يفضل له ان كان (أدى) أكثر مما يلزمه · وذلك مثل رجل مسح عليه تسعة وأربعون جريبا وأربعة أقفزة ، وقد أدى مائتي درهم ، وخراج الجريب ستة عشر درهما وأربعة دوانيق ، وأردنا أن نعلم عن كم تحتسب له تلك الدراهم · وهذا النوع من الأربعة الأعداد [١٢٠و] المتناسبة ، وهو أن يكون الثالث مجهولا ·

وأما المقلوب فهو أن يكون الأداء وما أدى عنه معلوما ، وأردنا أن نعلم الأصل ، أعني أصل الطسق · وذلك مثل رجل مسح عليه أربعة وثلاثين جريبا وثلاثة أقفزة ، وأدى جميع ما يلزمه من الخراج فكانستمائة وستة وثلاثين درهما ، وأردنا أن نعلم كم كان طسق الجريب · وهذا النوع من الأربعة الأعداد المتناسبة ، وهو أن يكون الثاني مجهولا ·

وأما المخالف فهو أن تكون قطعتا أرض الأداء عنهما معلوم ، وجربان أحداهما معلومة ، وأردنا أن نعلم جربان الاخرى · وذلك مثل : رجل مسح عليه قطعتا أرض خراج أحديهما سبعون درهما وخراج الثانية مائة وعشرون درهما ، وهي اثنا عشر جريبا ، وطسقاهما متساويان ، أو متفاضلان بدراهم معلومة ، فأردنا أن نعلم الجربان الأول · وهذا النوع من الأربعة الأعداد المتناسبة ، وهو أن يكون الأول مجهولا ·

فهذه الأصول ينبغي أن تحفظ ، فليس تخرج مسائل سائر أنواع المعاملات منها ، الا مسائل نوادر ان لم يعرفها [٢١٠ظ] العامل والكاتب جاز ذلك · ونحن نورد منها في المنزلة المخصوصة بها ما يحضر في الوقت ، ان شاء الله ·

الباب الرابع
في مسائل الطسوق
وهو أربعة فصول
الفصل الأول
في المسائل المنسوبة

ينبغي أن نعلم أن جميع المسائل اما أن يكون المطلوب فيها عن صحاح ، أو عن كسور ، أو عن صحاح وكسور . فاذا ضبط العمل في كل واحد منها على الانفراد ، سهل الباقي ، كما سنذكره .

فاذا كان طسق الجريب من المال خمسة عشر درهما ، وأردنا أن نعرف كم يكون خراج أربعة وثلاثين جريبا ، ضربنا الخمسة عشر في أربعة وثلاثين فكان خمس مائة وعشرة ، وهو خراج أربعة وثلاثين جريبا .

فان كان الطسق بحاله ، وأردنا أن نعرف كم يكون خراج ثلاثة أقفزة : ان شئنا نسبنا الثلاثة الأقفزة من الجريب ، فيكون خمسا وعشرا ، وأخذنا خمس وعشر الخمسة عشر ، فيكون أربعة ونصفا ، وهو خراج ثلاثة أقفزة . وان شئنا [٢١١و] ضربنا الثلاثة أقفزة في خمسة عشر ، فيكون خمسة وأربعين ، وأخذ من كل عشرة درهما كما تقدم ذكره ، فيكون أيضا أربعة دراهم ونصفا ، وهو مثل الجواب الأول . وان شئنا قسمنا الخمسة عشر على عشرة ، وهي أقفزة الجريب ، فيكون واحدا ونصفا ، وضربناه في ثلاثة ، فيكون أربعة ونصفا ، وهو مثل الجوابين الأولين .

فان كان الطسق بحاله ، وأردنا أن نعرف خراج ثمانية أعشر وثلث : ان شئنا ضربنا الثمانية وثلث في خمسة عشر ، فيكون مائة وخمسة وعشرين ، وأخذنا من كل مائة درهما ، ومن كل ستة عشر وثلثين : دانقا ، ومن كل واحد وثلثين : عشيرا ، فيكون درهما ودانقا وخمسة أعشر ؛ وهو خراج ثمانية أعشر وثلث . وان شئنا نسبنا الثمانية أعشر

وثلث من المائة ، وهي عشران الجريب ، فيكون نصف سدس ، وأخذنا نصف سدس الخمسة عشر ، فكان درهما وربعا ، وهو مثل الجواب الأول . فان شئنا [٢١١ظ] نسبنا الخمسة عشر من المائة فكان عشرها (ونصف عشرها وأخذنا عشر ونصف عشر الثمانية والثلث) فكان أيضا درهما وربعا . وان شئنا أيضا قسمنا المائة على الخمسة عشر ، فخرج من القسم ستة وثلثين ، قسمنا عليه الثمانية أعشر والثلث ، فيخرج من القسم واحد وربع ، وهو مثل الأجوبة التي تقدم ذكرها .

فان كان طسق الجريب على حاله وأردنا أن نعرف خراج × أربعة وعشرين جريبا [٢١٢و] سبعة أقفزة وثمانية أعشر : ضربنا أربعة وعشرين في خمسة عشر ، فكان ثلاثمائة وستين ، فحفظناها ؛ ثم عرفنا خراج السبعة الأقفزة بمثل الوجوه التي تقدم ذكرها قبل وذلك بان نضرب السبعة في خمسة عشر ، فيكون مائة وخمسة ؛ وتأخذ من كل عشرة واحدا ، فيكون عشرة ونصفا . وان شئنا أخذنا نصف الخمسة عشر وخمسها ، فان السبعة من العشرة نصفها وخمسها ، ويكون أيضا (عشرة) درهما ونصفا . فان شئنا قسمنا الخمسة عشر على عشرة ، فخرج من القسم واحد ونصف ، فاذا ضربناه في السبعة كان المجتمع عشرة دراهم ونصفا ، وذلك مثل الجواب الأول . ثم نعلم خراج الثمانية أعشر : وذلك بان نضرب الثمانية في الخمسة عشر ، فيكون مائة وعشرين ، وهو درهم ودانق وعشران . وان شئنا أخذنا أربعة أخماس عشر الخمسة عشر فيكون أيضا درهما ودانق وعشيرين . فان شئنا أخذنا عشر الثمانية ونصف عشرها ، فيكون أيضا درهما ودانقا [٢١٢ظ] وعشيرين ، ثم نجمع ذلك كله فيكون ثلاثمائة واحد وسبعين درهما وأربعة دوانيق وعشيرين ، وهو خراج اربعة وعشرين جريبا وسبعة أقفزة وثمانية أعشر .

فان كان طسق الجريب سبعة عشر درهما وأربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين ، وأردنا أن نعرف خراج ستة وثلاثين جريبا : ضربنا الستة والثلاثين في السبعة عشر فكان ستمائة واثني عشر ، وحفظناه . ثم ضربنا

× هنا ترد في الأصل عدة أسطر منها ما هو من مسئلة جديدة ومنها ما هو تكرار لما سبق .

السنة والثلاثين في أربعة دوانيق ، فكان أربعة وعشرين (درهما) وحفظناه. ثم ضربنا الستة والثلاثين في ستة أعشر وثلثين ، فكان أربعة دراهم . ثم جمعناها كلها ، فكان ستمائة وأربعين درهما . وهي خراج ستة وثلاثين جريبا .

فان كانت المسئلة بحالها وأردنا أن نعرف خراج سبعة أقفزة ، نسبنا السبعة من الجريب ، فكان نصفها وخمسها ، وأخذنا نصف وخمس السبعة عشر درهما واربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين . أما نصفها فهو ثمانية وخمسة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث ، وأما خمسها فهو ثلاثة دراهم وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث . فاذا [٢١٣و] جمعناها كانت اثني عشر درهما ودانقين وستة أعشر وثلثين . وهذا خراج سبعة أقفزة ، اذا كان طسق الجريب سبعة عشر درهما وأربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين.

فان كانت المسئلة بحالها وأردنا أن نعرف خراج ستة وخمسين جريبا وقفيزين وثمانية أعشر وثلث(٦٢) : ضربنا الستة والخمسين في عشر ، فكان تسع مائة واثنين وخمسين . وضربناها في الأربعة دوانيق فكان سبعة وثلاثين وثلثا . ثم ضربناها في ستة أعشر وثلثين ، فكان ستة دراهم ودانقا وثلاثة أعشر وثلثا ، فاذا جمعناها كلها كان تسع مائة وخمسة وتسعين وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث . وهو خراج ستة وخمسين جريبا .

ثم ضربنا القفيزين في سبعة عشر فكان ثلاثة دراهم ودانقين وأربعة أعشر . وضربناها في أربعة دوانيق ، فيكون ثمانية أعشر ، وضربناها في ستة أعشر وثلثين ، فكان عشيرا وثلثا ؛ فذلك ثلاثة دراهم و (ثلاثة) دانق وثلاثة أعشر وثلث ، وهو خراج قفيزين . وان شئنا أضعفنا السبعة عشر والأربعة دوانيق وستة أعشر [٢١٣ظ] وثلثين ، فيكون خمسة وثلاثين وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث ؛ فاذا أخذنا عشرها رجع الى ما قلناه .

فاذا ضربنا الثمانية أعشر في سبعة عشر ، فيكون درهما ودانقين وعشيرا وثلاثة أخماس عشير وضربناها في أربعة دوانيق ، فكان ثلاثة وخمس عشير (وضربناها في ستة أعشر وثلثين فيكون ثلث وخمس عشير) . فاذا جمعناها كلها بلغت درهما ودانقين وخمسة أعشر وثلث عشير . ثم ضربنا الثلث

عشير في سبعة عشر وأربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين ، فيكون ثلاثة أعشر ونصفا ونصف تسع عشر . وهو خراج ثلث عشير .

فاذا جمعنا جميع ما حصل معنا من خراج الأنواع ، صار الجميع الف درهم وثلاثة دوانيق وخمسة أعشر ونصفا ونصف تسع عشير . وذلك خراج ستة وخمسين جريبا وقفيزين وثمانية أعشر وثلث .

وان شئنا نسبنا الأربعة الدوانيق والستة أعشر والثلثين ، من الدرهم ، فيكون ثلثين وتسعا ، ونسبنا [٢١٤و] القفيزين والثمانية أعشر والثلث من الجريب ، فيكون خمسا ونصف سدس . فيصير الضرب : ستة وخمسين وخمسا ونصف سدس في سبعة عشر وثلثين وتسع . فاذا ضربناها كان الف درهم واحدا وثلاثة دوانيق وخمسة أعشر ونصفا ونصف تسع عشير . وهو مثل الجواب الأول .

الفصل الثاني
في مسائل الطسوق المعلومة

فان كان خراج الجريب ثلاثة عشر درهما وثلثا ، وأدى مائتين وأربعين درهما ، واردنا أن نعلم عن كم يحتسب ما أدى ، قسمنا المائتين والأربعين. على ثلاثة عشر درهما وثلث فيخرج من القسم ثمانية عشر ، وهو عدد الجربان التي أدى عنها المائتين والاربعين .

فان كان الطسق بحاله ، وقد أدى أربعة وسبعين درهما ، قسمنا الأربعة والسبعين على الثلاثة عشر والثلث ، فخرج من القسم خمسة ونصف عشر ، وهو خمسة أجربة وخمسة اقفزة وخمسة أعشر ، وذلك ما أدى عنه الأربعة والسبعين درهما . فان كان [٢١٤ظ] طسق الجريب سبعة عشر درهما ونصفا ، وقد صحح عن المعامل مائتان وسبعون درهما ، وقد مسح عليه تسعة وثلاثون جريبا وسبعة أقفزة وأربعة أعشر ونصف ، وأردنا أن نعلم عن كم يحتسب ما أدى ، فيحصل عليه الباقي : قسمنا المائتين والسبعين على سبعة عشر ونصف ، فخرج من القسم خمسة عشر وثلاثة أسباع ، وهو خمسة عشر جريبا وأربعة أقفزة وعشيران ونصف وثلث عشير وسدس سبع عشير ، وهو ما أدى عنه المائتين والسبعين درهما . فان أردنا أن نعلم كم بقي عليه :

ان شئنا أسقطنا هذه الجربان مما مسح عليه ، وعرفنا خراج الباقي ، كما تقدم ذكره ، وان شئنا عرفنا ما يجب على الأصل ، كما تقدم في الفصل الأول ، وأسقطنا منه المائتين والسبعين ، فيكون الباقي هو الذي يحصل من البقايا على ذلك العامل ·

فان كان طسق الجريب سبعة دراهم ودانق وعشيرين ، ومسح على العامل تسعة وثلاثون جريبا وثلاثة أقفزة وستة أعشر ونصف ، فأدى مائتين وثلاثين [٢١٥و] درهما ، واردنا أن نعلم عن كم أدى هذا المال ، قسمنا المائتين والثلاثين على سبعة دراهم ودانق وعشيرين ، فخرج من القسم أحد وثلاثون ، ونصف وثلث وتسع · فاذا أردنا أن نعلم ما بقي عليه : ان شئنا حسبنا الأصل ، وهو ما يجب على تسعة وثلاثين جريبا وثلاثة أقفزة وسبعة أعشر ونصف ، بمثل الطريق الذي قدمنا ذكرها ، فيكون مائتين وثلاثة وثمانين درهما ونصفا · وان شئنا أسقطنا هذه الاجربة ، أعني ما حصل عنه الاداء ، وهو أحد وثلاثون جريبا وتسعة أقفزة وأربعة أعشر ، وثلث وتسع عشير ، من جملة ما مسح عليه ، وهو تسعة وثلاثون جريبا وثلاثة أقفزة وسبعة أعشر ونصف · فيصير الباقي سبعة أجربة وأربعة أقفزة وثلاثة أعشر ونصف وتسع عشير ، وحسبنا ما يجب عليه ، بمثل الطريق التي ذكرناها ، فيكون ثلاثة وثمانين درهما ونصفا ، وهو مثل الجواب الأول ·

وكذلك ينبغي أن تكون جميع هذه المسائل ، ان شاء الله ·

الفصل الثالث

في المسائل المعلومة من الطسوق

[٢١٥ظ] فان كان ما يمسح على العامل ثمانية وعشرين جريبا وثمانية أقفزة ، وأدى خراجها أربع مائة وسبعين درهما ، وأردنا أن نعرف كم كان طسق الجريب : قسمنا الأربع مائة والسبعين على ثمانية وعشرين وأربعة أخماس ، فيخرج من القسم ستة عشر ، ودانق وتسعة أعشر وسدس ، وهو طسق الجريب ·

وكذلك لو أدى الفين وثلاثمائة وأربعة وسبعين درهما وثلثا عن سبعة وثلاثين جريبا وستة أقفزة وعشيرين ونصف ، وأردنا أن نعلم كم كان طسق الجريب : قسمنا الألفين والثلاثمائة والأربعة والسبعين والثلث ، على السبعة والثلاثين والستة أقفزة وعشيرين ونصف فيخرج من القسم ثلاثة وستون درهما وستة أعشر وربع ونصف ثمن عشير بالتقريب وهو طسق الجريب ·

الفصل الرابع ×

في المختلف في مسائل الطسوق

فان أدى العامل أربعة وستين درهما عن أربعة أجربة وقفيزين وأدى في دفعة أخرى سبعة وثمانين درهما ، فاردنا [٢١٦و] أن نعرف عن كم تحتسب السبعة والثمانين درهما : ضربنا الاربعة أجربة والقفيزين في سبعة وثمانين درهما ، فكان ثلاثمائة وخمسة وستين ، وخمسين ، وقسمناه على أربعة وستين ، فخرج من القسمة خمسة ، وأربعة دوانيق وعشيرين ونصف ثمن عشير ، وهو خمسة أجربة وسبعة أقفزة ونصف وربع وثمن ونصف ثمن عشير ·

فان كان الاداء أحد وعشرين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر عن أربعة اجربة وسبعة أقفزة وخمسة أعشر ، ثم أدى بعد ذلك مائة وأربعة عشر درهما وخمسة دوانيق ونصف ، وأردنا أن نعلم عن كم يحتسب له هذا الأداء :

ضربنا الأربعة الأجربة والسبعة الاقفزة والخمسة أعشر في مائة وأربعة عشر وخمسةدوانيق ونصف ، فيكون خمس مائة وخمسة وأربعين وخمسة دوانيق وعشير وربع ، قسمناه على أحد وعشرين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر،فخرج منالقسم خمسة وعشرون درهماودانق وستة أعشر وربع ونصف سدس [٢١٦ظ] تسع عشير وسدس ثمن تسع عشير · فيكون ذلك من الجربان خمسة وعشرين جريبا وقفيزين وسبعة أعشر وعشر عشير وثمن تسع عشير وتسع تسع عشير · وهو ما أدى عنه المائة والأربعة عشر درهما وخمسة دوانيق وخمسة أعشر[٦٣] ·

× في باقي مسائل هذا الباب وجدنا في الأصل أخطاء عزوناها للناسخ واحدثنا أقل ما يمكن من تغيير في النص بحيث تستقيم النتائج الحسابية ·

الباب الخامس
في مسائل الأيين

فاما الأيين فانه اذا كان مفردا ، فانه يحسب بمثل ما تحسب الطسوق.

مثال ذلك : أن عاملا أمر ماسحا أن يأخذ من كل جريب يمسح دانقين ونصفا ، ومسح على معامل أربعة وعشرون جريبا وقفيزان وسبعة أعشر ونصف ، وأردنا أن نعلم ما ينبغي أن يدفع للماسح ، ومـــا يجب له بحق المساحة :

ضربنا الدانقين والنصف في أربعة وعشرين وقفيزين وسبعة أعشر ونصف ، فكان عشرة دراهم وستة أعشر ونصف وربع وثمن عشير ، وهو ما يجب بحق الأيين .

وكذلك لو مسح على أكار قطعة أرض كان مساحتها تسعة [٢١٧و] وخمسين جريبا وأربعة أقفزة وأربعة أعشر وثلث وتسع عشير ، وكان أيين الجريب دانقين وسبعة أعشر ونصفا : ضربنا الدانقين والسبعة أعشر والنصف في تسعة وخمسين (وأربعة أقفزة وأربعة أعشر) وثلث وتسع ، فكان سبعة وعشرين درهما (ودانقا) وأربعة أعشر وثلثين ونصف تسع عشير . وهو ما يجب للماسح بحق الأيين .

فاذا كان طسق الجريب أربعة عشر درهما ونصف وأيين الجريب أربعة دوانيق وعشيرين وأردنا أن نعرف ما يلزم المعامل في الحقين جميعا عن أربعة وسبعين جريبا وقفيزين وخمسة أعشر : جمعنا الطسق والأيين فكان خمسة عشر درهم ودانق وعشيرين ، وضربناها في أربعة وسبعين وربع ، فكان الفا ومائة وثمانية وعشرين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر . وهو ما يجب عن أربعة وسبعين جريبا وقفيزين وخمسة أعشر ، بحق الخراج وحق الأيين جميعا .

فان أردنا أن نعرف ما يصيب كل واحد من الحقين : ان شئنا عرفنا كل واحد منهما [٢١٧ظ] على حدته بمثل الطريق التي قدمنا ذكرها ، اذ كان كل واحد من الأيين والطسق معلوما ، والجربان معلومة . فيكون

بحق الخراج الف وستة وسبعون درهما وثلاث دوانيق وسبعة أعشر ونصف ، وبحق الايين احد وخمسون درهما (وخمسة دوانيق) وثمانية أعشر ونصف . وظاهر انا اذا جمعناهما كانا الفا ومائة وثمانية وعشرين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر .

فن شئنا ضربنا الأربعة الدوانيق والعشيرين في الف ومائة وثمانية وعشرين وثلاثة دوانيق وستة أعشر ، فيكون سبع مائة وتسعين درهما وعشيرا وأحدا وخمس عشير ؛ وقسمناه على مجموع الطسوق والأيين ، وهو خمسة عشر درهما ودانق وعشيران ، فخرج من القسم أحد وخمسون درهما وخمسة دوانيق وثمانية أعشر ونصف . وهو مثل الجواب الأول .

وان شئنا ضربنا طسق الجريب ، وهو أربعة عشر درهما ونصف ، في الف ومائة وعشرين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر ، فيكون ستة عشر ألفا وثلاثمائة وأربعة وستين درهما وأربعة دوانيق [٢١٨ و] وعشيرين ، وقسمناها على مجموع الطسوق والأيين ، وهو خمسة عشر درهما وخمسة دوانيق ، فخرج من القسم ألف وستة وسبعون درهما وثلاثة دوانيق وسبعة أعشر ونصف . وهو ما يصيب السلطان بحـــق الخراج عن تلك الأجربة .

فان كان طسق الجريب أربعة عشر درهما ونصفا ، والأيين أربعة دوانيق وعشيرين ، وأدى مائتين وسبعين درهما ، وأردنا أن نعلم كم يكون منه بحق الخراج وكم منه بحق الأيين ضربنا الأيين ، وهو أربعة دوانيق وعشيرين ، في مائتين وسبعين ، فكان مائة وتسعة وثمانين درهمـــا ، وقسمناه على مجموع الخراج والأيين ، وهو خمسة عشر درهماً (ودانق) وعشيران ، فخرج من القسم اثنا عشر درهماً ودانقين وستة أعشر وجزء واحد من تسعة عشر جزءاً من عشير . وهو ما يصيب الماسح بحق الأيين . فاذا أسقطنا ذلك من مائتين وسبعين ، كان الباقي مـــائتين وسبعة وخمسين [٢١٨ ظ] وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر ، وثمانية عشر جزءاً من تسعة عشر جزءاً من عشير .

وان شئنا ضربنا الطسق ، وهو أربعة عشر درهما ونصف في مائتين وسبعين ، فيكون ثلاثة ألف وتسع مائة وخمسة عشر ، ونقسمه على مجموع الخراج والأيين ، وهو خمسة عشر درهماً (ودانق وعشيران) ، فيخرج من القسم مائتان وسبعة وخمسون درهماً وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثمانية عشر جزءا من تسعة عشر جزءا من عشير . وهو مثل الجواب الأول .

والأجود في هذا الباب أن ننسب الأيين من مجموع الأيين والطسق ، ويؤخذ بقسطه من المال المورد ، فما حصل فهو ما يصيب الماسح بحق الأيين . وان شئنا نسبنا الخراج من مجموع الطسق والأيين ، فما كان أخذنا بقسطه من المال المؤدى ، فيكون ذلك ما يحسب له بحق الخراج .

فان لم تمكن النسبة ، عمل حينئذ بالضرب . فان النسبة هي أسهل على الحاسب من الضرب . الا أنه ليس يتفق في كل وقت في جميع المسائل نسبة صحيحة ينطق بها .

مثال ذلك [٢١٩ و] أن يكون خراج الجريب تسعة وعشرين درهماً ودانقين ، والأيين أربعة دوانيق ، وقد أدى أربع مائة وثلاثين درهماً ، فاذا نسبنا الايين من مجموع الايين والطسق وجدناه خمس تسعه ، فأخذنا خمس تسع الأربع مائة وثلاثين فكان خمسة دراهم وتسعاً× ، وهو ما يصيب الماسح بحق مساحته ، فاذا أسقطناها من الأربع مائة والثلاثين درهماً ، كان الباقي أربع مائة وأربعة وعشرين درهماً وخمسة دوانيق وثلاثة أعشر وثلثاً . وهو ما يجب للعامل بحق الخراج .

فان شئنا نسبنا الطسق من مجموع الطسق والأيين ، فيكون ثلثين وخمساً وتسعاً ، فاذا أخذنا بقسط هذه النسبة من الأربع مائة والثلاثين كان ذلك أربع مائة واربعة وعشرين وخمسة دوانيق وثلاثة أعشر وثلثاً . وهو مثل الجواب الأول .

× هكذا في الأصل . والصحيح $9\frac{5}{9}$ درهم وباقي الحل مبني على هذه النتيجة الخاطئة .

الباب السادس

في مسائل الطسق والرواج

العمل في هذا الباب شبيه بالعمل في الباب الذي تقدم ، فانهما جنسان مجموعهما معلوم ، وينبغي أن يعلم كل واحد منهما على الانفراد . ألا ترى أن الطسق والأيين اذا كان الأداء عن مجموعهما [٢١٩ ظ] معلوماً ، كان العمل فيه أن يعلم ما يصيب كل واحد منهما بحقه ؟ وكذلك الطسق والرواج ، هما جنسان يكون الاداء عنهما معلوما ، وينبغي أن يعلم ما يصيب كل واحد منهما بقسطه .

فاما معرفة الرواج وحده ، فالأمر في معرفته أسهل من أن ينبغي أن نشغل بذكره في هذا الموضع ، ولأن يصير للناظر في هذا الباب دربة بهذا الجنس من الحساب ، فانا نورد عليه أمثلة يرتاض بها المتعلم ويسهل استخراجها عليه ، وهي هذه :

فان كان طسق الجريب أربعة عشر درهماً وأربعة دوانيق وخمسة أعشر ، ورواج المائة الدرهم : درهم ودانق وخمسة أعشر ، وأدى الثاني ألفاً وستمائة وثلاثة وأربعين درهماً وأربعة دوانيق ونصفاً . وأردنا أن نعلم بكم ينبغي أن يكتب له الدور ، وكم يكون منه بحق الكفاية : نسبنا الدرهم والربع من مجموع المائة والرواج ، وهو مائة درهم ودرهم وربع ، فنجدها تسع تسعها ، فنأخذ تسع تسع الألف والستمائة والثلاثة والاربعين وأربعة دوانيق ونصف ، فيكون عشرين [٢٢٠ و] درهماً ودانق وسبعة أعشر ونصف ونصف تسع وثلث تسع عشير وهو ما يصيب الجهبذ بحق الكفاية . فاذا اسقطناها من الألف والستمائة والثلاثة والأربعين واربعة دوانيق ونصف ، كان الباقي الف وستمائة وثلاثة وعشرين درهما ودانقين وسبعة أعشر وثلث وثلثي تسع عشير .

وكذلك ان أدى سبع مائة وعشرين درهما وكان كفاية المائة درهما واربعة دوانيق وثمانية أعشر ، وأردنا أن نعلم كم يكون بحق الخراج ،

وكم يكون بحق الكفاية : نسبنا الأربعة الدوانيق والثمانية أعشر من من مجموع المائة مع الكفاية ، فكان نصف سبع تسع ، وأخذنا نصف سبع تسع (السبع) المائة والعشرين ، فكان خمسة دراهم وخمسة أسباع الدرهم ، وهو ما يصيبُ الجهبذ من حق الكفاية ·

وان شئنا ضربنا الكفاية ، وهو أربعة دوانيق وثمانية أعشر ، في سبع مائة وعشرين ، فكان خمس مائة وستة وسبعين درهما ، وقسمناه على مائة وأربعة أخماس ، فيخرج من القسم سبع مائة وأربعة عشر درهما وسبعان · وهو ما يصيب العامل بحق الخراج ·

وكذلك ينبغي [٢٢٠ظ] أن يعمل في سائر أعمال الكفاية والخراج · وما لا يصح نسبته ، عمل فيه بالضرب ·

الباب السابع
في الجمع بين الطسق والكفاية والأيين

فان كان طسق الجريب : سبعة عشر درهما ودانقين ، وأيينه : أربعة دوانيق ، وكفايته : درهمين ودانقين وأربعة أعشر ؛ وأدى العامل بالحقوق كلها الفا وتسع مائة وأربعين درهما · وأردنا أن نعلم كم يكون منها بحق الخراج ، وكم يكون بحق الأيين ، وكم يكون بحق الكفاية :

نسبنا الدرهمين ودانقين وأربعة أعشر من المائة والدرهمين والدانقين والأربعة أعشر ، فوجدناها ثمن ثمنها ونصف ثمن ثمنها ، وأخذنا ثمن ثمن الف وتسع مائة وأربعين درهما ، ونصف ثمن ثمنها ، فكان خمسة وأربعين درهما ، ودانقين وثمانية أعشر وثمن عشير · وهو الحاصل بحق الكفاية ·

فاذا اسقطناها من الف وتسع مائة وأربعين درهما ، كان الباقي الفا وثمان مائة وأربعة وتسعين درهما وثلاثة دوانيق وعشيرا ونصف عشير [٢٢١و] وربع وثمن عشير · وهذا هو بحق الطسق والأيين ·

فاذا أردنا أن نعرف كم يكون للماسح بحق الأيين : نسبنا الأربعة دوانيق من مجموع الطسوق والأيين ، وهو ثمانية عشر درهماً ، فوجدناها ثلث تسعها ؛ وأخذنا ثلث تسع الألف والثمان مائة والأربعة والتسعين درهما وثلاثة دوانيق وعشير ونصف وربع وثمن عشير ، فكان سبعين درهما ودانقا وثلث ثمن عشير وربع تسع عشير · وهو ما يصيب الماسح من الأيين ·

فاذا أسقطنا ذلك من الف وثمان مائة وأربعة وتسعين وثلاثة دوانيق وعشير وسبعة أثمان عشير ، كان الباقي الفا وثمان مائة وأربعة وعشرين درهما ودانقين وعشير ونصف وربع عشير ونصف تسع عشير · وهو الحاصل بحق الخراج ·

وظاهر أن ما حصل بحق الخراج والأيين وحق الكفاية ، اذا جمعناها ، كان الفا وتسع مائة ، وأربعين درهما ، وهو الأداء في الاصل · وبهذا تعرف صحة المسئلة ، وان الحاسب قد أصاب فيه أو أخطأ · وذلك اذا

جمعنا ما يصيب كل [٢٢١ظ] واحد منهم بحقه ، بعضها الى بعض . فان وافق الأصل ، والا فليعد الحساب ، ان شاء الله .

عمل هذه المسئلة بالضرب

فان شئنا ضربنا الدرهمين والدانقين والأربعة أعشر ، التي هي الكفاية ، في الف وتسع مائة وأربعين درهما ، فيكون أربعة الف وستمائة وستة وخمسين درهما ، وقسمناها على مائة درهم ودانقين وأربعة أعشر ، فخرج من القسم خمسة وأربعون درهما وربع وثمن ونصف ثمن وربع ثمن . وهو مثل الجواب الاول .

فاذا أسقطناها من ألف وتسع مائة وأربعين درهما ، صار الباقي الفا وثمانمائة وأربعة وتسعين درهما ونصف وربع ثمن ، وهو أيضا مثل الجواب الاول .

واذا أردنا أن نعرف الايين : ضربناه في الف وثمان مائة وأربعة وتسعين درهما ونصف وربع ثمن ، فصار ألفا ومائتين وثلاثة وستين درهما وسدس ثمن ؛ وقسمناها على ثمانية عشر ، وهو مجموع الطسق والايين ، فخرج من القسم سبعون درهما وسدس ونصف سدس وثمن تسع ، وهو مثل الجواب الاول .

هذا الطريق الذي سلكناه هو ما عليه أكثر الحساب في زماننـا والمتقدمين . وقد يعرض في ذلك [٢٢٢ و] بعض الخلل ، وهو أن يقول الماسح : ان الذي أعطيتم الجهبذ من الكفاية انما كان من حق الخراج والأيين جميعاً ، والأيين ، وهو حقي ، وليس يجب عليه كفاية ، وان الكفاية هي حق واجب على الخراج فقط .

وينبغي أن نبين الوجه الذي به يحسب خواص حساب زماننـا ، والغرة منهم ، وان كان في ذلك أيضاً زلل . ونحن نبين بعد أن نورد هذا : الطريق الذي به يصل كل واحد منهم الى حقه ، ولا يشوبه خلل ، ان شاء الله .

فاذا أردنا الطريق الثاني : ضربنا الأربعة الدوانيق في أصل الأداء ، وهو ألف وتسع مائة وأربعون درهماً ، فكان ألفاً ومائتين

وثلاثة وتسعين درهماً وثلثاً ، وقسمناها على ثمانية عشر ، فخرج من القسم أحد وسبعون درهماً ، وخمسة دوانيق ، وعشير وتسع ، وهو ما يصيب الماسح بحق الأيين . فاذا أسقطناها من أصل المال المؤدى ، كان الباقي ألفـاً وثمان مائـة وثمانية وستين درهمـاً وثمانية أعشر وثمانية أتساع عشير ، وهو الخراج مع كفايته .

فاذا أردنا أن نعرف حق الجهبذ بحق الكفاية : ضربنا الدرهمين والخمسين التي هي الكفاية ، في ألف وثمان مائة وثمانيـة وستين درهماً ، وثمانية أعشر وثمانيـة أتساع [٢٢٢ ظ] عشير ، فكان الحاصل من الضرب أربعة ألف وأربع مائة وثلاثة وثمانين درهمـاً وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث . واذا قسمناها على مائة درهـم ودرهمين وخمسين خرج من القسم ثلاثة وأربعون درهماً وأربعة دوانيق وسبعة أعشر ونصف سدس عشير ، وهو مايصيب الجهبذ بحق الكفاية . والباقي من ذلك ، وهو ألف وثمان ماية وأربعة وعشرين درهماً ودانق وعشير ونصف وربع عشير ونصف تسع عشير هو ما يصيب العامل بحق الخراج .

فهذا الطريق هو الذي يحسب به حذاق حساب زماننا . الا أن الجهبذ ربما قال : ان الذي دفعتم الي قد خرج منه حق الأيين يجب على الثاني بلا كفاية بمقدار ما خرج بحق الأيين ما يجب على الثاني ممـا مسح عليه ، فقد خرج بهذا الطريق أيضاً من حقي ، والواجب حينئذ أن نسلك في حسابها طريقا يصل به الماسح والثاني والسلطان ، كل واحد منهم الى حقه . وهو هذا :

فاذا أردنا ذلك فهو أن نضرب الأيين في ألف وتسع مائة وأربعين ، ونقسمه على ثمانية عشر ، فيخرج من القسم أحد [٢٢٣ و] وسبعون درهماً وخمسة دوانيق وعشير وتسع عشير ، وهو ما يصيب الماسح بحق الأيين . ثم ضربنا الكفاية في ألف وتسع مائة وأربعين أيضاً . وقسمنا على مائة ودرهمين وخمسين ، فيخرج من القسم خمسة وأربعون درهماً وربع وثمن ونصف ثمن وربع ثمن ، وهو ما يصيب الجهبذ بحق الكفاية . ثم نجمع ذلك فيكون مائة وسبعـة عشر درهماً ودانقـين

وتسعة أعشر وثمن وتسع عشير ، ونسقطه من جملة الأداء ، فيكون الباقي ألف وثمان مائة واثنين وعشرين درهماً وأربعة دوانيق ونصف وربع عشير وثمن تسع عشير ، وهو ما يصيب العامل بحق الخراج ·

وان شئنا أخذنا مالا له ثلث التسع ونصف ثمن ثمن ، وهو ثلاثة ألف وأربع مائة وستة وخمسون ، وضربنا ثلثي تسعه ، وهو مائة وثمانية وعشرون جزءا في أصل الأداء وهو ألف وتسع مائة وأربعون ، فيكون مائة وثمانية وأربعون ألفاً وثلاثمائة وعشرين ، وقسمناه على مخرج الكسور ، وهو ثلاثة ألف وأربع مائة وستة وخمسون ، فيخرج من القسم أحد وسبعون وخمسة دوانيق [٢٢٣ ظ] وخمس وتسع عشير ، وهو ما يصيب الماسح بحق الأيين · ثم ضربنا ثمن ثمن ثلاثة ألف وأربع مائة وستة وخمسين ونصف ثمن ثمنها ، وهو أحد وثمانون ألف وتسع مائة وأربعين ، فخرج مائة وسبعة وخمسين الفا واثنين واربعين ، وقسمناه على ثلاثة ألف وأربع مائة وستة وخمسين ، فخرج من القسم خمسة وأربعون وربع وثمن ونصف ثمن وربع ثمن ، وهو ما يصيب الجهبذ بحق الكفاية ·

هذا (هو) الطريق والأصل في أمثال هذه المسائل ، وليس يجب أن نعدل عنه الى سواه ففيه خلل(٦٤) ·

نوع آخر من مسائل الرواج

ان كان رواج المائة : خمسة دراهم ، وأردنا أن نعلم رواج خمسة وعشرين درهماً ، ضربنا الخمسة والعشرين في الخمسة ، فكان مائة وخمسة وعشرين ، وقسمناه على المائة ، فخرج من القسم درهم وربع ، وهو رواج خمسة وعشرين درهماً · وان شئنا نسبنا الخمسة في المائة وأخذنا بقسطها من الخمسة والعشرين ، فيكون أيضاً درهماً وربعاً ، فان كان رواج المائة ورواج رواجها خمسة دراهم وربعاً ، وأردنا أن نعرف كم يكون منه رواج الرواج(٦٥) :

[٢٢٤ و] ضربنا خمسة وربعاً في مائة فكان خمس مائة وخمسة وعشرين ، وزدناه على نصف المائة في مثلها ، وهو ألفان وخمس مائة ، فصار ثلاثة ألف وخمسة وعشرين ، وأخذنا جذرها فكان خمسة وخمسين درهماً ، أسقطنا منها نصف المائة ، فيبقى خمسة درهم ، وهو الرواج ؛ ورواج الرواج هو ربع درهم ·

وأمثال هذه المسئلة أكثر ما يكون أصما ، فيعمل بالتقريب · وذلك مثل أن يكون الرواج ورواج الرواج خمسة دراهم ، فان هذا يخرج جوابه أصم · وذلك أنا اذا زدنا ما يكون من ضرب الخمسة في المائة على نصف المائة ، وهو خمسون ، في مثله ، صار ثلاثة ألف ، الذي ليس له جذر · واذا أخذنا جذره بالتقريب كان أربعة وخمسون درهماً وأربعة دوانيق وستة أعشر وخمس بالتقريب(٦٦) · فاذا أسقطنا منه الخمسين ، صار الباقي أربعة دراهم وأربعة دوانيق وستة أعشر وخمساً ، وهو الرواج · ويكون رواج الرواج دانقاً وثلاثة أعشر وأربعة أخماس عشير ·

وكذلك يكون الطريق اذا كان المائة مع الرواج معلوماً ، ويكون رواج الرواج معلوماً ·

فهذا الذي ذكرناه في باب الخراج ومسائله كاف لمن له أدنى رياضة وفهم ، ان شاء الله ·

والحمد لله وحده ، وصلى الله على سيدنا محمد النبي وآله وسلم تسليماً كثيراً ·

[٢٢٤ ظ] بسم الله الرحمن الرحيم

المنزلة الخامسة

من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد المهندس
في ما يحتاج اليه الحساب والعمال من علم الحساب
وهي في التصريف وأعمال المقاسمات

ان وقع الاشتغال في هذا الكتاب بذكر جميع ما يستعمله الناس في نواحيهم من اختلاف المكاييل في معاملاتهم في قسمة الغلات من الأكرار والجربان والقفزان ، طال الكلام ، وخرجنا عن مقصدنا في الاختصار والايجاز . والواجب أن نذكر ما يستعمل بالسواد والبلاد القريبة منها ، ونجعل معاملاتها أصلا يستدل بها على سائر الأنواع المستعملة في سائر البلاد ، اذ كان ذكر جميعها غير ممكن

ونجعل هذه المنزلة أيضا سبعة أبواب مفصلة محصلة ، كعادتنا في ما جرى من هذا الكتاب .

أبواب هذه المنزلة سبعة

فذلك سبعة أبواب ، واثنا عشر فصلا .

× انتقل الترقيم خطا من ٢٢٤ الى ٢٢٦ .

× × كتبت اربعة بالارقام الهندية .

الباب الأول

في اختلاف الأكرار
بالسواد والبلاد القريبة منها ، وتصريفها

وهي ثلاثة فصول

الفصل الأول

في اختلاف الأكرار

الأكرار المستعملة بنواحي السواد وما يليها من البلاد ، خمسة أكرار ، واليها يرجع في سائر النواحي . وأسماؤها :

المعدل الكامل الفالج الهاشمي السليماني

وأكثر هذه الأكرار هو المعدل ،واليه ينسب باقيها ، وبه تكال الغلات في سائر أعمال السواد في وقتنا هذا ، وعليه يقع التسعير بمدينة السلام .

وكل واحد [٢٢٦ ظ] من هذه الأكرار ستون قفيزاً بقفزانه . وكل قفيز منها عشرة أعشر ، وثمانية مكاكيك وكل مكوك ثلاث كيالج ، وكل كيلجه أربعة أرباع ، وكل ربع ثمنان .

فيكون : الكر : ستون قفيزاً ، وأربع مائة وثمانون مكوكاً ، وستمائة عشير والف وأربع مائة وأربعين كيلجة ، وخمسة الف وسبع مائة وستين ربعا ، وأحد عشر الفا وخمس مائة وعشرين ثمناً .

ويكون القفيز : أربعاً وعشرين كيلجة ، وستة وتسعين ربعاً ، ومائة واثنين وتسعين ثمناً .

ويكون المكوك : اثني عشر ربعاً ، وأربعة وعشرين ثمناً .

وتكون الكيلجة ثمانية أثمان .

ويكون الكر ستمائة عشير ، والقفيز عشرة أعشر ، والمكوك عشير وربع ، والكيلجة ربع وسدس عشير . والربع : نصف سدس عشير ، وسدس ثمن عشير . والثمن : نصف عشر عشير وسدس ثمن عشر عشير .

فأما **الكر المعدل** فهو سبعة ألف ومائتي رطل ، والقفيز مائة وعشرون رطلا ، والمكوك خمسة عشر رطلا ، والكيلجة خمسة أرطال ، والربع : رطل وربع ، والثمن : نصف رطل وثمن رطل ·

وانما صار ذلك كذلك لان الطرف الذي كان يكال به [٢٢٧ و] الحبوب في القديم كان طرفين : كبير وصغير ، والكبير كان يكال به الغلات السلطانية عند المقاسمات ، وكان فيه خمسة أعشر · وأكثر أهل السواد يسمون هذا المكيال في هذا الوقت قباً · وهو أربعة مكاكيك وبه تكال الغلات · وهو ستون رطلا من الحنطة المتوسطة في الجودة والرداءة ·

فأما المكيال الصغير فهو الذي يستعمله التجار في معاملاتهم ، وتكال به الحبوب في الاسواق ، وهو خمسة أرطال ، ويسمى كيلجة · فيصير الكر المعدل سبعة ألف ومائتي رطل ·

وقسمة الغلات السلطانية بالسواد يكون بالقفزان والعشران وكسورها ·

والذي يستعمل في بيع الغلات في سوق الطعام القفزان والمكاكيك والكيالج وأرباعها وأثمانها ·

فأما **الكر الكامل** فهو الذي يستعمله أهل واسط وأعمالها ونواحي الجامدة والبطائح ، ويعرف بالنصف · وهو ثلاثون قفيزاً بالمعدل · وأهل الأعالي من دجلة والبصرة وكسجر× ونهر الصلة ونواحي شط فارس يستعملون هذا الكر « وهم يسمونه الكر المفتوح » ، ويسميه بعض أهل السواحل : الجريب ·

فأما الكر الفالج فقد كانت المعاملات [٢٢٧ ظ] السلطانية بنواحي السواد كلها تجري به ، واليه كان يرد سائر المكاييل ، وبه رفع الحسابات ، وعليه كان يعقد الجماعات · وفي وقتنا هذا لا يكال به بنواحي السواد ، لكنه يستعمل في التقديرات والحزور ، وعليه تقع الزراعة والتربيع ·

× ربما كان المقصود جعفر وهي ناحية في سواد العراق ·

وهو خمسا المعدل ، وأربعة وعشرون قفيزاً بالمعدل · وأهل جند يسابور وابذج وبيان يكيلون بهذا الكر ويسمونه المرسل · ويسمى أيضا الابذجي ، وهو عندهم ثلاثون طسقا ، والطسق مكيال لهم · ويجعلونه عشرة أجربة أيضاً ·

وأما الكر الهاشمي فانه ثلث المعدل ، وهو عشرون قفيزاً بالمعدل · وبه تكال الغلات السلطانية بالاهواز ، وأكثر كورها ، ويقسمونها الى اثني عشر جريباً ، وكل جريب عشرة مخاتيم ، كل مختوم قفيزان · فيكون الكر عندهم اثني عشر جريباً ، ومائة وعشرين مختوماً ، ومائتين وأربعين قفيزاً ، وألفين وأربع مائة رطل بالبغدادي ·

فأما **الكر السليماني** فانه سدس وعشر المعدل ، وهو ستة عشر قفيزاً بالمعدل ، ويستعمله [٢٢٨ و] أهل الموصل والجزيرة وديار مصر · وهو ألف وتسع مائة وعشرون رطلا بالبغدادي ·

ولأهل البصرة كر آخر يسمى القنقل ، وهو مائة وعشرون قفيزاً بالمعدل ، وهذا الكر يخرص به النخل ويكال به البندق والتمر والزيتون والنوى والنبق والملح · وقفيز الخرص خمسة وعشرون رطلا بالبغدادي، فيكون الكر ثلاثة آلاف رطل ·

وكان تكال الغلات بنواحي فارس بأنواع سوى (هذه) المكاييل · الا أن المستعمل منها في هذا الوقت جريب أنشأه مولانا السيد شاهنشاه الاجل ، المنصور عضد الدولة وتاج الملة ، يقال له العضدي · وهو قفيزان ونصف بالمعدل · وهو عشرة أقفزة بقفزانه ، وكل قفيز ستة أكف وكل كف عشرة أعشرة ، والقفيز هو ثلاثون رطلا بالبغدادي ، وأربعة وعشرون جريباً بهذا الجريب ، وهو كر بالمعدل ·

فأما أهل الجبل فانهم يستعملون الكر الدينوري ، وهو نصف سدس الكر المعدل ، أعني خمسة أقفزة ·

وأما أهل همذان فانهم يستعملون جريباً هو مثل العضدي ، وهو قفيزان ونصف بالمعدل ·

وأهل قرميسين يستعملون جريب التسع ، وهو تسع الدينوري، وهو [٢٢٨ ظ] أربعة مكاكيك وأربعة أتساع ·

وأهل طحر ونواحي الراوند يستعملون جريب الثمن ، وهو ثمن الدينوري ، أعني خمسة مكاكيك ·

الا أن أكثر المعاملات تجري بالجبل ، خاصة بنواحي دالمرج وماه دست وماه الكوفة ، بجريب التسع الذي تقدم ذكره ·

فأما نواحي الشام وأهل مصر فانهم يستعملون شيئاً يقال له الأردب ، وهو ست ويبات ، والويبة عندهم أربعة أرباع ، والربع أربعة أقداح • وأهل الرملة يستعملون القفيز ، والقفيز عندهم أربع ويبات والويبة مكوكان ، والمكوك ثلاث كيالج •

ولأهل الحجاز الصاع ، وهو كيلجة بالمعدل • ولهم المد ، وهو ربع كيلجة • والصاع يقسم به الفطرة •

ولنواح من نواحي العرب من أهل اليمن وما يليها كر يقال له اليزيدي ، وهو خمسة وسبعون قفيزاً بالمعدل •

فهذا الذي ذكرناه كان من اختلاف أهل الأمصار في المكاييل ، ويمكن أن يستدل به على ما يستعمل في سائر النواحي ان شاء الله •

الفصل الثاني

في تصريف هذه الأكرار بعضها الى بعض (٦٧)

ما يصرف الى المعدل :	الكامل يؤخذ نصفه	الفالج خمساه
	الهاشمي يؤخذ ثلثه	السليماني يؤخذ سدسه وعشره
ما يصرف الى الكامل :	المعدل يضرب في اثنين	الفالج ينقص منه خمسه
	الهاشمي يؤخذ ثلثاه	السليماني يؤخذ ثلثه وخمسه
ما يصرف الى الفالج :	المعدل يضرب في اثنين ونصف	الكامل يزاد عليه ربعه
	الهاشمي ينقص سدسه	السليماني يؤخذ ثلثاه
ما يصرف الى الهاشمي :	المعدل يضرب في ثلاثة	الكامل يزاد عليه نصفه
	الفالج يزاد عليه خمسه	السليماني ينقص منه خمسه
ما يصرف الى السليماني :	المعدل يضرب في ثلاثة ونصف وربع	الكامل يزاد عليه نصفه وربعه وثمنه
	الفالج يزاد عليه نصفه	الهاشمي يزاد عليه ربعه

الفصل الثاني

في تصريف الجربان العضدية الى الأكرار المذكورة (٦٨)

ما يصرف الى الجربان	المعدل يضرب في أربعة وعشرين	الكامل يضرب في اثني عشر
الفالج يضرب في تسعة (وثلاثة اخماس)	الهاشمي في ثمانية	السليماني يضرب في ستة وخمسين

تصريف الجربان الى الاكرار [٢٢٩ظ]

المعدل يؤخذ ثلث ثمنه	الكامل يؤخذ نصف سدسه	الفالج نصف سدسه وسدس ثمنه
الهاشمي ثمنه	السليماني يؤخذ ثمنه وربع ثمنه	

الباب الثاني

في أجناس الحبوب وتصريفها

ان القصد من تجنيس أصناف الحبوب وتصريفها ردها الى صنف واحد ، ليمكن اعتبار الكيل والحزر والتقدير والعبر ، وذلك أن الاصناف اذا كثرت لم يمكن فيها ذلك ، اذ كان بعضها زائدا وبعضها ناقصا فلا نحصل مقدار الزيادة من النقصان ، ولا النقصان من الزيادة ، ولأن أسعار هذه الغلات بنواحي السواد مساوية لما جنسوها (به) ومقاربا له في الاكثر •

أما في غير أعمال السواد ، فليس يكاد يطرد التصريف ، لان الاسعار بها تكون مختلفة لا يقارب بعضها بعضا •

والاجناس هي أربعة ، وهي : السمسم الحنطة الشعير الجهجندم ×

وقد أضيف الى كل واحد منها أصناف من الحبوب أسعارها مساوية أو مقاربة لسعره •

فاما المضاف الى السمسم فهو الكمون والخردل والشهونبر والكرويا والخشخاش وبذر الرطبة • وهي أكثرها ثمنا وأعلاها[٢٣٠و] مرتبة ، وأسعارها تكون أبدا ضعف ثمن الحنطة بالتقريب •

فاما المضاف الى الحنطة من أصناف الحبوب فهو الحمص واللوبيا والعدس وبذر الكتان وحب الرشاد والحلبة والقرطم وحبة الخضرا والزبيب والسماق واللوز بقشره والبندق بقشره والتهرانج • وهي أوسط الاجناس ثمنا وأسعارها تكون أبدا بالتقريب ضعف سعر الشعير ونصف سعر السمسم •

فاما المضافة الى الشعير وما يجري مجراه من الحبوب فهو الارز بقشره والجاورس والذرة والدخن والهرطمان والكسبرة والمج بنواحي الشام والباقلي والخلي بنواحي الجبل • وغير ذلك من الاصناف المقاربة أسعارها في الاكثر لاسعارها • وهي أحطها مرتبة في الاجناس وتكون

× تبدو هذه الكلمة في بعض المواضع بشكل الجهكندم وهي الحنطة المخلوطة •

أسعارها بالتقريب في نواحي السواد مثل نصف سعر الحنطة وربع سعر السمسم · فأما الجهجندم فهو مركب من الذي تقدم ذكره · وهو نصف كر حنطة ونصف كر شعير · وهو جنس برأسه لا يضاف اليه شيء وثمنه يكون بالتقريب نصف وربع الحنطة ، وربع ثمن السمسم ·

فهذه الاجناس كلها كان يرد بالتصريف الى الشعير ، ويقع عليه التسعير ، فيعلم منه أسعار باقي الاجناس وها هنا [٢٣٠ظ] أصناف أخر لا يقع عليها التصريف ، وأكثرها يكون في أعمال السواد · مثل الجوز واللوز المقشر والفستق والشهبلـــوط والنبق والبندق المقشر والكمثري اليابس والخوخ المقدد ، وغير ذلك من أصناف كثيرة لا يدخل فيها تصريف الحبوب ·

تصريف الحبوب بعضها الى بعض[٦٩]

ما يصرف الى السمسم :	الحنطة يؤخذ نصفه	الشعير يؤخذ ربعه
	الجهجندم يؤخذ ربعه وثمنه	
ما يصرف الى الحنطة :	السمسم يضرب في اثنين	الشعير يؤخذ نصفه
	الجهجندم يؤخذ نصفه وربعه	
ما يصرف الى الشعير :	السمسم يضرب في اربعة	الحنطة يضرب في اثنين
	الجهجندم يزاد عليه نصفه	
ما يصرف الى الجهجندم :	السمسم يضرب في اثنين وثلث	الحنطة يزاد عليه ثلثه
	الشعير يؤخذ ثلثاه	

الباب الثالث

في تصريف الغلات بعضها الى بعض اذا كانت مختلفة الكيل وهو أربعة فصول

[٢٣١و] الفصل الأول

في ما يصرف الى السمسم من سائر الأصناف وسائر أنواع المكاييل

ما يصرف الى السمسم بالمعدل

	بالكامل	بالفالج	بالهاشمي	بالسليماني
الحنطة اذا كانت :	يؤخذ ربعه	يؤخذ خمسه	يؤخذ سدسه	يؤخذ عشره وثلث عشره
الشعير اذا كان :	يؤخذ ثمنه	يؤخذ عشره	يؤخذ نصف سدسه	يؤخذ ثلثا عشره
الجهجندم اذا كان :	يؤخذ ثمنه ونصف ثمنه	يؤخذ عشره ونصف عشره	يؤخذ ثمنه	يؤخذ عشر

فذلك يصرف الى السمسم بالمعدل ·

(على هذا المنوال يجري ترتيب المؤلف حتى تنتهي الفصول الاربعة في منتصف ٢٣٦ ظ · والجدول التالي يعطي هذه المعلومات كلها ، مع ما أهمله المؤلف أو سها عنه الناسخ · وقد استعملنا الكسر العادي حيث ضاق المجال عن ذكر التعبير التقليدي) ·

مايصرف اليه	ما يصرف	بالمعـــدل	بالكامل	بالفالج	بالهاشمي	بالسليماني
السمسم بالمعدل	الحنطة	يؤخذ نصفه	يؤخذ ربعه	يؤخذ خمسه	يؤخذ سدسه	يؤخذ ٢/١٥
السمسم بالمعدل	الشعير	ربعـــه	ثمنه	عشره	نصف سدسه	ثلثا عشره
السمسم بالمعدل	الجهجندم	٣/٨	٣/١٦	٣/٢٠	ثمنه	عشره
السمسم بالكامل	الحنطه	يترك بحـاله	نصفه	خمساه	ثلثه	٤/١٥
السمسم بالكامل	الشعير	نصفه	ربعه	خمسه	سدسه	٢/١٥
السمسم بالكامل	الجهجندم	٣/٤	٣/٨	٣/١٠	ربعه	خمسه
السمسم بالفالج	الحنطة	يزاد عليه ربعه	٥/٨	نصفه	٥/١٢	ثلثه
السمسم بالفالج	الشعير	يؤخذ ٥/٨	٥/١٦	ربعه	٥/٢٤	سدسه
السمسم بالفالج	الجهجندم	ينقص ١/١٦	١٥/٣٢	٣/٨	٥/١٦	ربعه
السمسم بالهاشمي	الحنطة	يزاد نصفه	٣/٤	٣/٥	نصفه	خمساه
السمسم بالهاشمي	الشعير	يؤخذ ٣/٤	٣/٨	٣/١٠	ربعه	خمسة
السمسم بالهاشمي	الجهجندم	يزاد ثمنه	٩/١٦	٩/٢٠	٣/٨	٣/١٠
السمسم بالسليماني	الحنطة	يزاد ٧/٨	ينقص ١/١٦	٣/٤	٥/٨	نصفه
السمسم بالسليماني	الشعير	ينقص ١/١٦	يؤخذ ١٥/٣٢	٣/٨	٥/١٦	ربعه
السمسم بالسليماني	الجهجندم	يزاد ١٣/٣٢	٤٥/٦٤	٩/١٦	١٥/٣٢	٣/٨
الحنطة بالمعدل	السمسم	يؤخذ ضعفه	يترك بحاله	ينقص خمسه	ينقص ثلثه	يؤخذ ٨/١٥
الحنطة بالمعدل	الشعير	نصفه	يؤخذ ربعه	يؤخذ خمسه	يؤخذ سدسه	٢/١٥

ما يصرف اليه	ما يصرف	بالمعدل	بالكامل	بالفالج	بالهاشمي	بالسليماني
الحنطة بالمعدل	الجهجندم	٣/٤	٣/٨	٣/١٠	ربعه	خمسه
الحنطة بالكامل	السمسم	يصرب في ٤	يضرب في ٢	يزاد عليه ٣/٥	يزاد ثلثه	يزاد ١/١٥
الحنطة بالكامل	الشعير	يترك بحاله	يؤخذ نصفه	يؤخذ خمساه	يؤخذ ثلثه	يؤخذ ٤/١٥
الحنطة بالكامل	الجهجندم	يزاد نصفه	يؤخذ ٣/٤	يؤخذ ٣/٥	نصفه	خمساه
الحنطة بالفالج	السمسم	يضرب في خمسه	يضرب في ٢ ١/٢	يضرب في ٢	يزاد ثلثاه	يزاد ثلثه
الحنطة بالفالج	الشعير	يزاد ربعه	يؤخذ ٥/٨	يؤخذ نصفه	يؤخذ ٥/١٢	يؤخذ ثلثه
الحنطة بالفالج	الجهجندم	يزاد ٧/٨	ينقص ١/١٦	يؤخذ ٣/٤	يؤخذ ٥/٨	يؤخذ نصفه
الحنطة بالهاشمي	السمسم	يضرب في ٦	يضرب في ٣	يضرب في ٢ ٢/٥	يضرب في ٢	يزاد ٣/٥
الحنطة بالهاشمي	الشعير	يزاد نصفه	ينقص ربعه	يؤخذ ٣/٥	يؤخذ نصفه	يؤخذ خمساه
الحنطة بالهاشمي	الجهجندم	يضرب في ٩/٤	يزاد ثمنه	ينقص عشره	يؤخذ ٣/٤	يؤخذ ٣/٥
الحنطة بالسليماني	السمسم	يضرب في ٧ ١/٢	يضرب في ١٥/٤	يضرب في ٣	يضرب في ٢ ١/٢	يضرب في ٢
الحنطة بالسليماني	الشعير	يزاد ٧/٨	ينقص ١/١٦	يؤخذ ٣/٤	يؤخذ ٥/٨	يؤخذ نصفه
الحنطة بالسليماني	الجهجندم	يضرب في ٤٥/١٦	يزاد ١٣/٣٢	يزاد ثمنه	ينقص ١/١٦	يؤخذ ٣/٤
الشعير بالمعدل	السمسم	يضرب في ٤	يضرب في ٢	يزاد ٣/٥	يزاد ثلثه	يزاد ١/١٥
الشعير بالمعدل	الحنطة	يضرب في ٢	يترك بحاله	ينقص خمسه	يؤخذ ثلثاه	يؤخذ ٨/١٥
الشعير بالمعدل	الجهجندم	يزاد نصفه	يؤخذ ٣/٤	يؤخذ ٣/٥	يؤخذ نصفه	يؤخذ خمساه

ما يصرف اليه	ما يصرف	بالمعدل	بالكامل	بالفالج	بالهاشمي	بالسليماني
الشعير بالكامل	السمسم	يضرب في ٨	يضرب في ٤	يضرب في ١/٥ ٣	يضرب في ٢/٣ ٢	يضرب في ٢/١٥ ٢
الشعير بالكامل	الحنطة	يضرب في ٤	يضرب في ٢	يزاد عليه ٣/٥	يزاد عليه ثلثه	يزاد عليه ١/١٥
الشعير بالكامل	الجهجندم	يضرب في ٣	يزاد عليه نصفه	يزاد عليه خمسه	يترك بحاله	ينقص منه خمسه
الشعير بالفالج	السمسم	يضرب في ١٠	يضرب في ٥	يضرب في ٤	يضرب في ١/٣ ٣	يضرب في ٢/٣ ٢
الشعير بالفالج	الحنطة	يضرب في ٥	يضرب في ١/٢ ٢	يضرب في ٢	يضرب في ٢/٣ ١	يزاد عليه ثلثه
الشعير بالفالج	الجهجندم	يضرب في ٣/٤ ٣	يزاد عليه ٧/٨	يزاد عليه نصفه	يزاد عليه ربعه	يترك بحاله
الشعير بالهاشمي	السمسم	يضرب في ١٢	يضرب في ٦	يضرب في ٤/٥ ٤	يضرب في ٤	يضرب في ١/٥ ٣
الشعير بالهاشمي	الحنطة	يضرب في ٦	يضرب في ٣	يضرب في ٢/٥ ٢	يضرب في ٢	يزاد عليه ٣/٥
الشعير بالهاشمي	الجهجندم	يضرب في ١/٢ ٤	يضرب في ١/٤ ٢	يزاد عليه ٤/٥	يزاد عايه نصفه	يزاد عليه خمسه
الشعير بالسليماني	السمسم	يضرب في ١٠	يضرب في ١/٢ ٧	يضرب في ٦	يضرب في ٥	يضرب في ٤
الشعير بالسليماني	الحنطة	يضرب في ١/٢ ٧	يضرب في ٣/٤ ٣	يضرب في ٣	يضرب في ١/٢ ٢	يضرب في ٢
الشعير بالسليماني	الجهجندم	يضرب في ٤٥/٨	يضرب في ٤٥/١٦	يضرب في ١/٤ ٢	يزاد عليه ٧/٨	يزاد عليه نصفه
الجهجندم بالمعدل	السمسم	يضرب في ٨/٣	زاد عليه ثلثه	يزاد عليه ١/١٥	ينقص منه تسعه	ينقص منه ١٣/٤٥
الجهجندم بالمعدل	الحنطة	يزاد ثلثه	يؤخذ ثلثاه	يؤخذ ٨/١٥	يؤخذ ٤/٩	يؤخذ ١٦/٤٥
الجهجندم بالمعدل	الشعير	يؤخذ ثلثاه	يؤحذ ثلثه	يؤخذ ٤/١٥	يؤخذ تسعاه	يؤخذ ٨/٤٥
الجهجندم بالكامل	السمسم	يضرب في ١/٣ ٥	يضرب في ٢/٣ ٢	يضرب في ٢/١٥ ٢	يزاد عليه ٧/٩	يزاد عليه ١٩/٤٥

ما يصرف اليه	ما يصرف	بالمعدل	بالكامل	بالفالج	بالهاشمي	بالسليماني
الجهجندم بالكامل	الحنطة	يضرب في ٢/٣ ٢	يزاد عليه ثلثه	يزاد عليه ١/١٥	ينقص منه تسعه	يؤخذ ٣٢/٤٥
الجهجندم بالكامل	الشعير	يزاد عليه ثلثه	يؤخذ ثلثاه	يؤخذ ٨/١٥	يؤخذ منه ٤/٩	يؤخذ ١٦/٤٥
الجهجندم بالفالج	السمسم	يضرب في ٢/٣ ٦	يضرب في ١/٣ ٣	يضرب في ٢/٣ ٢	يضرب في ٢/٩ ٢	يزاد عليه ٧/٩
الجهجندم بالفالج	الحنطة	يضرب في ١/٣ ٣	يزاد عليه ثلثاه	يزاد عليه ثلثه	يزاد عليه تسعه	ينقص منه تسعه
الجهجندم بالفالج	الشعير	يزاد عليه ثلثاه	ينقص منه سدسه	يؤخذ ثلثاه	يؤخذ ٥/٩	يؤخذ ٤/٩
الجهجندم بالهاشمي	السمسم	يضرب في ٨	يضرب في ٤	يضرب في ١٦/٥	يضرب في ٢/٣ ٢	يضرب في ٢/١٥ ٢
الجهجندم بالهاشمي	الحنطة	يضرب في ٤	يضرب في ٢	يزاد عليه ٣/٥	يزاد عليه ثلثه	يزاد علية ١/١٥
الجهجندم بالهاشمي	الشعير	يضرب في ٢	يترك بحاله	ينقص منه خمسه	يؤخذ ثلثاه	يؤخذ ٨/١٥
الجهجندم بالسليماني	السمسم	يضرب في ١٠	يضرب في ٥	يضرب في ٤	يضرب في ١/٣ ٣	يضرب في ٢/٣ ٢
الجهجندم بالسليماني	الحنطة	يضرب في ٥	يضرب في ١/٢ ٢	يضرب في ٢	يزاد عليه ثلثاه	يزاد عليه ثلثه
الجهجندم بالسليماني	الشعير	يضرب في ١/٢ ٢	يزاد عليه ربعه	يترك بحاله	ينقص منه سدسه	يؤخذ ثلثاه

الباب الرابع

في أمثلة يرتاض بها المتعلم

في تصريف أصناف الحبوب بأنواع المكاييل

فان كان معنا عشرة أكرار سمسما بالمعدل وأردنا أن نعلم كم يكون ذلك شعيرا بالفالج : ضربنا العشرة الاكرار السمسم في عشرة ، فكان مائة ، وهو شعير بالفالج .

فان كان معنا أربعة وعشرين كرا هرطمان بالكامل ، وأردنـــا أن نعلم كم يكون ذلك رشادا بالسليماني [٢٣٧و] فلان الرشاد هو المضاف الى الحنطة والهرطمان هو المضاف الى الشعير ، نقصنا من الاربعة والعشرين كرا نصف ثمنها ، وهو كر وثلاثون قفيزا ، كان الباقي اثنين وعشرين كرا وثلاثين قفيزا ، وهو رشاد بالسليماني .

فان كان مائتين وسبعة وعشرين كرا وأربعة أقفزة وسبعة أعشر كمون بالكامل ، وأردنا أن نعرف كم يكون ذلك شعيرا بالفالج : ضربنا المائتين والسبعة والعشرين كرا والاربعة الاقفزة والسبعة أعشر ، في خمسة ، لان الكمون هومن أصناف السمسم،فكان ألفا ومائة وثلاثين كرا وثلاثة وعشرين قفيزا وخمسة أعشر × ، وذلك شعير بالففاج .

فان كان معنا شعير مصرف بالكامل وكان ذلك قد صرف من السمسم بالمعدل ، وأردنا أن نعرف كم كان الاصل الذي صرف منه ، فذلك يكون كقولنا : شعير بالكامل ، كيف يصرف سمسما بالمعدل ؟ كقولنا : أربع مائة وأربعة وعشرين [٢٣٧ظ] كرا وستة أقفزة وخمسة أعشر شعيرا مصرفا بالكامل ، كم كان أصله سمسما بالمعدل ؟ أخذنا ثمن الاربع مائة والاربعة والعشرين كرا ، والستة الاقفزة والخمسة أعشر ، فكان ثلاثة وخمسين كرا وثمانية أعشر وثمنا.وكذلك كان سمسما بالمعدل.

× في الأصل : الف ومائة وسبعة وثلاثين كرا وثلاثة اقفزة وخمسة اعشر . وهذا خطأ ربما يكون سببه أن الحاسب نسي فعد الأكرار والأقفزة والأعشر في سلم عشري .

فان كان معنا تسع مائة وأربعة وثلاثون كرا وثلاثة أقفزة وسبعة أعشر جهجندم بالهاشمي وأردنا أن نعلم كم يكون ذلك شعيرا مصرفا بالفالج : زدنا على تسع مائة وأربعة وثلاثين كرا وثلاثة أقفزة وسبعة أعشر ، مثل ربعها ، فكان ألفا ومائة وسبعة وخمسين كرا وتسعة أقفزة وستة أعشر وربع× ، وهو شعير بالفالج .

فان كان معنا ستمائة وأربعة وثلاثين كرا حنطة بالكامل وأردنا أن نجعله شعيرا بالمعدل : فاننا نتركه بحاله فانه يكون ستمائة وأربعة وثلاثين شعيرا بالمعدل .

× هذا أيضا خطأ والصواب : ٦ ١/٤ عشير ٣٤ قفيزا ١١٦٧ كرا .

الباب الخامس

في أعمال المقاسمات

ان العمل في أمر المقاسمات هي أيضا مستخرجة من المسئلة التي [٢٣٨و] قدمنا ذكرها في المنزلة الرابعة من هذا الكتاب وذلك أنها تكون الاربعة أعداد متناسبة ، ثلاثة منها معلومة ، وواحد منها مجهول ·
والعمل في معرفة المجهول منها يكون بالثلاثة الاوجه التي أوردناها هنالك : أما بالنسبة ، وأما بالقسمة ، واما بالضرب ·

والمثال في ذلك : بيدر كان كيله أربع مائة واحد وثلاثين كــرا وأربعة أقفزة · وحق السلطان في ذلك من كل كر أربعة وعشرون قفيزا وأردنا أن نعرف ما يصيب وكيل السلطان بحقه :

ان شئنا نسبنا الاربعة والعشرين (قفيزا) من الكر ، فيكون خمسيه، فنأخذ خمسي الاربع مائة واحد والثلاثين كرا والاربعة الاقفزة ، فيكون مائة واثنين وسبعين كرا وخمسة وعشرين قفيزا وستة أعشر ، وهو ما يصيب الوكيل بحق السلطان من هذا البيدر ·

وان شئنا ضربنا الاربعة وعشرين في أربع مائة واحد وثلاثين وثلثي عشر ، فيكون عشرة ألف وثلاثمائة وخمسة وأربعين ونصفا وعشرا ، وقسمناه [٢٣٨ظ] على ستين ، فيخرج من القسم مائة واثنان وسبعون وربع وسدس وعشر عشر ، وهو مثل الجواب الاول ·

وان شئنا قسمنا الاربع مائة والاحد والثلاثين والاربعة الاقفزة على الستين ، التي هي عدد قفزان الكر ، فيخرج من القسم سبعة وسدس عشر وتسع عشر عشر ، فاذا ضربناها في أربعة وعشرين كان مائـة واثنين وسبعين كرا وخمسة وعشرين قفيزا وستة أعشر ، وهو مثل الجوابين الاولين ·

المقاسمة : أربعة وعشرين قفيزا× من كل كر ·

الاصل : أربع مائة واحد وثلاثين كرا وأربعة أقفزة ·

× في الأصل شيئا ·

الحاصل للسلطان : مائتين واثنين وسبعين كرا وخمسة وعشرين قفيزا وستة أعشر ·

الباقي : مائتان وثمانية وخمسين كرا وثمانية وثلاثين قفيزا وأربعة (أعشر) ·

فان كانت مقاسمة الكر أحد وعشرين قفيزا وستة أعشر وثلثين وأردنا أن نعرف ما يصيبنا من بيدر أصله سبع مائة [٢٣٩و] وتسعة وثلاثين كرا وسبعة وثلاثين قفيزا وخمسة أعشر :

فان شئنا نسبنا أحد وعشرين وثلثين من ستين ، فكان ربعا وتسعا، فاخذنا ربع وتسع سبع مائة وتسعة وثلاثين كرا وسبعة وثلاثين قفيزا وخمسة أعشر ، فيكون مائتين وسبعة وستين كــرا وخمسة أقفزة وعشرين ونصف سدس عشير · وهو ما يصيبنا من البيدر ·

فان شئنا ضربنا أحد وعشرين وثلثين في سبع مائة وتسعة وثلاثين ونصف وثمن ، فيكون ستة عشر ألفا وخمسة وعشرين وثمنا ونصف سدس ، ونقسمها على الستين فيخرج مائتان وسبعة وستون كرا وخمسة أقفزة وعشيران ونصف سدس عشير ·

وان شئنا قسمنا سبع مائة وتسعة وثلاثين ونصفا وثمنا على ستين ، فيخرج من القسم اثنا عشر ودانق وسبعة أعشر ونصف ثمن عشير ، ثم ضربناه في أحد وعشرين وثلثين ، فرجع الى الجواب الاول ·

الاصل : سبع مائة وتسعة وثلاثين كرا وسبعة وثلاثين [٢٣٩ظ] قفيزا وخمسة أعشر ·

الحاصل : مائتين وسبعة وستين كرا (وخمسة أقفزة) وعشيرين ونصف سدس عشير ·

الباقي : أربع مائة واثنين وتسعين كرا واثنين وثلاثين قفيزا وثلثي وربع قفيز ·

المقاسمة : أحد وعشرين قفيزا وستة أعشر وثلثين ·

نوع آخر من المقاسمة

فان كانت مقاسمة الكر ستة وعشرين قفيزا وستة أعشر وثلثين ، فاصاب السلطان بحقه مائة وأربعة وعشرون كرا وثلاثة وأربعون قفيزا وثلاثة أعشر وثلث ، وأردنا أن نعلم كم كان أصل البيدر ·

×ان شئنا قسمنا الستين على ستة وعشرين قفيزا وستة أعشر وثلثين، فيخرج من القسم اثنان وربع ، فنضربها في مائة وأربعة وعشرين كرا وثلاثة وأربعين قفيزا وثلاثة أعشر وثلث×× ، فيكون مائتين وثمانين كرا وسبعة وثلاثين قفيزا وخمسة أعشر · وذلك ما كان أصل البيدر ·

[٢٤٠و] وان شئنا ضربنا مائة وأربعة وعشرين وثلثين ونصف تسع في ستين ، فيكون سبعة ألف وأربع مائة وثلاثة وثمانين كرا وقسمناها على ستة وعشرين وثلثين فيخرج من القسم مائتان وثمانون ونصف وثمن ، وهو مائتان وثمانون كرا وسبعة وثلاثين قفيزا وخمسة أعشر ·

المقاسمة ستة وعشرون قفيزا وستة أعشر وثلثين ·

الاصل : مائتين وثمانين كرا وسبعة وثلاثين قفيزا وخمسة أعشر ·

الحاصل : مائة وأربعة وعشرين كرا وثلاثة وأربعين قفيزا وثلاثة أعشر وثلث* ·

الباقي : مائة وخمسة وخمسين كرا وأربعة وخمسين قفيزا وعشير وثلثين ·

وكذلك لو كانت مقاسمة الكر اثنين وعشرين قفيزا وخمسة أعشر ، وكان الحاصل بحق السلطان ثلاثمائة وأربعة وثلاثين كرا وسبعة [٢٤٠ظ] وثلاثين قفيزا وعشيرين ونصف ، فأردنا أن نعلم أصل البيدر: قسمنا الستين على اثنين وعشرين ونصف ، فيخرج من القسم اثنان وثلثان ، ضربناها في ثلاثمائة وأربعة وثلاثين كرا وسبعة وثلاثين قفيزا

× هذه الطريقة كتبت في الاصل مرتين ·

× × في الأصل : ونصف ·

* في الأصل : ونصف ربع ·

وعشيرين ونصف ، وكان ثمان مائة واثنين وتسعين كرا وتسعة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث · وذلك كان أصل البيدر ·

فان شئنا ضربنا ثلاثمائة وأربعة وثلاثين ونصفا وعشرا وسدس ثمن في ستين ، فكان عشرين ألفا (وسبعة) وسبعين وربعا وقسمنا على اثنين وعشرين ونصف ، فخرج من القسم ثمان مائة واثنان وتسعون كرا وتسعة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث ، وهو مثل الجواب الاول ·

المقاسمة : اثنين وعشرين قفيزا وخمسة أعشر ·

الاصل : ثمان مائة واثنين وتسعين كرا وتسعة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث ·

الحاصل : ثلاثمائة وأربعة وثلاثين كـــرا وسبعة وثلاثين قفيزا وعشيرين ونصف ·

الباقي : خمس مائة وسبعة وخمسين كرا واثنين وأربعين قفيزا وسبعة وثلثين عشيرا ·

[٢٤١و] نوع آخر من المقاسمة

فان كان حاصل السلطان من كراء كان أصله تسع مائة وتسعــة وأربعين كرا وثلاثين قفيزا ، مائتا كر واحد عشر كرا ، وأردنا أن نعرف كم كانت المقاسمة : فان شئنا ضربنا المائتين وأحد عشر في ستين ، فيكون اثني عشر ألفا وستمائة وستين ، ونقسم على أصل البيدر ، وهو تسع مائة وتسعة وأربعون ونصف ، فيخرج من القسم ثلاثة عشر وثلث ، وهو مقاسمة الكر ، أعني ثلاثة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث ·

فان شئنا نسبنا حاصل السلطان من أصل القسمة ، فوجدناه سدسه ونصف تسعه ، فنأخذ سدس الستين ونصف تسعها ، فيكون ثلاثة عشر وثلثا ، وهو ثلاثة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث · وهــو مثل الجواب الاول ·

المقاسمة : ثلاثة عشر قفيزا وثلاثة أعشر وثلث ·

الاصل : تسع مائة وتسعة وأربعين كرا وثلاثين قفيزا ·

الحاصل : مائتين وأحد عشر كرا ·

الباقي : سبع مائة وثمانين وثلاثين كرا وثلاثين قفيزا ·

[٢٤١ظ] فان كان الحاصل بحق السلطان ، من بيدر كان أصله ثمان مائة وأربعة وثلاثين وستة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر ، مائتين

وثلاثة وأربعين كرا وخمسة وعشرين قفيزا وستة أعشر ونصف× ، وأردنا أن نعرف مقاسمة البيدر :

فان شئنا ضربنا حاصل السلطان في ستين ، فيكون أربعة عشر ألفا وستمائة وخمسة ، وثلث وربع وثلثي عشر ؛ قسمناها على مجموع أصل البيدر ، وهو ثمان مائة وأربعة وثلاثون ونصف وثلثا عشر وخمس خمس ؛ فيخرج من القسم سبعة عشر ونصف ، وهو المقاسمة من كل كر ، أعني سبعة عشر قفيزا وخمسة أعشر .

فان شئنا نسبنا المائتين والثلاثة والاربعين كرا والخمسة والعشرين قفيزا والستة أعشر والنصف ، من ثمان مائة وأربعة وثلاثين كرا وستة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر ، فوجدنا سدسا وثمنا ، فاخذنا سدس وثمن الستين فكان سبعة عشر ونصفا ، وهو مثل الجواب الاول .

المقاسمة : سبعة عشر قفيزا وخمسة أعشر .

الاصل : ثمان مائة وأربعة وثلاثين كرا وستة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر .

الحاصل [٢٤٢و] : مائتين وثلاثة وأربعين كرا وخمسة وعشرين× × قفيزا وستة أعشر ونصف .

الباقي : خمس مائة واحد وتسعين كرا وعشرة أقفزة وسبعة أعشر ونصف .

فان كان مقاسمة الكر عن السلطان ستة عشر قفيزا ، وبحق الثاني ثمانيةعشر قفيزا ، ومايبقى فهو للاكار ؛ وأردنا أن نعلم مايصيب كل واحد من بيدر كيله أربع مائة وسبعة وثلاثين كرا وأربعة وعشرين قفيزا .

ان شئنا نسبنا كل واحد من الحقوق من الستين وأخذنا بقسطه من البيدر ، فيكون الستة عشر سدسا وعشرا ، والثمانية عشر خمسا وعشرا ، والباقي ، وهو ستة وعشرون ، ثلثا وعشرا . فاذا أخذنا سدس وعشر أربع مائة وسبعة وثلاثين كرا وأربعة وعشرين قفيزا (كان) مائة وستة عشر كرا وثمانية وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر ، وهو ما يصيب السلطان بحقه . واذا أخذنا خمس وعشر أربعمائةوسبعة وثلاثين كراوأربعة وعشرين قفيزا ، كان مائة واحد وثلاثين كرا وثلاثة عشر قفيزا وعشيرين، وهو ما يصيب الثاني . ويكون الباقي وهو مائة وتسعة وثمانين كرا [٢٤٢ظ] واثنان وثلاثون قفيزا وأربعة أعشر للاكار بقسطه .

× في الأصل : ثلث .

× في الأصل : أحد وعشرين قفيزا وستة أعشر وثلث وعلى هذا الأساس أعطي باقي الجواب .

فان شئنا ضربنا كل واحد من الحقوق من أصل البيدر وقسمناه على الستين ، فما خرج فهو حقه .

مقاسمات السلطان : ستة عشر قفيزا× .

أصل البيدر : أربع مائة وسبعة وثلاثين كرا وأربعة وعشرين قفيزا .

الحاصل : مائة وستة عشر كرا وثمانية وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر .

قسط الثاني : مائة واحد وثلاثين كرا وثلاثة عشر قفيزا وأربعة أعشر .

نصيب الاكار : مائة وتسعة وثمانين كرا واثنين وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر .

فان كان مقاسمة الكر بحق السلطان ثمانية عشر قفيزا وخمسة أعشر (ونصف ، وبحق الاكار اثنين وعشرين قفيزا وخمسة أعشر) والباقي للثاني ، وأردنا أن نعرف ما يصيب كل واحد منهم بحقه ، من بيدر فيه ألف وتسع مائة وثلاثة وأربعون كرا وأربعون قفيزا وخمسة أعشر : نسبنا ثمانية عشر قفيزا وخمسة أعشر ونصف من الستين ، فكان ربعا ونصف تسع ، وأخذنا ربع الالف والتسع مائة (والثلاثة) والاربعين كرا والاربعين قفيزا والخمسة أعشر ، ونصف تسعها ، فكان خمس مائة وثلاثة وتسعين كرا وأربعة وخمسين [٢٤٣و] قفيزا وربع وسدس عشير ، وهو ما يصيب السلطان بحقه .

ثم نسبنا اثنين وعشرين قفيزا وخمسة أعشر من الستين فكان ربعا وثمنا ، وأخذنا ربع وثمن الاصل ، فكان مائة وثمانية وعشرين كرا واثنين وخمسين قفيزا وستة أعشر ونصف وربع وثمن عشير ، وهو ما يصيب الاكار بقسطه من البيدر .

فاذا أسقطناها ، وهو ألف وثلاثمائة واثنان وعشرون كرا وستة وأربعون قفيزا وسبعة أعشر وربع وثلث ثمن من أصل البيدر ، صار الباقي ستمائة وعشرين كرا وثلاثة وخمسين قفيزا وسبعة أعشر وثلث وربع وثمن عشير ، وهو ما يصيب الثاني بحقه .

فان شئنا ضربنا كل واحد من حق المقاسمة في أصل البيدر ، وقسمنا ما اجتمع على ستين ، فماخرج فهو الذي يصيب كل واحد منهم. والاجوبة في ذلك متفقة .

المقاسمات بحق السلطان:ثمانية عشر قفيزا× ×وخمسة أعشر ونصف .

× اضيف هنا في الأصل : وخمسة وثلاثين كرا .

× × في الأصل : ثلاثة أعشر وثلث .

الاصل : ألف وتسع مائة وثلاثـــة وأربعون كرا وأربعون قفيزا وخمسة أعشر ٠

الحاصل : خمس مائة وثلاثة وتسعين كرا وأربعة وخمسين[٢٤٣ظ] قفيزا وربع وسدس عشير ٠

قسط الاكار : سبع مائة وثمانية وعشرين كرا واثنين وخمسين قفيزا وسبعة أعشر ونصف وربع (وثمن) ٠

حق الثاني : ستمائة وعشرين كرا وثلاثة وخمسين قفيزا وسبعة أعشر وثلث وربع وثمن عشير ٠

فان كانت مقاسمة الكر : حق السلطان ستة عشر قفيزا ، وللثاني ثمانية عشر قفيزا ، والباقي للاكار بحق أكروته ، وأصاب السلطان بحقه خمس مائة وثلاثة وثلاثون كرا وعشرون قفيزا ، وأصاب الثاني بحقه ستمائة كر ، وأردنا أن نعرف كم كان أصل البيدر وكم بقي للاكار : جمعنا المقاسمتين ، أعني الذي للسلطان والثاني ، فكان أربعة وثلاثين قفيزا ، ثم ضربنا الحقين جميعا ، وهو ألف ومائة وثلاثة وثلاثون كرا وعشرون قفيزا ، في ستين ، فكان ثمانية وستين ألفا ، وقسمنا ذلك على أربعة وثلاثين ، وهو مجموع المقاسمتين ، فخرج من القسم ألفان، وهو ما كان في أصل البيدر ، أعني ألفي كر ٠ فاذا أسقطنا منه ما أصاب السلطان والثاني ، بحق بيت المال والرقبة ، وهو ألف ومائة [٢٤٤و] وثلاثة وثلاثون كرا وعشرون قفيزا ، بقي ما للاكار بحق أكروته٠ وهو ثمان مائة وستة وستون كرا وأربعون قفيزا ٠

فان شئنا قسمنا حق بيت المـال والرقبة ، وهو ألف ومـائة وثلاثة وثلاثون كرا ، وعشرون قفيزا ، على مجموع المقاسمتين ، وهو أربعة وثلاثون قفيزا ، فيخرج من القسم ثلاثة وثلاثون وثلث ٠ ثم ضربنا ذلك : ان شئنا في ستين ، فيصير ألفين ، وهو أصل البيدر ؛ وان شئنا ، في ستة وعشرين ، تمام الستين ، فيصير ثمان مائة وستة وستين وثلثين ، وهو حق الاكار (٧٠) ٠

نوع آخر من نوادر المقاسمات (٧١)

فان كان حق بيت المال من بيدر ، من كل كر : اثنا عشر قفيزا ؛ ومن بيدر آخر ، من كل كر : عشرين قفيزا ؛ فاصاب السلطان بحق بيت المال ، من البيدرين جميعا : ثلاثون كرا ؛ وكان في البيدرين مائة كر ، فأردنا أن نعرف ما كان في كل بيدر :

قسمنا الستين على كل واحد من المقاسمتين ، وعلى فضل ما بين

المقاسمتين ، فيخرج من قسمته على اثني عشر : خمسة [٢٤٤ظ] ، (ومن قسمته على عشرين : ثلاثة) ، ومن قسمته على فضل ما بين المقاسمتين ، سبعة ونصف ٠ ثم ضربنا الثلاثين الكر ، الذي أصاب السلطان بحقه ، في خمسة ، (فكان مائة وخمسين ، أخذنا فضل ما بينهما وبين المائة ، فكان خمسين ، ضربنا خمسه بالسبعة والنصف) فكان خمسة وسبعين وهو ما كان في أحد البيدرين ، أعني البيدر الذي مقاسمته عشرين قفيزا ، وما بقي ، وهو خمسة وعشرون كرا ، هو البيدر الآخر ٠

وان شئنا ضربنا الثلاثين في الثلاثة ، وهو ما خرج من قسمة الستين على المقاسمة الاخرى ، فيكون تسعين ، أخذنا فضل ما بينه وبين المائة ، فكان عشرة ، ضربنا ثلثه في سبعة ونصف ، فكان خمسة وعشرين ، وهو ما كان في البيدر الذي مقاسمته اثنا عشر قفيزا ٠

المقاسمات : اثنا عشر قفيزا ، عشرين قفيزا ٠

أصل البيدر : مائة كر ٠

الحاصل بحق بيت المال : ثلاثين كرا ٠

ان كان في البيدرين جميعا مائتا كر ، ومقاسمة أحدهما خمسة عشر قفيزا ، ومقاسمة الآخر أربعة وعشرين قفيزا ، وأصاب السلطان بحق بيت المال من البيدرين جميعا سبعون كرا ، وأردنا أن نعرف ما في كل واحد من البيدرين ٠

استعملنا [٢٤٥و] الطريق التي سلكناها في المسئلة المتقدمة ، وذلك أن نقسم الستين على احدى المقاسمتين ، وليكن خمسة عشر ، فيخرج من القسم أربعة ، نضربها في السبعين ، فيكون مائتين وثمانين ، أخذنا الفضل بينه وبين المائتين ، فكان ثمانين ، ضربنا ربعه ، وهو عشرون ، في ما يخرج من قسمة الستين على فضل ما بين المقاسمتين ، وهو ستة وثلثان ، فيكون مائة وثلاثة وثلاثين كرا وعشرين قفيزا ، وهو ما في أحد البيدرين ٠ والبيدر الآخر هو ستة وستون كرا وأربعون قفيزا ٠

وظاهر انا متى أخذنا بقسط مقاسمة أربعة وعشرين قفيزا من كل كر من مائة وثلاثة وثلاثين كرا وثلث ، انه يكون ثلاثة وخمسين كرا وعشرين قفيزا ؛ وانا اذا أخذنا بقسط الخمسة عشر قفيزا من ستة وستين كرا وثلثين ، كان ستة عشر كرا وأربعين قفيزا ٠

فانه اذا (جمعنا) الحاصلين بحق بيت المال من البيدرين جميعا ، كان سبعين كرا ٠

فهذا الذي ذكرناه كاف في باب المقاسمات لمن له فهم ورياضة ٠

الباب السادس

في التسعير

فان وقع التسعير على أن تكون قيمة الكر أربعة وخمسين دينارا ، وأردنا أن نعرف ثمن أربع مائة وثلاثة وثمانين كرا ، ضربنا أربعة وخمسين في أربع مائة وثلاثة وثمانين ، فكان ستة وعشرين ألفا واثنين وثمانين دينارا . وهو ثمن أربع مائة وثلاثة وثمانين كرا .

فان كان قيمة الكر ثلاثة وستين دينارا وأردنا أن نعرف ثمن سبعة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر ، فان شئنا نسبنا سبعة وثلاثين قفيزا وخمسين من ستين ، التي هي قفزان الكر فكان ثلثا وربعا وخمس خمس ، وأخذنا بقسط هذه النسبة من ثلاثة وستين دينارا ، فكان تسعة وثلاثين دينارا ودانقا وستة أعشر وخمسا . وهو ثمن سبعة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر .

ولان المستعمل بمدينة السلام الحبات والقراريط من الدينار ، فالعمل في حسابه في الدوانيق والعشران واحد ، لان الدينار عندهم ستون حبة وستون عشيرا ، فيكون ثمن سبعة وثلاثين قفيزا وأربعة أعشر ، تسعة وثلاثين دينارا وخمسة قراريط وحبة وخمسا(٧٢) .

وان شئنا ضربنا سبعة وثلاثين وخمسين [٢٤٦و] في ثلاثة وستين ، فيكون ألفين وثلاثمائة وثلاثة وخمسين وخمسا ، وقسمناه على ستين ، فخرج من القسم تسعة وثلاثون وربع وخمس عشر ، وهو مثل الجواب الاول .

فان شئنا قسمنا الثلاثة والستين على الستين ، فيخرج من القسم واحد ونصف عشر ، فضربناها في السبعة والثلاثين قفيزا والاربعة أعشر ، وهو بأن نزيد عليها نصف عشرها ، وهو واحد ونصف وربع (وعشر) وخمس عشر ، فيكون مثل الجواب الاول .

وأكثر الباعة والتجار ، في أمثال هذه المسائل ، يحسبون أولا عن

القفيز الواحد ، ويضربون في جملة القفزان وكذلك يحسبون ثمن عشير واحد ويضربونه في جملة العشران ، فيجمعون بعضها الى بعض ، فيكون المجتمع ثمن المطلوب . وذلك انا اذا عرفنا ثمن القفيز الواحد في هذه المسئلة ، وذلك بأن نأخذ سدس عشر الثلاثة والستين ، فيكون دينارا وقيراطا ؛ فان شئنا جعلنا عدد الدنانير حبات ، فيكون ثلاثة وستين حبة ذهبا ، وهو ثمن القفيز . فاذا ضربنا ذلك في سبعة وثلاثين كان ثمانية وثلاثين دينارا وسبعة عشر قيراطا ، وهو ثمن السبعة والثلاثين قفيزا . فاذا عرفنا ثمن عشير واحد وهو [٢٤٦ظ] أن نأخذ عشر ثمن القفيز ، فيكون قيراطين وحبة وعشر حبة . فاذا ضربناها في أربعة ، كان ذلك ثمانية قراريط وحبة وخمس حبة ؛ فاذا أضفناها الى قيمة القفزان ، كان الجميع تسعة وثلاثين دينارا وخمسة قراريط وحبة وخمس حبة ، وهو مثل الجواب الاول .

وهذا الطريق هو أقرب على المتعلم . فاذا كان ثمن الكر معلوما ، أخذنا سدس عشرها ، كان ذلك ثمن القفيز ، فان أخذنا سدس عشر عشرها فان ذلك ثمن العشير ، وان أخذنا سدس ثمن العشير كان ذلك ثمن مكوك ، فان أخذنا نصف ثمن تسع العشر كان ذلك ثمن الكيلجة .

وكذلك اذا كان ثمن القفيز معلوما فانا ننسب المكوك أو الكيلجة أو الربع منه ، وأخذنا بقسط تلك النسبة ، فما حصل كان ذلك ثمن المنسوب منه .

مثال ذلك : اذا كان ثمن الكر سبعة وستين دينارا ، وأردنا أن نعرف ثمن سبعة عشر قفيزا : أخذنا سدس عشر سبعة وستين ، كان دينارا واحدا وقيراطين وحبة ، فاذا ضربناها في سبعة عشر ، كان ذلك ثمانية عشر دينارا وتسعة عشر قيراطا [٢٤٧و] وحبتين . وهو ثمن سبعة عشر قفيزا .

فان أردنا أن نعرف ثمن سبعة أعشر ، أخذنا عشر ثمن القفيز ، وهو دينار وقيراطان وحبة ، فيكون قيراطين ، ونصفا وخمس حبة ، فاذا ضربناه في سبعة كان خمسة عشر قيراطا وحبة ونصفا وثلثا وثلثي عشر حبة . وهو ثمن سبعة أعشر .

فان أردنا أن نعرف ثمن خمسة مكاكيك : أخذنا ثمن ثمن القفيز ، وكان قيراطين وحبتين وربعا وثمن حبة ، وضربناها في خمسة ، فكان ثلاثة عشر قيراطا وحبتين ونصفا وربعا(وثمنا؟)وهو ثمن خمسة مكاليك ٠

فان أردنا أن نعرف ثمن كيلجتين أخذنا ثلث ثمن المكوك ، الذي هو قيراطان وحبتان وربع وثمن حبة ، فكان حبتين وثلثين وثمن حبة ، وأضعفناه فكان قيراطا وحبتين وثلثا وربع حبة ٠

فان كان ثمن القفيز دينارين وثلاثة قراريط وحبتين ونصفا ، وأردنا أن نعرف ثمن أربعة وثلاثين قفيزا : ضربنا أربعة وثلاثين في دينارين وثلاث قراريط وحبتين ونصف ، فكان أربعة وسبعين دينارا وعشرة قراريط وحبة ٠ وهو ثمن أربعة وثلاثين قفيزا ٠

فان أردنا أن نعرف ثمن أربعة وعشرين كرا : فان شئنا ضربنا الدينارين في ستين [٢٤٧ظ] فكان مائة وعشرين دينارا وزدنا عليه بعدد ما معنا من الحبات ، وهو أحد عشر حبة (ونصف) ، ونصرفه دنانير، فيصير مائـة واحد وثلاثين دينارا ونصف ٠ وهو ثمن كـر واحـد ٠ ثم ضربناه في أربعـة وعشرين ، فكان ثلاثة ألف ومائـة ستـة وخمسين دينارا ٠ وهو ثمن أربعة وعشرين كرا ٠

فان شئنا ضربنا أربعة وعشرين في ستين ، فيكون ألف وأربع مائة وأربعين ، وضربناها في دينارين وثمن وثلثي عشر ، فيكون ثلاثة ألف ومائة وستة وخمسين دينارا ، وهو ثمن أربعة وعشرين كرا ٠

فان كان ثمن القفيز دينارا وسبعة قراريط وحبة ونصفا ، وأردنا أن نعرف ثمن ثلاثة مكاكيك : فان شئنا نسبنا الثلاثة من الثمانية ، التي هي عدد مكاكيك القفيز ، فيكون ربعا وثمنا ، وأخذنا ربع وثمن دينار وسبعة قراريط وحبة ونصف ، فكان عشرة قراريط ونصفا وربعا وثمنا ونصف ثمن حبة ٠ وهو ثمن ثلاثة مكاكيك ٠

فان شئنا ضربنا ثلاثة في واحد وربع وثمن ، فكان أربعة وثمنا ، وقسمناه على ثمانية فخرج من القسم نصف وثمن ثمن ، وهو عشرة

قراريط ونصف حبة [٢٤٨و] وربع وثمن ونصف ثمن حبة ٠ وهو مثل الجواب الاول ٠

فان كان قيمة الكر اثنين وسبعين دينارا وأربعة قراريط وحبتين ، فأردنا أن نعرف ثمن خمس مائة وسبعة وثلاثين كرا واربعة وعشرين قفيزا وثمانية أعشر وثلث : عرفنا ثمن خمس مائة وسبعة وثلاثين كرا ، وذلك بأن نضرب خمس مائة وسبعة وثلاثين في اثنين وسبعين وسدس وثلثي عشر ، فيكون ثمانية وثلاثين ألفا وسبع مائة وتسعة وثمانين دينارا وستة قراريط ٠ ثم نعرف ثمن أربعة وعشرين قفيزا بمثل الابواب التي تقدم ذكرها ، اما بالنسبة أو بالقسمة أو بالضرب ، فيكون ثمانية وعشرين دينارا وسبعة عشر قيراطا وخمس حبة ٠ ثم نعرف ثمن ثمانية أعشر وثلث ٠ فكان دينارا وتسع حبة ونصف سدس حبة ٠ فاذا أضفناها الى ثمن الاكرار والقفزان كان ثمانية وثلاثين ألفا وثمان مائة وتسعة عشر دينارا وثلاثة قراريط وحبتين وثلثا وربعا ، وتسعا وعشر حبة ٠ وهو ثمن خمسمائة وسبعة وثلاثين كرا وأربعة وعشرين قفيزا وثمانية أعشر وثلث ٠

[٢٤٨ظ] وهذا الذي ذكرناه من التسعير قد يستدل به على المسائل الباقية ٠ فاما المعكوسة والمقلوبة والمخالفة من مسائل التسعير فانا تركنا ذكرها ، لان ما قدمنا في باب الطسوق وانواع المقاسمات يستدل به على العمل في ذلك لمن له أدنى رياضة في الحساب ان شاء الله ٠

الباب السابع

في حساب الغلات

المعرفة بالمكاييل المختلفة

هذا الباب يقرب تناوله على من ارتاض في المسائل المتقدمة ، وذلك أنه اذا وردت مسئلة من التصريف متعلقة بالنسبة ، فينبغي للحاسب أن يصرف الغلات أولا ثم يعمل في أثمانها كما تقدم ذكره .

مثال ذلك أنه اذا كان ثمن الكر المعدل من السمسم خمسة وستين دينارا ، وأردنا أن نعرف ثمن ستة أكرار حنطة بالفالج جعلنا السمسم الذي هو بالمعدل ، حنطة بالفالج ، أو الحنطة التي هي بالفالج سمسما بالمعدل ، ليصير الجميع غلة واحدة وبكيل واحد . فكأننا جعلنا كر السمسم بالمعدل ، حنطة [٢٤٩و] بالفالج بمثل الابواب التي تقدم ذكرها ، فكان خمسة أكرار فكأنه قال : خمسة أكرار بالفالج بخمسة وستين دينارا ، كم ثمن ستة أكرار بالفالج ؟ فالعمل في ذلك كما قدمنا ذكره ، من المسئلة المذكورة ، وذلك بأن تضرب الستة الأكرار في خمسة وستين دينارا ، فيكون ثلاثمائة وتسعين ، وتقسمها على خمسة ، فيخرج من القسمة ثمانية وسبعون دينارا ، وهو ثمن ستة أكرار حنطة بالمعدل .

وكذلك تجري أنواع هذه المسائل .

نوع آخر من تسعير الغلات المصرفة

فان كان ثمن قفيز بالفالج ستة قراريط ، وأردنا أن نعرف ثمن كر بالمعدل ، فينبغي أن نعلم أولا أن نسبة الأكرار بعضها الى بعض ، هي نسبة القفزان أيضا ، بعضها الى بعض ، فان كل كر من الأكرار التي تقدم ذكرها هو مقسوم بستين قفيزا ، وكل قفيز بعشرة أعشر ، كما قدمنا ذكره . وذلك أن القفيز من الكر الفالج هو خمسا القفيز من الكر بالمعدل.

فاذا كان الامر على ما ذكرنا فانا نجعل الستة القراريط حبات ، فيكون ثمانية عشر حبة ، فنزيد عليها مثلها [٢٤٩ظ] ومثل نصفها ، لأن الفالج ينبغي أن يضرب في أثنين ونصف ، حتى يكون معدلا . فاذا فعلنا ذلك كان

ثمن الكر وهو خمسة وأربعون دينارا ، لأن حساب الدينار وقفزان الكر سواء . فاذا كان القفيز حبات معلومة ، كان الكر بمثل عدد الحبات دنانير .

فان كان ثمن مكوك بالمعدل قيراطا وحبة ذهبا ، فاردنا أن نعلم ثمن الكر السليماني : فانا نجعل القيراط والحبة : حبات ، فيكون أربع حبات ، ونأخذ سدسها وعشرها ، وهو حبة وثلثا عشر حبة ، لان الكر السليماني من الكر المعدل سدسه وعشره ، ثم نضرب الحبة والثلثي عشر حبة ، في ثمانية ، وهو عدد المكاليك ، ليكون معنا ثمن القفيز ، فيكون ثمانية وثلثا وخمسا ، وهو ثمن الكر السليماني بالدنانير .

فان كان ثمن عشير بالمعدل حبتين ونصفا ذهبا وأردنا أن نعرف ثمن كر بالفالج :

فان شئنا ضربنا الحبتين والنصف في عشرة ، ليعرف ثمن القفيز بالفالج ، فيكون خمسة وعشرين دينارا ، وهو ثمن الكر بالمعدل ، ثم ناخذ خمسيه ، فيكون [٢٥٠و] عشرة دنانير ، وهو ثمن الكر بالفالج .

نوع آخر من تسعير الغلات المصرفة

فان كان ثمن القفيز بالفالج قيراطين وحبتين ، وأردنا أن نعرف ثمن كر بالمعدل وكر بالكامل جميعا في موضع واحد :

فان شئنا عرفنا ثمن كل واحد منهما على الانفراد ، ثم جمعناهما ، فيكون ذلك ثمنهما مجموعين .

فان شنا ضربنا الكر المعدل في اثنين ونصف ، فيصير فالجا ، فيكون جملة ذلك ثلاثة أكرار ونصف وربع فالجا ، ثم بسطنا القيراطين والحبتين : حبات ، فيكون ثماني حبات . فاذا ضربناها في ثلاثة ونصف وربع ، كان ثلاثين دينارا ، وهو ثمن الكرين جميعا .

وعلى هذا يجري أمر الاسعار في الغلات المصرفة بالمكاييل المختلفة ، فليعتمد عليه ، ان شاء الله .

آخر المنزلة الخامسة . والحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد وآله أجمعين وسلم تسليما .

[٢٥٠ظ] بسم الله الرحمن الرحيم

المنزلة السادسة

من كتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني المهندس في ما يحتاج اليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب

وهو أنواع شتى

قد أتينا من جملة ما تقدم الوعد في هذا الكتاب على أكثر ما يحتاج اليه من علم الحساب في صناعة الكتابة وأعمال الدواوين . والذي بقي في هذه المنزلة لا بد للكاتب والعامل منه : أمر التصريف ، واعطاء العساكر أرزاقهم وجراياتهم والعلوفة وأمر المآصير والجواز وانفاذ الرسل والبرد وغيرهما ، مما يجري في الدواوين ، ويبقى أن يذكر في هذه المنزلة ، ليكون الباقي منها ما يستعمله التجار فيما بينهم من جميع أنواع الحسابات . ونورده في المنزلة السابعة من هذا الكتاب ، لئلا يخلي من شيء يحتاج اليه في معرفة الحساب ويجري على العادة في الاختصار والايجاز .
ونجعل هذه المنزلة أيضا سبعة أبواب ، ونذكر من كل نوع من [٢٥٢و] أنواع الحساب مسئلة واحدة ومثالا واحدا ، فان ما مضى من الاصول يغني عن الاطالة والشرح ، ان شاء الله .

أبواب هذه المنزلة

الباب الاول : في تصريف العين بالورق ، وهو خمسة فصول .
الباب الثاني : في تصريف الورق بعضها ببعض ، وهو ثلاثة فصول .
الباب الثالث : في معرفة أوزان العين والورق بعضها من بعض ، وهو فصل واحد .
الباب الرابع : في اعطاء الجند أرزاقهم وجراياتهم ، وهو فصل واحد.
الباب الخامس : في حساب العلوفة ، وهو أربعة فصول .
الباب السادس : في حساب الماصير والجواز ، وهو ثلاثة فصول .
الباب السابع : في سير البرد والفيوج والجماذات ، وهو ثلاثةفصول.

الباب الأول

في صرف العين بالورق

قد بينا في المنزلة الثانية من هذا الكتاب أن الدينار ستة دوانيق ، وعشرون قيراطا بغداديا ، وأربعة وعشرون قيراطا بصريا وفارسيا واهوازيا ، وستون عشيرا ، وستون حبة بغداذية ، واثنان وسبعون حبة بصرية [٢٥٢ظ] وفارسية ؛ وان القيراط ثلاث حبات ، وان الدرهم هو ستة دوانيق وثمانية وأربعون حبة بغداذية وبصرية ، وستة وثلاثون حبة خراسانية وشامية ، وستون عشيرا ، وستة وتسعون فلسا .

فان كان قيمة الدينار أربعة عشر درهما ودوانيق ، وأردنا أن نعرف ثمن أربعة وسبعين دينارا ، ضربنا أربعة عشر وثلثا في أربعة وسبعين ، فكان ألفا وستين درهما وأربعة دوانيق . وهو ثمن أربعة وسبعين دينارا .

فان أردنا أن نعرف ثمن خمسة دوانيق ذهبا : ان شئنا نسبنا الخمسة الدوانيق من الدينار ، فيكون نصفا وثلثا ، وأخذنا بقسطها من الاربعة عشر والثلث ، فكان أحد عشر درهما وخمسة دوانيق وستة أعشر وثلثين . وهو ثمن خمسة دوانيق ذهبا .

وان شئنا ضربنا الخمسة ، التي هي عدد الدوانيق ، في أربعة عشر وثلث ، فكان أحد وسبعين وثلثان ، وقسمناه على ستة ، وهي عدد دوانيق الدينار ، فيخرج من القسم أحد عشر ونصف وثلث وتسع . وهو مثل الجواب الاول .

[٢٥٣و] فان شئنا نقصنا من أربعة عشر وثلث ، سدسها ، وهو درهمان ودانقان وثلاثة أعشر وثلث ، فيصير الباقي ثمن الخمسة الدوانيق الذهب .

فان أردنا أن نعرف ثمن سبعة قراريط من قراريط الدينار ، وهي عشرون ، فيكون ربعها وعشرها،وأخذنا بقسطها منالاربعةعشر والثلث، التي هي قيمة الدينار ، فكان خمسة دراهم وعشيرا واحدا . وهو ثمن سبعة قراريط ذهب بغداذية .

وان شئنا ضربنا سبعة في أربعة عشر وثلث ، فكان مائة وثلثا ، وأخذنا من كل عشرين ، الذي هو عدد قراريط الدينار : درهما ، فكان خمسة دراهم وسدس عشر درهم • وهو مثل الجواب الاول •

وأكثر الكتاب والصيارف يحسبون أولا ثمن قيراطواحد ثم يضربون في عدد القراريط • فاما معرفة قيمة قيراط واحد فهو أن تضرب قيمة الدينار في ثلاثة ، فما حصل فهو ثمن القيراط عشرانا •

مثال ذلك المسئلة التي تقدم ذكرها : انا أردنا أن نعرف ثمن سبعة قراريط ذهبا بغداذية ، ضربنا قيمة الدينار ، فهو أربعة عشر درهما وثلث ، في ثلاثة ، فكان ثلاثة وأربعين ، وهو ثمن القيراط [٢٥٣ظ] عشرانا ، أعني أربعة دوانيق وثلاثة أعشر • فاذا ضربناها في سبعة كان خمسة دراهم وعشيرا واحدا • فهو مثل الجواب الاول •

فان أردنا أن نعرف ثمن حبة ذهب بغداذي ، جعلنا ثمن الدينار (عشرانا) فكان أربعة عشر عشيرا وثلثا ، أعني دانقا وأربعة أعشر وثلث، وهو ثمن حبة واحدة ذهبا •

فان أردنا أن نعرف ثمن قيراطين وحبتين ذهبا بغداذيا : ضربنا عدد حباتها ، وهي ثمانية ، في قيمة الدينار ، وهي أربعة عشر درهما وثلث ، فكان مائة وأربعة عشر وثلثين ، وهو عشران • فاذا أخذنا من كل ستين درهم (ومن كل عشرة دانقا) ومن كل واحد عشيرا ، كان درهما وخمسة دوانيق وأربعة أعشر وثلثين • وهو ثمن قيراطين وحبتين ذهبا •

فان كانت الحبات والقراريط بصرية أو فارسية : ان شئنا نقصنا مما حصل من الثمن : سدسها ، وهو دانق وتسعة أعشر وتسع ، فيبقى درهم ودانق وخمسة أعشر ونصف ونصف تسع عشير ، وهو ثمن قيراطين وحبتين ذهبا بصريا •

فان شئنا لما ضربنا الثلاثة في أربعة عشر وثلث ، أخذنا من كل اثنين وسبعين ، التي هي حبات الدينار البصرية أو الفارسية ، درهما ، فيكون [٢٥٤و] درهما ونصفا وتسعا وعشرا • وهو مثل الجواب الاول •

فان أردنا أن نعرف ثمن خمسة قراريط ذهب بصرية أو فارسية : ان شئنا ضربنا خمسة في أربعة عشر وثلث ، فيكون أحد وسبعين وثلثين ، وأخذنا من كل أربعة وعشرين ، التي هي عدد قراريط الدينار

بالبصرة ، درهما ، فيكون درهمين وخمسة دوانيق وخمسة أعشر وسدسا ، وهو ثمن خمسة قراريط ذهب بصرية •

فان شئنا نسبنا الخمسة قراريط من أربعة وعشرين ، فكان سدسا وثلث ثمن ، وأخذنا بسدس قيمة الدينار ، فكان درهمين ودانقين وثلاثة أعشر وثلثا ، وأخذنا ثلث ثمنه ، فكان ثلاثة دوانيق وخمسة أعشر ونصفا وثلثا ؛ فاذا جمعناها كانت درهمين ونصفا وربعا وثمنا وتسعا • وهو مثل الجواب الاول •

وان شئنا قسمنا أربعة عشر وثلث على أربعة وعشرين ، فيخرج من القسم ثلث وربع وثمن تسع ، ضربناها في خمسة قراريط ، فيرجع الى الجواب الاول •

وفي جميع ذلك كله : اذا أردنا أن نجعل عشران الفضة حبات ، نقصنا منها خمسها ، فيكون الباقي حبات الفضة •

[٢٥٤ظ] نوع آخر من الصروف

فان كان قيمة الدينار أربعة عشر درهما ودانقين وأربعة أعشر ، وأردنا أن نعرف ثمن ألف وخمسمائة وسبعة وستين درهما : قسمنا الالف والخمس مائة والسبعة وستين على ثمن الدينار ، وهو أربعة عشر ودانقان وأربعة أعشر ، فيخرج من القسم مائة وثمانية دنانير وستة عشر قيراطا وحبة وسدس•وهو ثمن ألف وخمسمائة وسبعة وستين درهما•

فان أردنا أن نعرف ثمن اثني عشر درهما ودانقين ونصف :

ان شئنا ضربنا الاثني عشر والدانقين والنصف ، في عشرين ، التي هي قراريط الدينار ، فكان (مائتين) وثمانية وأربعين وثلثا ، وقسمناه على أربعة عشر ودانقين وأربعة أعشر ، فيخرج من القسم سبعة عشر قيراطا ، ويبقى ثلاثة وثلث وخمس ، ضربناها في ثلاثة ، التي هي حبات القيراط ، فكان عشرة ونصفا وعشرا ، قسمناها على أربعة عشر ودانقين وأربعة أعشر ، فيخرج من القسم نصف حبة وثمن وتسع حبة ذهب بغداذية •

فان شئنا قسمنا العشرين على أربعة عشر ودانقين وأربعة أعشر ، فيخرج من القسم واحد وثلث [٢٥٥و] ونصف تسع ثم ضربناها في اثني عشر وربع وسدس ، فيصير سبعة عشر وثمنا ونصف سدس وثلث تسع ، وهي قراريط ، وهو مثل الجواب الاول •

وان شئنا عرفنا ثمن حبة واحدة ذهب ، فيكون دانقا وأربعة أعشر وخمس ، ثم قسمنا الاثني عشر والربع والسدس عليه ، فيرجع الى الجواب الاول .

فان أردنا أن نعرف ثمانية قراريط بصرية وأهوازية :

ضربنا اثنا عشر ودانقين وخمسة أعشر في أربعة وعشرين ، فيكون مائتين وثمانية وأربعين ، قسمناها على قيمة الدينار ، فيخرج من القسم عشرون قيراطا ، ويبقى عشرة : ضربناها في ثلاثة ، فيصير ثلاثين ، قسمناها على قيمة الدينار فيخرج من القسم حبتان ونصف سدس حبة . فيكون ثمن اثني عشر درهما ودانقين وخمسة أعشر من القراريط البصرية : عشرين قيراطا وحبتين ونصف سدس حبة ذهب بصرية .

فان شئنا قسمنا عدد القراريط ، وهو أربعة وعشرون ، على أربعة عشر وخمس ، فيخرج من القسم واحد وثلثان ، ضربناها في اثني عشر ودانقين ونصف ، فيصير عشرين [٢٥٥ظ] وثلثا وربعا وتسعا ، وهي قراريط ، أعني عشرين قيراطا وحبتين ونصف سدس حبة . وهو مثل الجواب الاول .

نوع آخر من الصروف

فان كان ثمن أحد وعشرين دينارا وثلث : ثلاثمائة وثلاثة وثلاثين درهما ودانقين . وأردنا أن نعرف صرف الدينار : قسمنا ثلاثمائة وثلاثين وثلث على أحد وعشرين وثلث . فيخرج من القسم خمسة عشر درهما وثلاثة دوانيق وسبعة أعشر ونصف ، وهي قيمة الدينار .

فان كان ثمن خمسة قراريط وحبة ذهب : أربعة دراهم ونصفا ، وأردنا أن نعرف ثمن الدينار .

ضربنا الاربعة والنصف في الستين ، التي هي حبات الدينار ، ان كانت القراريط بغداذية ؛ وفي اثنين وسبعين ان كانت بصرية ؛ فكانا ضربناها في ستين ، وقسمناها على خمسة قراريط وحبة ، بعد أن نبسطها حبات ؛ أعني ستة عشر حبة . فيخرج من القسم ستة عشر درهما وخمسة دوانيق وعشيران ونصف . وهي قيمة الدينار .

فان شئنا قسمنا الستين على الستة عشر ، فيخرج من القسم ثلاثة ونصف وربع ، ضربناها في أربعة ونصف ، فيكون [٢٥٦و] ستة عشر ونصفا وربعا وثمنا . وهو مثل الجواب الاول .

وان شئنا نسبنا أربعة ونصفا من ستة عشر ، فكان ربعا وربع ثمن ، فأخذنا ربع الستين وربع ثمنها ، فكان ستة عشر ونصفا وربعا وثمنا . وهو مثل الجواب الاول .

نوع آخر من الصروف

فان كان ثمن ثمانية وثلاثين دينارا وثمانية قراريط : خمس مائة درهم ، وأردنا أن نعرف ثمن تسع مائة وثلاثين دينارا :

ان شئنا قسمنا تسع مائة وثلاثين على ثمانية وثلاثين وخمسين ، فيخرج من القسم أربعة وعشرين وثمن ونصف ثمن وربع ثمن ، ثم ضربناها في خمسمائة ، فصار اثني عشر ألفـــا ومائة وتسعة دراهم ودانقين وعشيرين ونصف . وهو ثمن تسع مائة وثلاثين دينارا .

وان شئنا ضربنا الخمس مائة في تسع مائة وثلاثين ، فيكون أربع مائة ألف وخمسة وستين ألفا ، وقسمناها على ثمانية وثلاثين وخمسين، فخرج من القسم اثنا عشر ألفا ومائة وتسعة دراهم وربع وثمن . وهو مثل الجواب الاول .

وان شئنا قسمنا الخمس مائة على ثمانية وثلاثين وخمسين ، فيخرج من القسم ثلاثة عشر درهما وعشير وربع [٢٥٦ظ] وهو ثمن دينار واحد.فاذا ضربناها في تسع مائة وثلاثين ، رجع الى الجواب الاول .

فان كانت المسئلة بحالها ، فأردنا أن نعرف كم ثمن تسعة ألف وثمان مائة واثنين وخمسين درهما ودانقين وخمسة أعشر ونصف وثلث :

ان شئنا عرفنا ثمن الدينار الواحد ، بمثل ما تقدم ذكره ، فيكون ثلاثة عشر درهما وعشيرا وربعا ، وقسمنا عليها التسعة ألف والثمان مائة والاثنين والخمسين الدرهم والدانقين والخمسة أعشر والنصف والثلث ، فيخرج من القسم سبع مائة وستة وخمسين دينارا وثلاثة قراريط وحبة ، وهو ثمنه .

وان شئنا ضربنا ثمانية وثلاثين دينارا وخمسين في تسعة ألف وثمان مائة واثنين وخمسين وربع سدس وثمن تسع ، ونقسم ما اجتمع على خمس مائة فيرجع الى الجواب الاول .

وان شئنا قسمنا التسعة ألف والثمان مائة والاثنين والخمسين الدرهم والربع والسدس والثمن على خمس مائة ، فيخرج من القسم تسعة عشر وأربعة دوانيق وعشيران وخمس عشير وخمس خمس عشير ، فنضربها في ثمانية وثلاثين وخمسين ، فيرجع الى الجواب الاول .

نوع آخر من الصروف

[٢٥٧و] والحاجة اليه شديدة في أنواع كثيرة من مسائل الصرف ٠

فان كانت معنا دنانير ، وأردنا أن نصرفها بدراهم صحاح أو غلة ، نصفين ، على أن تكون الصحاح مساوية للغلة ، ضربنا الدنانير في واحد من السعرين ، وقسمنا ما اجتمع على مجموعها ، فما خرج من القسم فهو مقدار ما يصرف من السعر الآخر ٠

مثال ذلك : أنا أردنا أن نصرف سبعة وثمانين دينارا بدراهم ، نصفين ، على أن يكون نصفها(٧٣)من صرف أربعة عشر درهما بدينار ونصفها من صرف ستة عشر درهما :

ضربنا سبعة وثمانين في ستة عشر ، وهو أكثر السعرين ، فكان ألفا وثلاثمائة واثنان وتسعون ، وقسمناها على ثلاثين ، التي هي مجموع السعرين ، فخرج من القسم ستة وأربعون دينارا وثمانية قراريط ، وهو مقدار ما يصرف من الدنانير بالصحاح ؛ والباقي من الدنانير ، وهو أربعون دينارا واثنا عشر قيراطا ، هو مقدار ما يصرف من الدنانير بالغلة ٠

وان شئنا ضربنا سبعة وثمانين في أربعة عشر ، وقسمناها على ثلاثين ، فيخرج من القسم أربعون دينارا [٢٥٧ظ] واثنا عشر قيراطا ٠ وهو ما يصرف منه بالغلة ٠

فاذ صرفنا ستة وأربعين دينارا وثمانية قراريط بدراهم صحاح ، كانت ستمائة وتسعة وأربعين درهما ، وثلاثة دوانيق وستة أعشر ٠ فان صرفنا أربعين دينارا واثني عشر قيراطا بدراهم غلة ، كانت أيضا ستمائة وتسعة وأربعين درهما وثلاثة دوانيق وستة أعشر ٠ فاذا جمعناها كانت ألفا ومائتين وتسعة وتسعين درهما ودانق وعشيرين ٠ وهو ثمن سبعة وثمانين دينارا نصفين ٠

وان شئنا نسبنا أحد الصرفين من مجموعهما ، وأخذنا بقسط تلك النسبة من الدنانير ، فما حصل فهو مقدار ما يصرف من الدنانير من السعر الآخر ٠ الا ترى أننا اذا نسبنا الستة عشر ، وهو أحد السعرين من الثلاثين ، وهو مجموع السعرين ، كان ثلثا وخمسا ، فاذا أخذنا ثلث وخمس السبعة والثمانين دينارا ، كان ذلك ستة وأربعين دينارا وخمسين ، وهو ما يصرف منه بالصحاح ٠ وكذلك اذا نسبنا الاربعة عشر ، وهو السعر بالصحاح ، من الثلاثين ، وأخذنا بقسطه من السبعة والثمانين ، فيكون ذلك مقدار [٢٥٨و] ما يصرف من الدنانير بالغلة ٠

الباب الثاني

في صرف الورق بعضها ببعض

فان كانت قيمة الدينار أربعة عشر درهما صحاحا وستة عشر درهما وثلث غلة ، وكان معنا أربع مائة وستة وسبعون درهما ونصف صحاح وأردنا أن نعرف كم ثمنه غلة :

ان شئنا ضربنا أربع مائة وستة وسبعين ونصف ، في ستة عشر وثلث ، فكان سبعة ألف وسبع مائة واثنين وثمانين درهما ونصفا وثلثا ؛ وقسمناها على أربعة عشر ، فخرج من القسم خمس مائة وخمسة وخمسون درهما وخمسة دوانيق ونصف غلة ٠ وهو ثمن أربع مائة وستة وسبعين درهما ونصف صحاح ٠

فان شئنا قسمنا أربع مائة وستة وسبعين درهما ونصفا على أربعة عشر ، فخرج من القسم أربعة وثلاثون وربع سبع ، وهو دنانير ، ثم ضربناها في ستة عشر وثلث ، فصار خمس مائة وخمسة وخمسين درهما وثلثين وربعا ٠ وهو مثل الجواب الاول ٠

وجماعة من الصيارف يسلكون هذا الطريق في أمثال هذه المسائل :

وان شئنا أخذنا فضل ما بين الصرفين ، وهو درهمان وثلث ، ونسبناها من أربعة عشر ، فكان سدسها ، وزدنا على أربع مائة وستة وسبعين درهما ونصف : سدسها ، وهو تسعة [٢٥٨ظ] وسبعون درهما ودانقان وخمسة أعشر ، فيصير خمس مائة وخمسة وخمسين درهما وخمسة دوانيق وخمسة أعشر ٠ وهو مثل الجواب الاول ٠ وأكثر الناس والصيارف يسلكون هذا الطريق في حساب أمثال هذه المسائل ٠

فان كانت الدراهم غلة وأردنا أن نعرف كم يكون ثمنها صحاحا :

ان شئنا ضربنا الاربعة عشر ، التي هي صرف الدينار ، في أربع مائة وستة وسبعين ونصف ، فيكون ستة ألف وستمائة واحد وسبعين درهما ، وقسمناه على ستة عشر وثلث فيخرج من القسم أربع مائة وثمانية دراهم ودانقان وخمسة أسباع عشير صحاح ٠ وهو ثمن أربع مائة وستة وسبعين درهما ونصف غلة ٠

وان شئنا قسمنا الاربع مائة والستة والسبعين والنصف على ستة

عشر وثلث ، لنعرف ثمنها (أعني) قيمتها دنانير فيكون تسعة وعشرين دينارا وثلاث قراريط وحبة وسبعي حبة وستة أسباع سبع حبة ، وضربناها في أربعة عشر ، فيصير أربع مائة وثمانية دراهم ودانقين وخمسة أعشر وخمسة أسباع عشير ، صحاح ، وهو مثل الجواب الاول ·

وان شئنا نسبنا فضل ما بين الصرفين ، وهو درهمان وثلث ، من صرف الغلة ، [٢٥٩و] فكان سبعها ، نقصناه من أربع مائة وستة وسبعين ونصف ، وهو ثمانية وستون درهما وأربعة أعشر وسبعا عشر ، فيصير الباقي أربع مائة وثمانية دراهم وثلاثة أسباع درهم · وهو مثل الجواب الاول ·

نوع آخر من الصروف

فان كان قيمة الدينار أربعة عشر درهما صحاحا ، وستة عشر درهما غلة ، وعلى المعامل أن يؤدي ألف درهم نصفين ، أدى ألف درهم من صرف خمسة عشر درهما بدينار ، وأردنا أن نعرف المقدار الذي يحتسب له ويثبت الدور فيه وهل قد أدى ما يجب عليه أو بقيت عليه بقية ، أو فضل له شيء :

فان شئنا جعلنا الالف الدرهم دنانير بالسعر الذي أدى ، واذا فعلنا ذلك كانت قيمته عينا ستة وستين دينارا وثلثين · ثم صرفنا تلك الدنانير بدراهم نصفين حسب ما قدمنا ذكره وشرحناه في الباب الذي قبل هذا · فيكون ثمن الغلة أحد وثلاثين دينارا وقيراطين وثلثي حبة ؛ وتكون الدراهم الغلة أربع مائة وسبعة وتسعين درهما وأربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين ؛ ويكون ثمن الصحاح خمسة وثلاثين دينارا وأحد عشر قيراطا وثلث حبة ، ويكون ايضا الدراهم الصحاحأربع مائــة [٢٥٩ظ] وسبعة وتسعين درهما وأربعة دوانيق وستة أعشر وثلثين · فاذا جمعنا الجميع كانت تسع مائة وخمسة وتسعين درهما وثلاثة دوانيق وثلاثة أعشر وثلث ، وهو ما يحتسب له · وصار الباقي عليه من جملة الالف درهم أربعة دراهم ودانقين وستة أعشر وثلثين ·

وان شئنا صرفنا نصف الدراهم على الصرف الذي أدى ، فيكون ثلاثة وثلاثين دينارا وثلثا ، واسقطنا منها ثلث عشرها وزدنا عليها ثلث عشرها ، فيرجع الى الجواب الاول ·

فان كان على معامل من الخراج مال نصفين : النصف من صرف

أربعة عشر درهما بدينار والنصف من صرف ثمانية عشر درهما بدينار ؛ أدى ألف درهم من خمسة عشر درهما ؛ فأردنا أن نعرف كم يحسب له النصفين ، وهل يفضل له أو يحصل عليه ، أو هو كفاف : جعلنا الذي أداه وهي ألف درهم ، دنانير ، على الصرف الذي أدى فيكون ستة وستين دينارا وثلثين ؛ ونأخذ نصفها ونصف ثمنها ، وهو نسبة أكثر السعرين من الجملة ، فكان سبعة وثلاثين دينارا ونصفا ، وهي ثمن الدراهم الصحاح · ويبقى تسعة وعشرون دينارا وسدس ، وهو ثمن الدراهم الغلة · فاذا أضعفناها كانت ألفا وخمسمائة · وهو مقدار ما يحتسب [٢٦٠و] له · ويفضل له خمسون درهما على ما أدى مــن الصرفين جميعا ·

فان أدى سبع مائة صحاحا ، وأردنا أن نعرف كم يحتسب لــه نصفين ، على أن الصحيح على أربعة عشر بدينار ، والغلة على ستة عشر بدينار : عرفنا ثمنها دنانير ، فكانت خمسين دينارا ، فكأنه قال : خمسين دينارا كم يكون ثمنها نصفين على الصرف المتقدم ذكره ؟

فاذا سلكنا فيها الطريقة التي قدمنا ذكرها ، كان الذي يصرف من هذه الدنانير بالصحاح : ستة وعشرين دينارا وثلثين ، والذي يصرف منها بالغلة ثلاثة وعشرين دينارا وثلث · فاذا صرفت الدنانير بالدراهم كان كل واحد من الغلة والصحاح ثلاثمائة وثلاثة وسبعين درهمــا ودانقين ، فيكون الذي يحتسب به سبع مائة وستة وأربعون درهما وأربعة دوانيق ، نصفين من الصرفين اللذين تقدم ذكرهما ·

فان شئنا قسمنا السبع مائة على مجموع الصرفين ، وهو ثلاثون ، فيخرج من القسم ثلاثة وعشرون وثلث ، وهو من الغلة ، والصحاح مثله · فان كان الذي أدى سبع مائة درهم غلة ، قسمناها على مجموع الصرفين ، فيخرج من القسم ثلاثة وعشرون دينارا وثلث ، وهو ثمن الصحاح ، وهو ثلاثمائة وستة وعشرون درهما وثلثان ، والغلة مثله ، والذي يحتسب به له ستمائة وثلاثة وخمسون درهما وثلث ·

نوع آخر من الصروف

[٢٦٠ظ] فان كان قيمة الدينار أربعة عشر درهما صحاحا ، وثمانية عشر درهما غلة ، وأردنا من الصرفين سبعة عشر درهما(٧٤) ، قسمنا فضل

ما بين سبعة عشر ، وهو المقدار الذي نريده ، وبين التسعير الأكثر ، على فضل ما بين السعرين ، وهو أربعة ، فيخرج من القسم ربع دينار ، وهو ثمن الصحاح ، وما بقي من الدينار ، وهو نصف وربع دينار ، وهو ثمن الغلة ؛ فيكون الذي يصيبه من الصحاح ثلاثة دراهم ونصف ، والذي يصيبه من الغلة ثلاثة عشر درهما ونصف ، فاذا جمع ذلك كان سبعة عشر درهما من الصرفين جميعا ·

فان نسبنا فضل ما بين السبعة عشر والسعر الأقل ، وهو ثلاثة ، من فضل ما بين السعرين ، وهو أربعة ، فيكون نصفا وربعا ، وهو ثمن الغلة ·

فان كانت دنانير كثيرة عرفنا ثمن الدينار الواحد ، وسلكنا فيهـا الطريقة التي ذكرناها ·

وينبغي أن تكون الدراهم التي تطلب من الصرفين مثل باقي هـذه المسئلة : فان سبعة عشر هو بين الأربعة عشر والثمانية عشر ، ومتى كان من غير هذا القبيل لم تصح المسئلة واستحالت ·

فان كانت قيمة الدينار أربعة عشر درهما صحاحا وستة عشر درهما سهولة وثمانية عشر درهما غلة ، وأردنا من الجميع بدينار واحد سبعة عشر درهما(٧٥) :

جمعنا سعر الصحاح والسهولة ، فكان ثلاثين ، وأسقطناها من ضعف سعر الغلة ، وهو ستة وثلاثون [٢٦١و] فيصير الباقي ستة . نسبنا منه فضل ما بين السبعة عشر التي طلب والثمانية عشر ، وهو واحد ، فكان سدس دينار ، فنقول أن ذلك يؤخذ من الصحاح ، وبمقداره يؤخذ من السهولة ، وبما بقي من الدينار ، وهو ثلث دينار ، يؤخذ من الغلة ؛ فيكون الصحاح درهمين ودانقين ، والسهولة درهمين وأربعة دوانيق ، والغلة اثنا عشر درهما · فاذا جمع ذلك كان سبعة عشر درهما ، وهو مقدار ما طلب من الاسعار الثلاثة ·

وأمثال هذه المسئلة فيها طرق كثيرة وأجوبة ، لم نؤثر تطويل الكتاب بشرح ذلك فانه بغير هذه الصناعة اليق ، أعني صناعة الجبر والمقابلة · ان شاء الله ·

الباب الثالث

في معرفة أوزان العين والورق بعضها من بعض

قد بينا في المنزلة الثانية أن وزن الذهب مثل وزن الفضة ومثل ثلاثة أسباعه ؛ فان وزن الفضة نصف وخمس وزن الذهب · فان كان معنا دنانير وزنت بصنجات الفضة ، وأردنا أن نعلم كم وزنها بالمثاقيل :

ان شئنا أخذنا نصفها وخمسها ، فما كان فهو وزن الدنانير بالمثاقيل ·

وان شئنا ضربنا ما حصل من وزنه بالفضة ، في سبعة ، وقسمناه على عشرة ، فما خرج من القسم فهو وزنه بالمثاقيل ·

فان كانت دراهم موزونة بالمثاقيل ، وأردنا أن نعرف وزنها بصنجات الفضة ، زدنا عليه ثلاثة [٢٦١ظ] أسباعها ، أو ضربناها في عشرة ، وقسمناها على سبعة ، فما حصل فهو وزنها بصنجات الفضة ·

مثال ذلك : انا وزنا دنانير بصنجات الفضة ، فكانت أربع مائة وثمانين ، وأردنا أن نعلم كم يكون ذلك بالمثاقيل : أخذنا نصفها وخمسها ، فكان ثلاثمائة وستة وثلاثين ، وهو وزن الدنانير بالمثاقيل · وان شئنا ضربنا الأربع مائة والثمانين في سبعة ، فكان ثلاثة الف وثلاثمائة وستين ، قسمناها على عشرة ، فخرج من القسم ثلاثمائة وستة وثلاثين ، وهو مثل الجواب الأول ·

فان كانت دراهم وزنت بالمثاقيل ، فكانت أربع مائة وثمانين مثقالا ، وأردنا أن نعرف كم يكون ذلك بصنجات الفضة : زدنا عليها ثلاثة أسباعها وهو مائتان وخمسة وخمسة أسباع درهم ، فيصير ستمائة وخمسة وثمانين درهما وخمسة أسباع · فان شئنا ضربنا الاربع مائة والثمانين في عشرة ، فكان أربعة الف وثمانمائة درهم ، وقسمناها على سبعة ، فخرج من القسم ستمائة وخمسة وثمانين درهما وخمسة أسباع درهم · وهو مثل الجواب الأول ·

الباب الرابع

في اعطاء العساكر (أرزاقهم وجراياتهم)

ان أرزاق الجند مختلفة في البلاد ، وليس تجري على سنن واحد ، وهي بحسب ما يرى السلطان أن يرسمه ويثبته في الدواوين ، فاذا أراد [٢٦٢و] الفارض أن يعرف ما يستحق جماعة منهم مختلفة الأرزاق ، لأشهر معلومة ، فينبغي أن يحبس الأسماء ويجعل من كان رزقه متساوياً جنساً واحداً ، ويضرب عددهم في مال شهر واحد ، فما اجتمع يضربه في عدد الأشهر ، فما حصل من الضرب فهو جملة ما تستحق تلك الطائفة من أرزاقهم في تلك المدة ·

مثال ذلك : اذا أردنا أن نعرف ما يستحق مائتا نفس في مدة سبعة أشهر ، ورزق كل واحد منهم في الشهر مائة وعشرين درهماً : ان شئنا ضربنا المائتين في مائة وعشرين فيكون أربعة وعشرين ألف درهم ، وهي ما يستحقونه في شهر واحد ، ثم يضرب ذلك في سبعة ، فيكون مائة ألف وثمانية وستين ألف ، وهو مقدار ما يستحقونه في مدة سبعة أشهر · وان شئنا ضربنا المائتين في سبعة ، فيكون الفا واربع مائة ، ثم نضربها في مائة وعشرين ، فيرجع الى الجواب الأول · وان شئنا ضربنا المائة والعشرين في سبعة ثم ضربناها في المائتين ، فان ذلك يرجع الى جواب واحد ·

فان كان المائتا نفس بارزاق مختلفة ، وكان منهم ثلاثون نفسا رزق كل واحد في الشهر خمس مائة درهم ، وأربعون رزق كل واحد منهم في الشهر ثلاثمائة درهم ، والباقون رزق كل واحد منهم ثمانون درهما ، وأردنا أن نعرف [٢٦٢ظ] ما يستحقونه في مدة أحد عشر شهرا : ضربنا رزق كل جنس منهم في عددهم وجمعناه ، ثم نضرب ذلك في أحد عشر : فاذا ضربنا الثلاثين في خمس مائة كان خمسة عشر ألفا ، فاذا ضربنا الاربعين في ثلاثمائة كان اثني عشر ألفا، فاذا ضربنا المائة والثلاثين الباقية في ثمانية كان عشرة الف واربع مائة ، فاذا جمعناها كلها كانت سبعة وثلاثين الفا واربع مائة ودرهم · وذلك ما يستحقونه في شهر واحد · فاذا أردنا أن نعرف ما يستحقونه في مدة أحد عشر شهرا ، ضربناها في أحد عشر ، فكانت أربع مائة الف وأحد عشر الفا واربع مائة · وهو مقدار ما يستحقونه في أحد عشر شهرا ·

فاذا أردنا أن نعرف ما يستحق كل نفر منهم على انفراد : ضربنا ما

اجتمع من ضرب عدد الرجال في أرزاقهم ، في كل نفر ، في أحد عشر ، فيكون الذي يستحق الثلاثون نفسا في مدة أحد عشر شهرا مائة الف وخمسة وستين الفا ، والذي يستحق الاربعون نفسا في هذه المدة مائة الف واثنين وثمانين الفا ، والذي يستحق المائة والثلاثون نفسا في المدة مائة وأربعة عشر ألفا وأربع مائة ·

واذا أردنا أن نعرف ما يستحقونه في يوم واحد أخذنا ثلث عشر استحقاقهم في شهر ، وهو سبعة وثلاثون الفا واربع مائة ، فيكون الفا ومائتين وستة وأربعين (وثلثين) · وهو مقدار ما يستحقونه في يوم واحد· [٢٦٣و] وعلى هذا يجري أمر أرزاق الجند ·

فان كان من جملة المائتي نفس : لثلاثين منهم في اليوم خمسون رطلا خبزا ، جراية ، وجراية أربعين منهم ثلاثون رطلا ، وجراية الباقين ، وعدتهم مائة وثلاثون نفسا ، ثمانية أرطال ، وأردنا أن نعرف ما يستحقونه لشهر : كان الطريق الى ذلك مثل الطريق التي سلكناها في باب الرزق ، فيكون الذي يستحقونه في كل يوم ثلاثة الف وسبع مائة وأربعين رطلا · وذلك انا ضربنا ثلاثين في خمسة فكان الفا وخمس مائة رطل ، وهو ما يستحقه الثلاثون النفر في يوم واحد ، وضربنا الأربعين في ثلاثين في ثمانية فكان ألفا وأربعين رطلا ، وهو ما يستحقونه الاربعون النفر في يوم واحد ، وضربنا المائة والثلاثين في ثمانية فكان الفا وأربعين رطلا ، وهو ما يستحقه المائة والثلاثون النفر في يوم واحد ؛ وذلك ثلاثة ألف وسبع مائة وأربعون رطلا، اذا جمعت ·

فاذا أردنا أن نعرف ما يستحقونه لشهر واحد : ضربنا ذلك في ثلاثين، ان كانت الشهور تجري على الفارسية ، فكان مائة الف واثني عشر الفا ومائتين ، وهو ما يستحقونه في شهر واحد فارسي · فان كانت الشهور هلالية ، ضربناها في تسعة وعشرين ونصف ، فكان مائة ألف وعشرة آلاف وثلاثمائة [٢٦٣ظ] × وثلاثين رطلا، وهو ما يستحقونه في شهر واحد هلالي· فان أردنا أن نعرف ما يستحقونه في سبعة أشهر ، ضربنا ما يستحقونه في شهر واحد : في سبعة ، فيكون استحقاقهم في سبعة أشهر فارسية سبع مائة وخمسة وثمانين الفا وأربع مائة رطل ؛ وفي سبعة أشهر هلالية سبع مائة واثنين وسبعين الفا وثلاثمائة وعشرة × × ·

على هذا القياس ينبغي أن تكون جميع أنواع هذا الحساب ·

× في الأصل : وتسعة وثلاثين ·

× × في الأصل : وثلاثة وسبعين ، وهذا يتفق مع القيمة المخطوءة التي أعطيت للاستحقاق الشهري ·

الباب الخامس
في حساب العلوفة

هذا الباب يشبه الباب الذي تقدم ذكره ، وذلك أن علوفة الدواب هي أيضا نوع من الجرايات · الا أنها لا تختلف كاختلاف الجرايات · فان أكثر الدواب تكون علوفتها متساوية · فان اختلف فينبغي أن يعتمد على الباب الذي ذكرناه في الجرايات ·

فاذا كان مائتا رأس دوابقضيم كلواحد منها في اليوممكوكشعيرا ، فاردنا أن نعلم قضيمها لثلاثة أشهر فارسية : ضربنا المائتين في تسعين ، وهي أيام ثلاثة أشهر ، فكان ثمانية عشر الفا ، وأخذنا من كل أربع مائة وثمانين : كرا [٢٦٤و] فكان سبعة وثلاثين كرا وثلاثين قفيزا ، وهو مقدار ما تعتلفه في ثلاثة أشهر ·

فان كانت الشهور هلالية ، ضربنا المائتين في ثلاثة ، فصار ستمائة ، ثم ضربناها في تسعة وعشرين ونصف ، فصار سبعة عشر الفا وسبع مائة ، قسمناها على أربع مائة وثمانين فخرج من القسم ستة وثلاثون كرا واثنان وخمسون قفيزا ونصف فان أردنا أن نعرف علوفتها لشهر واحد ، ضربنا عدد الرءوس في ثلاثين ، ان كان شهرا فارسيا ·

فان كانت المائتا رأس قضيمها في الشهر اثنا عشر كرا ، وأردنا أن نعرف قضيم كل رأس من الدواب في كل يوم : قسمنا اثنا عشر كرا على مائتين فيخرج من القسم ثلاثة أقفزة وأربعة مكاليك وكيلجتان وربع وثمن وخمس ثمن · وذلك قضيم دابة واحدة في شهر · وهو ثلاثة أقفزة وستة أعشر · ثم نقسم على ثلاثين ، ان كانت الشهور فارسية ، فيكون قضيم دابة واحدة في يوم واحد عشيرا وخمسا · وان كانت الشهور هلالية ، قسمناها على تسعة وعشرين ونصف ، فيخرج من القسم كيلجتان وسبعة اثمان وخمس وعشر ثمن ، بالتقريب× ·

[٢٦٤ظ] نوع آخر من الحساب

فان كان عشرة أرؤس×× قضيمها في الشهر أربعون قفيزا ، وأردنا أن نعرف قضيم ثلاثة ارؤس منها في الشهر : ضربنا الثلاثة في الأربعين ،

× لعل المقصود : خمس وثمن وعشر ثمن بالتقريب ·
×× المقصود جمع القلة لكلمة رأس ، والناسخ يكتبها ارئس وارس ·

فكان مائة وعشرين ، وقسمناها على عشرة ، فخرج من القسم اثنا عشر قفيزا ، وذلك قضيم ثلاثة ارؤس في الشهر ·

نوع آخر

فان كان عشرة ارؤس قضيمها في الشهر أربعين قفيزا وأردنا ان نعرف قضيم سبعة ارؤس في تسعة أيام : ضربنا العشرة في ثلاثين ، التي هي عدد أيام الشهر ، فكان ثلاثمائة وحفظناه ، ثم ضربنا السبعة في تسعة فكان ثلاثة وستين ، ثم ضربناها في أربعين فكان الفين وخمس مائة وعشرين ؛ وقسمناه على ما حفظناه ، فكان ثمانية اقفزة وأربعة أعشر · وذلك علوفة سبعة ارؤس في تسعة أيام ·

نوع آخر

فان كان عشرة ارؤس قضيمها في الشهر أربعون قفيزا ، أطلقنا على سبيل التعليف خمسة أرؤس (في أرض) فيها أربعة أقفزة ، فأردنا أن نعرف لكم يوم يكون ذلك لها : ضربنا العشرة في ثلاثين ، فكان ثلاثمائة ، ثم ضربناها في أربعة أقفزة ،فكان الفا ومائتين ، وحفظناها ؛ ثم ضربنا الخمسة في الأربعين فكان مائتين [٢٦٥و] ، وقسمنا عليها ما حفظناه ، فخرج من القسم ستة ، وهي الايام التي تعلف فيها الخمسة ارؤس أربعة أقفزة ·

نوع آخر

فان كان عشرة ارؤس قضيمها في الشهر أربعون قفيزا · استلف أربعة أقفزة× لقضيم ستة أيام ، وأردنا أن نعرف لكم رأس يكون ذلك : ضربنا العشرة في عدد أيام الشهر ، فكان ثلاثمائة ، ثم ضربناه في الأربعة الاقفزة ، فكان الفا ومائتين ، وحفظناه ؛ ثم ضربنا الستة في الأربعين فكان مائتين وأربعين ، وقسمنا عليه الألف والمائتين ، فخرج من القسم خمسة ، وهي عدد الدواب التي استلف لها الأربعة الأقفزة ·

وعلى هذا يجب أن تكون جميع أنواع هذا الحساب ·

× في الأصل : قفيزان ·

الباب السادس

في حساب المآصير × والجواز

المواضع المرتبة لأصحاب السلطان الموكلين بالطرق وجباية حق الأجتياز تسمى بالسواد المآصير ، وتسمى المراكز أيضا ، والتفتيش الذي يتولاه أصحاب (كلمتان أو ثلاث) والرسوم في ذلك أيضا مختلفة في سائر النواحي وذلك حسب ما يراه السلطان ويرسمه فمنها ما يأخذ السلطان من جميع ما يجتاز بالمراكز جزءا مثل الأعشار [٢٦٥ظ] التي بالبصرة وعمان سواحل البحر الى نواحي الهند ؛ ومنها ما يكون المرتسم قد جرى بأنه يؤخذ من كل شيء من البر وغيره من الأمتعة ، شيء معلوم من الدراهم ، مختلفة المقدار على قدر المتاع • ومنها ما يكون الرسم قد جرى ان يؤخذ من كل حمل درهم واحد من غير فكر في خسة المتاع ورفعته •

فان كان المعتبر على المجتاز من كل حمل أربعون درهما ، وورد المآصير مائتا حمل ، ضربنا المائتين في أربعين ، فكان ثمانية الف وهو مبلغ معتبرها (؟) فان كان من جملة المائتي حمل : ثلاثون حملا طيبا ، وأربعون حملا برا ، ومائة وأربعون حملا سقطا ، وكان الرسم أن يؤخذ من الطيب ، من كل حمل خمسون درهما ، ومن البر من كل حمل أربعون درهما ، ومن السقط من كل حمل خمسة دراهم ، وأردنا أن نعرف ما يلزم المائتي حمل : ضربنا (ما ذكر ؟) من الاحمال في ما يجبى عليها ، وجمعناها فكان ما يلزم الطيب الف وخمس مائة درهم ، والذي يلزم البر الف وستمائة درهم ، والذي يلزم السقط خمس مائة وستين × × درهما(٧٦) •

[٣٠١و] نسبنا الستة والعشرين من الخمسة والأربعين ، وأخذنا بقسطها من الستين ، فيرجع الى الجواب الأول •

× يكتبها الناسخ هنا المآصير •

× × هكذا في الأصل والصحيح سبعمائة درهم • وهنا تنتهي الورقة ٢٦٥ والأوراق التالية تختلف نوعا وخطا وهي تبدأ من أواخر الباب الثاني في المنزلة السابعة ، وهي غير مرقمة وسنبدأ ترقيمها بالرقم ٣٠١ •

فان أردنا أن نعرف كم يكون ثمن احدى وعشرين رطلا ونصف ،ضربنا الأحد والعشرين والنصف في خمسة وأربعين ، فيكون تسع مائة وسبعة وستين ونصفا ، وقسمناه على ستين ، فيخرج من القسم ، ستة عشر درهما وثمن • وهو ثمن أحد وعشرين رطلا ونصف •

وان شئنا نسبنا الخمسة والاربعين من الستين فكان نصفها وربعها ، وأخذنا نصف وربع الأحد والعشرين والنصف ، فيرجع الجواب الأول • وان شئنا نسبنا الأحد والعشرين والنصف من الستين ، فكان ثلثها وربع عشرها ، فناخذ ثلث الخمسة والأربعين ، وربع عشرها ، فيكون مثل الجواب الأول •

وان كان فوق الدبس بأربعة وثمانين درهما وأردنا أن نعرف ثمن أربعة وعشرين رطلا ، أو أردنا أن نعرف ما يصيبنا بخمسة وثلاثين درهما ، كان العمل في ذلك ، وفي المسائل التي ذكرناها ، سواء • وكذلك الأمر في القامين والوزنات وجرار الزيت وليس [٣٠١ظ] يجب أن نطول الكتاب بمثل هذه الأبواب • فان من وقف على بعض ما ذكرناه تسهل عليه هذه الأمور كلها ، ان شاء الله •

الباب الثـالث
في حساب الأجراء

فان كان أجير اجرته في الشهر أربعة وخمسين درهما ، وأردنا أن نعرف ما يصيبه لسبعة أشهر : ضربنا السبعة في أربعة وخمسين فـكان ثلاثمائة وثمانية وسبعين درهما ، وهو ما يستحقه في مدة سبعة أشهر ·

فان أردنا أن نعرف ما يصيبه في أحد وعشرين يوما ، ضربنا الأحد والعشرين في أربعة وخمسين ، فكان الفا ومائة وأربعة وثلاثين ، وقسمناه على ثلاثين ، ان كانت الشهور فارسية ، فيخرج من القسم سبعةوثلاثون وأربعة أخماس،وهو ما يصيب الاجير في أحد وعشرين يوما،فان كانت الشهور هلالية ، قسمناه على تسعة وعشرين ونصف ، فيخرج من القسم ثمانية وثلاثون ودانقان وخمس حبات وسدس حبة ، بالتقريب · فان شئنا نسبنا الأحد والعشرين من ثلاثين ، فكان نصفا وخمسا ، وأخذنا نصف وخمس الأربعة والخمسين ، فكان [٣٠٢و] سبعة وثلاثين وأربعة أخماس ، وهو مثل الجواب الأول · وان شئنا قسمنا الأربعة والخمسين على ثلاثين ، فيخرج من القسم واحد واربعة أخماس ، ضربناها في أحد وعشرين ، فيرجع الى الجواب الأول ·

فان أسلفنا الأجير أربعة وثمانين درهما وأردنا أن نعلم ما يجب عليه أن يعمل ، ضربنا الأربعة والثمانين في الثلاثين فكان الفين وخمس مائـة وعشرين ، قسمناه على أربعة وخمسين ، فيخرج من القسم ستة وأربعون وثلثان ، وهو شهر وستة عشر يوما وثلثان ، وهو مقدار ما يجب على الأجير أن يعمل بما أسلف له ·

وان شئنا قسمنا أربعة وثمانين على أربعة وخمسين ، فيخرج من القسم واحد وخمسة أسباع ، ضربناها في ثلاثين ، فيصير ستة وأربعون وثلثين · فان شئنا نسبنا الثلاثين من أربعة وخمسين ، فكان خمسة أتساع ، أخذنا خمسة أتساع أربعة وثمانين ، فكان مثل الجواب الأول ·

نوع آخر من حساب الأجراء

فان عمل تسعة أيام [٣٠٢ظ] وثلث ، بعشرة دراهم ونصف ، وأردنا أن نعلم كم تكون اجرته في الشهر : ضربنا العشرة والنصف في ثلاثين ، فكان

ثلاثمائة وخمسة عشر ، وقسمناه على ما عمل ، وهو تسعة أيام وثلث ، فيخرج من القسم ثلاثة وثلاثون ونصف وربع ، وهو أجرته في الشهر ·

وان شئنا قسمنا العشرة والنصف على تسعة وثلث ، فيخرج من القسم واحد وثمن ، ضربناها في الثلاثين ، فيصير ثلاثة وثلاثين ونصفا وربعا · وهو مثل الجواب الأول ·

نوع آخر من حساب الأجراء

فان عمل سبعة عشر يوما ونصف ، بثلاثة عشر درهما وثلث ، وأسلفناه مائة وأحد عشر درهما ، وأردنا أن نعرف ما يجب عليه أن يعمل : ضربنا المائة والأحد عشر في سبعة عشر ونصف ، فكان الف وتسع مائة واثنين وأربعين ونصفا ، وقسمناه على ثلاثة عشر وثلث ، فيخرج من القسم مائة وخمسة وأربعون ونصف وثمن ونصف (ثمن) ، وهي الايام التي يجب عليه أن يعمل ·

فان أردنا أن نعلم كم اجرته في الشهر : ضربنا الثلاثة عشر والثلث [٣٠٢و] في ثلاثين ، فيكون أربع مائة ، ونقسمه على سبعة عشر ونصف ، فيخرج من القسم اثنان وعشرون درهما وستة أسباع درهم وهو اجرته في الشهر ·

فان عمل بعد سبعة عشر يوما ونصف ، اثنين وعشرين يوما وربع ، وأردنا أن نعرف ما يصيبه في مدة تلك الايام : ضربنا ثلاثة عشر وثلث في اثنين وعشرين وربع فيكون مائتين وستة وتسعين درهما وثلثين ، وقسمناه على سبعة عشر ونصف فيخرج من القسم ستة عشر وستة أسباع وثلثا سبع درهم · وهو ما يستحقه بما عمل ·

وكذلك تحسب هذه المسائل بالقسمة والنسبة ·

نوع آخر من حساب الأجراء

فان كان أجيران اجرة أحدهمافي الشهر أربعة عشر درهما ، واجرة الأخر ثمانية عشر درهما ، عملا الشهر بينهما فخرج اجرتهما سواء : ضربنا احدى الأجرتين في أيام الشهر وقسمنا ما اجتمع على مجموعهما ، فما خرج من القسم فهو ما عمل الآخر : فكأنا ضربنا الأربعة عشر في ثلاثين،

فكان أربع مائة وعشرين ، وقسمته على مجموع الأجرتين ، وهو اثنان وثلاثون ، فيخرج من القسم ثلاثة عشر وثلث ؛ وهو عدد الايام التي عمل الأجير الآخر ·

فان شئنا نسبنا أحد الأجرين من مجموعهما [٣٠٣ظ] وأخذنا بقسطه من أيام الشهر ، فيكون ما عمل ذلك الأجير · الا ترى انا اذا نسبنا الثمانية عشر من الأثنين والثلاثين كان نصفا ونصف ثمن ، فاذا أخذنا نصف الثلاثين ونصف ثمنها ، كان ذلك ستة عشر يوما ونصفاً وربعاً وثمنا ، وهو ما عمل صاحب اجرة الثمانية عشر ؟

فان كان ثلاثة اجراء ، اجرة أحدهم في الشهر اثنا عشر درهما وأجرة الآخر خمسة عشر درهما واجرة الثالث عشرين درهما ، عملوا جميعا الشهر بينهم فخرجوا بأجرة سواء ، وأردنا ان نعلم ما عمل كل واحد منهم من أيام الشهر :

قسمنا الثلاثين على كل واحد من الأجراء ، فخرج من قسمته على اثني عشر : اثنان ونصف ، ومن قسمته على خمسة عشر : اثنان ، ومن قسمته على عشرين : واحد ونصف ، ثم جمعناها فكانت ستة ، وقسمناها على الثلاثين،فخرج من القسم خمسة ، وهو أجرة كل واحد منهم · وقسمناه على الثلاثين ، فما خرج من القسم هو ما عمل صاحب تلك الأجرة من أيام الشهر : فيكون الذي عمل صاحب الأثني عشر درهما : اثنا عشر يوما ونصفا ، وأخذ في تلك الأيام بحساب اثنا عشر درهما في الشهر : خمسة دراهم · والذي عمل صاحب الخمسة عشر درهما : عشرة أيام ، واجرته في تلك [٣٠٤و] المدة ، حساب خمسة عشر درهما ، أيضا خمسة دراهم ، والذي عمل صاحب العشرين : باقي الشهر ، وهو سبعة أيام ونصف ، بأجرته ، حساب عشرين درهما في الشهر ، خمسة دراهم ·

وعلى هذا ينبغي أن يكون حساب ما يكون هذا الجنس منه ·

نوع آخر من حساب الأجراء

فان كان لرجل مملوك ، وكان عليه لمولاه في كل شهر خمسة وعشرون درهما ، وأجرته في كل شهر ، مع سائر الناس ، خمسة وأربعون درهما · فاستعمله مولاه ، على أن يحتسب له من أجرته ما عليه ، ويعطيه الباقي

من اجرته ، (فكان) يعمل بعض الشهر ويبطل في بعض ، فخرج عند المحاسبة بالكفاف : لا شيء له ولا شيء عليه · وأردنا أن نعلم ما عمل من الشهر وما بطل : جمعنا الاجرتين ، فكـــان سبعين ، وحفظناه ، ثم ضربنا احدى الأجرتين ، أعني اما ما له واما ما عليه ، في أيام الشهر ، وقسمناه على ما حفظناه ، فما خرج من القسم فهو ما عمل أو ما بطل :

فاذا ضربنا ما عليه ، وهو خمسة وعشرون ، في ثلاثين ، كان سبع مائة وخمسين ، فاذ قسمناه على سبعين ، كان عشرة وخمسة أسباع [٣٠٤ظ] وهو مقدار ما عمل من أيام الشهر · فان ضربنا ما له في الشهر ، وهو خمسة وأربعون ، في ثلاثين ، كان الفا وثلاثمائة وخمسين ، فاذا قسمناه على سبعين ، كان تسعة عشر وسبعين ، وهو مقدار ما بطل من أيام الشهر ·

وتكون اجرته في مدة ما عمل ، حساب خمسة وأربعين في الشهر ، ستة عشر درهما ونصف سبع · والذي عليه ، حساب خمسة وعشرين في الشهر ، في تسعة عشر يوما وسبعين : ستة عشر درهما ونصف سبع ، فقد خرج كفافا ، لا له ولا عليه ·

فان عمل أياما وبطل أياما ، وكانت أيام البطالة مساوية لأيام الشهر أو مخالفة له ، وأردنا أن نعلم مدة العمل والبطالة ، جعلنا عدد الأيام التي عملها مساويا لما يجب عليه ، وجعلنا الأيام التي تبطل مساويا لما عمل ، فيكون الذي عمل خمسة وعشرين يوما، والذي تبطل خمسة وأربعين يوما ، ويستحق في مدة خمسة وعشرين يوما ، وهي أيام العمل ، سبعة وثلاثين درهما ونصفا ، ويلزمه في مدة خمسة وأربعين يوما ، وهي الأيام التي تبطل ، أيضا سبعة وثلاثون درهما ونصف · فقد خرج أيضا بالكفاف ·

فان عمل بعض الشهر وتبطل في بعضه ، وفضل له عند المحاسبة عشرة دراهم ، وأردنا [٣٠٥و] أن نعلم ما عمل في الشهر وما تبطل منه ، زدنا العشرة الدراهم على ما عليه في كل شهر ، وهو خمسة وعشرون ، فيصير خمسة وثلاثين درهما ، ضربناها في ثلاثين ، فكان الفا وخمسين درهما ، قسمناها على سبعين ، مجموع الأجرين ، فخرج من القسم خمسة عشر يوما ، وهو مقدار ما عمل من الشهر والذي تبطل منه خمسة عشر يوما · والذي يستحق في مدة خمسة عشر يوما ، حساب الشهر خمسة وأربعين درهما ، اثنان وعشرون درهما (ونصف) ؛ والذي عليه في خمسة

عشر يوما ، حساب الشهر خمسة وعشرين ، اثنا عشر درهما ونصف ؛ وتفاضلهما عشرة دراهم ، وهو الذي فضل له .

فان عمل وخرج عليه وقت المحاسبة عشرة دراهم ، وأردنا أن نعلم ما عمل وما بطل ، زدنا على اجرة العمل عشرة دراهم ، فصار خمسة وخمسين درهما ، وضربناه في ثلاثين فكان الفا وستمائة وخمسين ، وقسمناه على مجموع الأجرين ، وهي سبعون درهما ، فيخرج من القسم ثلاثة وعشرون يوما وأربعة أسباع يوم ، وهي المدة التي بطل فيها . ويكون الأيام التي عمل فيها [٣٠٥ظ] من الشهر : سبعة أيام وثلاثة أسباع يوم . ويستحق في هذه الأيام ، حساب خمسة وأربعين درهما في الشهر ، تسع دراهم ونصف وسبع ؛ والذي يلزمه في أيام البطالة ، حساب خمسة وعشرين درهما في الشهر ، تسعة عشرة درهما ونصف وسبع . وتفاضلهما عشرة دراهم ، وهو الذي فضل عليه .

نوع آخر من حساب الأجراء

فان وافق الأجير على أن يعطى في كل شهر عشرة دراهم وثوب مجهول الثمن ، عمل ستة أيام ، استحق الثوب ، وأردنا أن نعلم ثمن الثوب : قسمنا أيام الشهر وهو ثلاثون ، على ما عمل ، وهو ستة ، فخرج من القسمة خمسة ، اسقطنا منها عدد الثوب ، وهو واحد ، وقسمناه على ما بقي ، وهو العشرة الدراهم ، فخرج من القسم درهمان ونصف ، وهو ثمن الثوب ، واجرته اثنا عشر درهما ونصف في الشهر

فان أخذ الثوب ورد عشرين درهما ، وأردنا أن نعلم ثمن الثوب ، قسمنا الثلاثين على ما عمل ، وهو ستة أيام ، فخرج من القسم خمسة ، اسقطنا منه عدد الثوب ، وهو واحد ، وحفظناه ، ثم زدنا العشرين على خمس العشرة ، وهو درهمان [٣٠٦و] لأن الستة أيام من أيام الشهر خمسه ، فصار اثنين وعشرين ، قسمناه على ما حفظناه ، وهو أربعة ، فخرج من القسم خمسة ونصف ، ضربناه في الخمسة ، فكان سبعة وعشرين ونصفا ، وهو ثمن الثوب . واجرته في الشهر سبعة وثلاثون درهما ونصف . ويستحق على مدة ستة أيام سبعة دراهم ونصفا ، فاذا أخذ الثوب ، وثمنه سبعة وعشرون درهما ونصف ، فضل عليه عشرون درهما .

فان أخذ الثوب ونصف درهم ، وأردنا أن نعلم ثمن الثوب ، كان

العمل في هذه المسئلة والمسئلة التي تقدمت سواء ، الا في موضع واحد ، وهو أن نسقط ما أخذ مع الثوب من خمس العشرة ، بدل ما زدنا عليه ، فيكون ثمن الثوب درهمان وخمسة دوانيق وحبتين ، فأجرته في الشهر أحد عشر درهما وخمسة دوانيق وحبتان ، ويستحق في ستة أيام درهمين ودانقين وحبتين ، وقد أخذ الثوب وثمانية دراهم وخمسة دوانيق وحبتين، وبقي له نصف درهم .

فان كان اجرته في الشهر عشرة دراهم وثلاثة أثواب مختلفة الثمن ، فعمل خمسة أيام واستحق الثوب الأول ، وعمل ستة أيام فاستحق الثوب الأوسط ، وعمل سبعة أيام فاستحق الثوب الآخر× ، وأردنا أن نعلم ثمن كل ثوب واجرته في الشهر [٣٠٦ظ] جمعنا الأيام التي عمل ، فكان ثمانية عشر يوما ، واسقطناها من أيام الشهر ، فبقي اثنا عشر وحفظناه ، ثم ضربنا أيام كل ثوب في العشرة الدراهم وقسمناه على ما حفظناه ، فما خرج من القسم فهو ثمن ذلك الثوب :

فاذا ضربنا الخمسة الأيام في عشرة كان خمسين ، فاذا قسمناه على اثني عشر كان الخارج من القسم أربعة دراهم ودانق ، وهو ثمن الثوب (الأول) . فاذا ضربنا الستة في عشرة وقسمناه على اثني عشر كان خمسة دراهم ودانق ، وهو ثمن الثوب المرتفع .

فاذا جمع اثمان الثياب كانت خمسة عشر درهما ، فاذا زيد عليها العشرة الدراهم بلغ خمسة وعشرين درهما . وهو أجرته في الشهر .

نوع آخر من حساب الأجراء

فان كان اجرته في الشهر خمسين درهما ، وعمل أياما فكانت الأيام التي عمل ، مع اجرته ، عشرين ، وأردنا أن نعلم مدة ما عمل وما يستحق في تلك المدة : قسمنا الخمسين على أيام الشهر فخرج من القسم واحد وثلثان ، زدنا عليه واحدا أبدا ، فصار اثنين وثلثين ، قسمنا عليه العشرين [٣٠٧و] ، فخرج من القسم سبعة ونصف ، وهي الأيام التي عمل . ويستحق في هذه الأيام ، حساب خمسين درهما في الشهر ، اثنا عشر درهما ونصف . فاذا جمع الأيام التي عمل مع ما يستحق من اجرته في تلك الأيام ، كان ذلك عشرين .

وعلى هذا ينبغي أن تحسب جميع أنواعه ، ان شاء الله .

× في الأصل الأربع . ولعلها الأرفع . فهو يسميه فيما بعد المرتفع .

الباب الرابع

في حساب الطرز والاستعمال

ان الاستعمال اما أن يكون مذارعة أو موازنة أو عددا . فان كان ذلك مذارعة ، فينبغي أن يعمل أولا في تكسيره ، كما قد بينا في مساحة السطوح في المنزلة الثالثة . فاذا حصلت المساحة ، حينئذ نعمل في أمر حسابها على ما نذكره ، ان شاء الله .

وأما الوزن والعدد فالأمر فيه كما قدمناه في حساب الأرطال والأواقي، لا فرق بينهما .

فالذراع التي يتعامل بها في حساب الاستعمال هي الذراع السودا ، وهي أربعة وعشرون أصبعا . ويحتاج أن يتحقق أمر الضرب والقسمة فيه : فيكون ضرب الأذرع في الأذرع : أذرع مكسرة ؛ وضربه في الأصابع : [٣٠٧ظ] كل واحد منها أربعة وعشرين اصبعا مكسرة ؛ وضرب الأصابع في الأصابع : أصابع مكسرة . فيكون الذراع الواحدة المكسرة خمس مائة وستة وسبعين× أصبعا . وتنسب انصافها وأثلاثها وأرباعها ، (وغيرها) من الكسور ، منها حسب ما قدمنا ذكره في المنزلة الثالثة ان شاء الله .

فان استعمل ثوب عند الصانع بمذارعة ، على أن يكون عشرة أذرع مكسرة ، باثنين وسبعين درهما ، وعمل ثوبا طوله اثنان وعشرون ذراعا في عرض خمسة أشبار ، على أن يكون الشبر نصف الذراع ، وأردنا أن نعلم ما يستحق من الأجرة :

ضربنا الاثنين والعشرين ، الطول ، في اثنين ونصف ، العرض ، فيكون خمسا وخمسين ذراعا مكسرة ، وهو الذي عمل في الثوب . ثم ضربنا الخمسة والخمسين في اثنين وسبعين ، فكان ثلاثة الف وتسع مائة وستين ، وقسمناه على عشرة فخرج من القسم ثلاثمائة وستة وتسعون درهما . وهو ما يستحق بعمله للثوب×× .

فان استعمل على أن يعمل الثوب عشر أذرع طولا في ثلاث أذرع عرضا [٣٠٨و] باثنين وسبعين درهما ، فعمل ثماني أذرع وأربع أصابع طولا في

× في الأصل : وأربعة وعشرين .

×× أخطأ الناسخ كثيرا في هذه الأعداد .

عرض ذراعين وثماني عشرة اصبعا ، وأردنا أن نعرف ما يستحقه بعمله : ضربنا العشرة في الثلاثة فيكون ثلاثين ، وهو ما كان يجب أن يعمله حتى يستحق اثنين وسبعين درهما . ثم ضربنا ثمانية وأربعة أصابع في ذراعين وثمانية عشر أصبعا ، فكان اثنين وعشرين ذراعا مكسرة ومائتين وأربعة وستين أصبعا مكسرة ، وهو ثلث وثمن ذراع مكسرة ، وهو الذي عمله .

فاذا أردنا أن نعلم ما يستحقه بعمله : ضربنا اثنين وعشرين وثلثا وثمنا في اثنين وسبعين فكان الفا وستمائة وسبعة عشر فقسمناه على ثلاثين فخرج من القسم ثلاثة وخمسون وخمسة دوانيق وثلاث حبات وخمس ، وهو ما يستحقه بعمله .

نوع آخر من الاستعمال

فان عمل من بساط طوله أربعون ذراعا في عرض خمسة عشر ذراعا ، ثلاثين ذراعا طولا في عرض عشرة أذرع ، باثنين وسبعين درهما ، فأردنا أن نعلم كم يستحق لعمل البساط كله× [٣٠٨ظ] فان عمل منه ثمانية عشر ذراعا في سبع أذرع ، رجع الى المسئلة التي قبل هذه .

فان كان اجرة ثوب طوله أربعون ذراعا ، في عرض ذراعين ونصف ، اثنين وسبعين درهما ، واسلفناه خمسين درهما ، وأردنا أن نعرف ما يجب أن يعمل : ضربنا تكسير الثوب ، وهو مائة ذراع ، في الخمسين ، فكان خمسة الف ، وقسمناه على اثنين وسبعين ، فكان تسعة وستين ذراعا وثلثا وتسع ذراع مكسرة . وهو ما يجب أن يعمل .

فان كان ستة عشر ذراعا في ست أذرع بثلاثين درهما ، واسلف مائتي درهم وأردنا أن نعلم ما يجب عليه أن يعمله : ضربنا ستة عشر في ستة ، فكان ستة وتسعين ، وضربناه في المائتين ، فكان تسعة عشر الفا ومائتين ، قسمناه على ثلاثين فيخرج من القسم ستمائة وأربعون . وهو تكسير ما يجب عليه أن يعمله بالمائتي درهم .

وكما تقدم في أنواع الحساب نعمل في هذه المسائل بالنسبة والقسمة، ان شاء الله .

× يبدو أن الناسخ سها من نقل عدد من الأسطر .

نوع آخر من الاستعمال

فان كان ثوب طوله ثلاثين ذراعا في عرض ثلاثة أذرع ونصف ، دخل فيه عشرون رطلا [٣٠٩و] ابريسم ، وأردنا أن نعلم ما يدخل في ثوب طوله أربعين ذراعا في عرض خمسة أذرع وثلث : ضربنا ثلاثين في ثلاثة ونصف ، فكان مائة وخمسة ، وهو تكسير الثوب الأول ؛ ثم ضربنا أربعين في خمسة وثلث ، فكان مائتين وثلاثة عشر وثلثا ، وهو تكسير الثوب الذي ينبغي أن نعلم ما يدخل فيه من الأبريسم . ثم ضربنا مائتين وثلاثة عشر وثلثا في عشرين ، فكان أربعة الف ومائتين وستة وستين وثلثين ، وقسمناه على المائة وخمسة ، فخرج من القسم أربعون رطل ونصف وتسع وسدس سبع ، اعني اثنا عشر استارا وثلثين وسبع تسع استار .

وهكذا ينبغي أن تكون جميع مسائل هذا الجنس ، المعكوسة والمقلوبة والمخالفة وتعمل بالنسبة والقسمة كما عمل بالضرب .

وكذلك يعمل في هذا الباب في الاصباغ ، اذا قيل له : طول كذا في عرض كذا دخل فيه من الصبغ كذا وكذا رطلا ، يحسب جميع أنواعه على ما تقدم ذكره ، ان شاء الله .

نوع آخر من الاستعمال

فان عمل ثوبا من الوان مختلفة ، وكان اللون الأحمر : الأوقية بعشرة دراهم ، والأخضر : الأوقية بثلاثة دراهم ، والأزرق [٣٠٩ظ] خمس أواقي بدرهم ، ووزن الثوب عشرين رطلا ، وثمانية ألف وخمس مائة درهم ؛ وأردنا أن نعلم كم فيه من كل واحد من الأصباغ(٧٢) :

جمعنا سعرين منها ، كيف اتفق ، فكانا جميعا سعر الأحمر والأصفر ، فكانا ثلاثة عشر ؛ وضربناه في السعر الثالث فكان خمسة وستين ، اسقطنا منه اثنين ، أصلا ، فبقي ثلاثة وستون ، حفظناه . ثم ضربنا الثمن ، وهو الف وخمس مائة درهم ، في خمسة ، فكان سبعة الف وخمس مائة درهم ، واسقطنا منه عدد أواقي وزن الثوب ، وهو مائتان واربعون أوقية ، فيصير الباقي سبعة الف ومائتين وستين ، قسمناه على ما حفظناه ، وهو ثلاثة

وستون ، فخرج من القسم مائة وخمسة عشر أوقية وسبع وثلثا سبع أوقية ، وهو مقدار ما في الثوب من الصبغ الأحمر ، ومن الصبغ الأصفر مثله . والباقي من وزن الثوب وهو تسع أواقي وثلث وسبع وثلث سبع أوقية هو ما فيه من الصبغ الأزرق .

ويكون ثمن ما فيه من الصبغ الأحمر الفا ومائة وخمسين درهما وثلثا وثلث سبع درهم .

ويكون ثمن ما فيه من الصبغ الأصفر ثلاثمائة وخمسة وأربعين درهما وخمسة أسباع درهم .

[٣١٠و] ويكون ثمن ما فيه من الصبغ الأزرق درهما وستة أسباع درهم وثلث سبع درهم .

وظاهر أن هذه الدراهم اذا جمعت كانت ألفا وخمس مائة درهم .

فان كانت المسئلة بحالها ، الا ان الأوسط كانت الأوقية بخمسة دراهم ، جمعنا الثلاثة والعشرة ، فكانت ثلاثة عشر ، وضربنا الخمسة في اثنين أبدا ، واسقطناه من الثلاثة عشر ، وما بقي حفظناه وهو ثلاثة . ثم ضربنا الخمسة في عدد أواق الثوب ، وهو مائتان وأربعون أوقية ، فكان الفا ومائتين ، وأسقطناه من ثمن الثوب ، وهو الف وخمس مائة درهم ، فبقي ثلاثمائة ، قسمناه على الثلاثة التي حفظناها ، فخرج من القسم مائة . وهو مقدار ما في الثوب من الصبغ الأحمر ، ومثله من الصبغ الأصفر ، ويبقى أربعون وهو ما فيه من الصبغ الأزرق .

ويكون ثمن الصبغ الأحمر الف درهم ، وثمن الصبغ الأصفر ثلاثمائة درهم ، وثمن الصبغ الأزرق مائتي درهم .

وظاهر انا اذا جمعنا ذلك كان الفا وخمس مائة درهم .

وعلى هذا تحسب جميع أنواع هذا الباب ، ان شاء الله .

[٣١٠ظ]

الباب الخامس

في حساب التطيين والتجصيص

هذا الباب يعمل فيه على المساحة المسطحة ، كما ذكرنا في المنزلة الثالثة وفي الباب الذي قبله · فاذا عرفنا مساحة ما يطين و يجصص ، صار حينئذ مثل الأبواب التي تقدمت من المعاملات ·

مثال ذلك سطح طوله عشرون ذراعا في عرض خمسة عشر ذراعا ، أردنا أن نطينه ، حساب كلمائة ذراع باثنيعشر درهما ، ضربنا العشرين في خمسة عشر ، فكانت ثلاثمائة ، وهو تكسيره ، قسمناه على مائة ، فخرج من القسم ثلاثة ، ضربناه في اثني عشر ، فكان ستة وثلاثين ، وهو اجرة تطيين ذلك السطح ·

فان كان طين السطح بأربعين درهما ، وأردنا أن نعلم اجرة سطح طوله ثلاثون ذراعا في عرضخمسةوعشرين ذراعا ، عرفنا تكسير السطح، فكان سبع مائة وخمسين ذراعا ، وقسمناه على ثلاثمائة ، تكسير السطح الأول ، فيخرج من القسم اثنان ونصف ، ضربناه في الأربعين فكان مائة · وهي اجرة السطح الثاني ·

وان كان بيت طوله ثلاثون ذراعا وعرضه ثمانية عشر ذراعا [٣١١و] وارتفاعه خمسة عشر ذراعا ، وأردنا أن نجصص حيطانه ، على أن يكون المائة ذراع بأربعة عشر درهما : جمعنا الطول والعرض فكان ثمانية وأربعين ذراعا ، واضعفناه فكان ستة وتسعين ذراعا ، ضربناه في الارتفاع فكان الفا وأربع مائة وأربعين ، وهو تكسير حيطان البيت ، قسمناه على المائة فخرج من القسم أربعة عشر وخمسين ، ضربناه في الأجرة ، وهو أربعة عشر ، فيكون مائتي درهم ودرهم وثلاثة أخماس درهم · وهو ما يجب لتجصيص هذا البيت ·

وعلى هذا القياس ينبغي أن تكون سائر هذه المسائل ان شاء الله ·

الباب السادس

في حساب الابنية والمسنيات والفرش وما يدخل فيه من الآجر واللبن

هذا الباب قد تقدم ذكره في المنزلة الثالثة ، في مساحة المجسمات ، والذي ينبغي أن يعتمد عليه هو ما ذكرناه هنالك فيمساحةالمجسمات · فانها ضرب الطول في العرض في السمك · وينبغي أن ننظر في هذا الباب الى ما يدخل في الذراع الواحدة المبسوطة من الآجر واللبن أولا · ثم ننظر الى [٣١١ظ] السمك فنعرف ما يدخل فيه من الساقات× فيضرب طول الذراع في عرضه ، وما اجتمع يضرب في عدد الساقات ، فما حصل يكون ذلك عدد ما يدخل في الذراع الواحدة من الآجر واللبن · ثم يمسح الحائط أو المسناة مساحة الجسم ، ويضرب ما اجتمع في عدد آجر الذراع الواحدة ، فما اجتمع من الضرب فهو عدد ما يكون في الحائط أو المسناة من الآجر ·

مثال ذلك حائط طوله ثلاثون ذراعا وعرضه أربعة أذرع وارتفاعه خمس عشر ذراعا · وكان طول ذراع واحدة آجرة وثلثي آجرة ، وست ساقات في الارتفاع : ضربنا واحدا وثلثين في مثله ، فيكون ذراعين وثلثين وتسع · ضربناها في ستة ، فكان ستة عشر وثلثين · وهو ما يدخل في ذراع واحدة من الآجر · ثم ضربنا طول الحائط ، وهو ثلاثون ، في عرضه ، وهو أربعة ، فكان مائة وعشرين ، ضربناها في خمسة عشر ، وهو السمك ، فكان ألفا وثمان مائة ، وهو تكسير الحائط · ضربناه في عدد الآجر الذي يدخل في الذراع الواحدة ، وهو ستة عشر آجرة وثلثان ، فكان ثلاثين ألفا · وهو مقدار ما يدخل في هذا الحائط من الآجر · وكذلك [٣١٢و] نعمل في سائر المسنيات ·

فان كان صحن دار نريد أن نفرشه بطوابيق ، وطول الطابق ثلثا ذراع ، وأردنا أن نعلم كم نحتاج في فرشه من الطوابيق ، على أن يكون طول الصحن خمسة وسبعين ذراعا وعرضه اثنان وأربعون ذراعا : ضربنا واحدا ونصفا في واحد ونصف ، لان الذراع طولها طابقة ونصف ،

× يبدو أن الساقات (؟) هي عدد صفوف اللبن في سمك ذراع واحدة ·

فيكون اثنين وربع · ثم ضربناها في مساحة الصحن ، وهو ثلاثة ألف ومائة وخمسون ذراعا ، فكان سبعة ألف وسبعة وثمانين ونصفا · وهو مقدار ما يدخل في الصحن من الطوابيق ·

وان شئنا ضربنا طول الطابقة في مثلها ، وهو ثلثان في ثلثين ، فكان أربعة أتساع ، وقسمنا عليه مساحة الصحن ، وهو ثلاثة ألف ومائة وخمسون · فيكون سبعة ألف وسبعة وثمانين ونصفا · وهو مثل الجواب الاول ·

فان دخل في قطعة مسناة طولها عشر أذرع في عرض سبع أذرع في سمك ست أذرع : خمسة ألف وستمائة وسبعون آجرة ، وأردنا أن نعلم ما يدخل في مسناة طولها ستون ذراعا في عشرين ذراعا [٣١٢ظ] (عرضا) في سمك خمس أذرع : عرفنا تكسير المسناتين ، فيكون تكسير الاولى أربع مائة وعشرين ذراعا ، وتكسير الثانية ستة ألف ذراع · ثم ضربنا الستة ألف في ما دخل في المسناة الاولى من الآجر ، وهي خمسة ألف وستمائة وسبعون ، فكان أربعة وثلاثين ألف ألف وعشرين ألفا ، وقسمناه على أربع مائة وعشرين ، فخرج من القسم أحد وثمانون ألفا · وهي عدد الآجر الذي يدخل في المسناة الثانية ·

فان أردنا أن نعرف ما يدخل في ذراع واحدة مكسرة من الآجر ، قسمنا الخمسة ألف والستمائة والسبعين على أربع مائة وعشرين فخرج من القسم ثلاثة عشر ونصف · وهو ما يدخل في ذراع واحدة مكسرة من الآجـر ·

فان أردنا أن نعرف ما يدخل في ذراع واحدة مبسوطة من الآجر ، على أن يكون سمك الآجرة ، مع ما بين الآجرتين من الجص والطين أربع أصابع ، (قسمنا) الذراع الواحدة على أربع أصابع ، فيخرج من القسم ستة ، قسمنا عليها الثلاثة عشر والنصف فيخرج من القسم اثنان وربع ، وهو ما يدخل في الذراع الواحدة من الآجر المبسوط ·

فان أردنا أن نعرف طول الذراع كم يكون فيها من الآجر : أخذنا جذر الاثنين وربع ، وهو واحد ونصف ، وهو عدد [٣١٣و] الآجر الذي يدخل في طول الذراع ، أعني أن كل ذراع طولها آجرة ونصف ·

وعلى هذا القياس ينبغي أن تكون جميع أنواع هذه المسائل ، ان شاء الله ·

الباب السابع

في مسائل من النوادر والملح والطرف

ان هذا الجنس من الحساب واسع الانتشار كثير الانواع والطرق ، والاستخراج في مسائلها مختلف ، ومن أراد الوصول الى معرفتها بالكمال ، فسبيله أن يعتمد على أصول صناعة الجبر المقابلة ، فان الذي يذكر في هذا الموضع من أبوابه انما هو على سبيل التقريب على المتعلم والتسهيل له ولمن لا يكون قد ارتقى الى تلك الصناعة ، فان أكثرها ينبغي أن يؤخذ بالتقليد من غير أن يبحث عن العلل والبراهين · ولأجل ذلك فانا قد اقتصرنا على خمس مسائل تكون طريقا مليحا في هذا الكتاب ، حتى لا نخليه من نوع من أنواع الحساب · وانا قد ذكرنا في كل باب من أبواب منازل هذا الكتاب ما يليق من نوادره وملحه وطرفه · والله المعين ·

المسئلة الأولى :

فان كان رجل معه مال ، أنفق ثلثه وربعه ، وصار الباقي عشرين درهما ، وأردنا [٣١٣ظ] أن نعرف جملة المال :

هذه المسائل يسأل عنها بألفاظ مختلفة ، وهي متداولة بين الناس ، فانه لا فرق بين هذا القول وبين قول السائل ·

سمكة رأسها ثلثها وذنبها ربعها ، والباقي منها عشرون رطلا ، كم يكون وزن السمكة · ومثل قول السائل :

نخلة ثلثها في الماء وربعها في الطين والخارج من الماء والطين عشرون ذراعا · كم يكون طول النخلة ·

او مثل قول السائل : ثوب قطع من ثلثه قميص ومن ربعه سراويل وبقي منه عشرون ذراعا ، فأردنا أن نعرف طول الثوب ·

والمعنى في جميع ذلك واحد · والوجه فيه أن يؤخذ عدد له ثلث وربع ، فكان اثني عشر ، أسقطنا ثلثها وربعها ، صار الباقي خمسة ، فحفظناه ، ثم ضربنا الاثني عشر في العشرين الباقية من المال ، فيكون مائتين وأربعين ، وقسمناه على ما حفظناه ، وهو خمسة ، فخرج من القسم ثمانية وأربعون · وهو المال ·

وظاهر انا اذا أسقطنا ثلثه ، وهو ستة عشر ، وربعه ، وهو اثنا عشر ، ان الباقي عشرون ·

فان كان صاحب المال أضاف الى ماله نصفه وعشره ، فصار عشرين ، وأردنا أن نعرف كم كان جملة المال ، أخذنا مالا له نصف وعشر ، وهو عشرة [٣١٤و] وأضفنا اليه نصفه وعشره ، فيصير ستة عشر ، فحفظناه، ثم ضربنا العشرة في العشرين ، فكان مائتين ، وقسمناه على ستة عشر ، فخرج من القسم اثنا عشر ونصف · وهو المال ، وذلك انا اذا أضفنا اليه نصفه ، وهو ستة وربع ، وعشره ، وهو واحد وربع ، صارت الجملة عشرين ·

المسئلة الثانية :

مال زدنا عليه ثلثه ودرهما ، ثم نقصنا مما اجتمع ثلثه ودرهما ، لم يبق من المال شيء ·

فاذا أردنا أن نعلم المال ضربنا مخرج الثلث ، وهو ثلاثة ، في ثلاثة ، وأسقطنا منه واحدا ، فيبقى ثمانية ، قسمنا مخرج الثلث عليها ، وهو ثلاثة ، فيخرج من القسم ربع وثمن ، وهو جملة المال ·

وذلك انا اذا زدنا عليه ثلثه ، وهو ثمن ، ودرهما ، صار درهما ونصفا ، فاذا نقصنا ثلثه ودرهما لم يبق منه شيء ·

فان زدنا على المال ثلثه ودرهما ، ونقصنا خمسه ودرهمين بقي ثلاثة دراهم ، وأردنا أن نعرف أصل المال :

أخذنا مالا له ثلث وخمس ، وهو خمسة عشر ، وزدنا عليه ثلثه ونقصنا مما اجتمع خمسه ، فيبقى ستة عشر ، حفظناه · ثم نقصنا من الدرهم الذي زاده الخمس [٣١٤ظ] الذي نقص ، وهو خمسه ، فيبقى أربعة أخماس ، نقصناه من الدرهمين الناقصين ، فيبقى درهم وخمس ، زدنا على الثلاثة الدراهم الباقية ، فيصير أربعة دراهم وخمسا ؛ قسمته على ما حفظناه ، وهو ستة عشر ، فيخرج من القسم ربع وثمن عشر ، ضربناه في مخرج الثلث والخمس ، وهو خمسة عشر ، فيصير ثلاثة ونصفا وربعا وثمنا ونصف ثمن درهم · وهو المال المطلوب ·

وذلك انا متى زدنا عليه ثلثه ، وهو درهم وربع ونصف ثمن ، كان خمسة درهم وربعا ، فاذا زدنا عليه درهما ، صار ستة وربعا ،

واذا نقصنا منه خمسه ، وهو درهم وربع ، (ودرهمين) ، كان الباقي ثلاثة دراهم ، وهو مثل مطلوبه ·

المسئلة الثالثة :

رجلان معهما مالان ، أخذ من أحدهما خمسا ما معه ودفع الى الثاني ، (واخذ من الثاني) ثلاة أسباع ما كان معه ودفع الى الاول ، فتساويا ·

وهذه المسألة مثل قول القائل : رجلان التقيا على ثوب يباع ، فقال أحدهما للآخر : ان أعطيتني خمسي ما معك وأضفته ما معي ، كان معي ثمن الثوب · فقال الثاني للأول : ان أعطيتني [٣١٥و] ثلاثة أسباع ما معك لأضيفه الى ما معي كان معي ثمن الثوب(٧٨) ·

فاذا أردنا أن نعلم المالين : أخذنا مخرج الخمس ، وهو خمسة ، ومخرج السبع ، وهو سبعة · ثم أسقطنا من مخرج الخمس الجزأين اللذين أخذهما منه ،يبقى ثلاثة ، ضربناه في مخرج السبع (فكان أحد وعشرين ، وهو الذي كان مع صاحب السبع ، ثم أسقطنا من مخرج السبع) الذي أخذ منه (وهو) ثلاثة ، فبقي أربعة ، ضربناه في مخرج الخمس ، فكان عشرين ، وهو ما كان مع صاحب الخمس ·

وذلك أن صاحب السبع ، وهو أحد وعشرون ، متى أخذ من صاحب الخمس خمسي ما معه ، وهو ثمانية ، فأضافها الى ما معه صار معه تسعة وعشرين · ومتى أخذ صاحب الخمس من صاحب السبع ثلاثة أسباع ما معه ، وهو تسعة ، صار أيضا تسعة وعشرين · وهذا كان مطلوبه ·

فان كانت المسألة على حالها ، الا أن كل واحد منهما لما أخذ من صاحبه ما أخذ أضافه الى ما بقي معه ، صار بعد ذلك ما معهما متساويين: أضعفنا الاجزاء التي أخذ من كل واحد منهما ، ثم أسقطناه من مخرج الكسر ، وما بقي ضربناه في مخرج [٣١٥ظ] الكسر الآخر ، فيحصل ما مع كل واحد منهما ·

ألا ترى انا اذا أسقطنا من الخمسة ضعف الاجزاء الذي أخذ منه ، وهو أربعة × ، صار الباقي واحدا ، فاذا ضرب في خمسة ، كان خمسة ،

× في الأصل : ستة · وفي هذين السطرين سها الناسخ عن الفاظ ووضع الفاظا أخرى في غير مواضعها ·

وهو ما كان مع صاحب الخمس (واذا أسقطنا من السبعة ضعف الاجزاء الذي أخذ منه ، وهو ستة ، صار الباقي أيضا واحدا ، فاذا ضرب في سبعة كان سبعة ، وهو ما كان مع صاحب السبع) . فاذا أخذ من صاحب الخمس خمسي ما معه ، وهو اثنان بقي معه ثلاثة ، فاذا أضيف اليه ثلاثة أسباع ما مع صاحب السبع ، وهو ثلاثة ، صار ستة ؛ واذا أضيف الى ما بقي مع صاحب السبع ، وهو أربعة ، ما أخذ من صاحب الخمس ، وهو اثنان ، صار أيضا ستة . وهو الذي كان مطلوبه .

فان كانت المسئلة على حالها ، الا أن كل واحد منهما لما أعطى وأخذ صار معهعشرة دراهم ، وأردنا أن نعرف كم كان مع كل واحد منهما ، حسبنا المسئلة بالطريق التي ذكرناها ، فما حصل مع كل واحد منهما ضربناه في العشرة وقسمناه على ما يحصل معهما ، بعد الاخذ والاعطاء ، فيكون جواب المسئلة .

الا ترى انا اذا ضربنا ما حصل مع [٣١٦و] صاحب الخمس في المسئلة الاولى ، وهو عشرون ، في العشرة الدراهم وقسمناه على تسعة وعشرين ، وهو الذي حصل مع كل واحد منهما ، صار الخارج من القسم ستة دراهم وستة وعشرين جزءا من تسعة وعشرين جزءا من درهم ، وهذا الذي كان مع صاحب الخمس ؛ فان ضربنا الاحد والعشرين في عشرة وقسمناه على تسعة وعشرين خرج من القسم سبعة دراهم وسبعة أجزاء من تسعة وعشرين جزءا من درهم ، وهو الذي كان مع صاحب السبع . وذلك انا متى أخذنا من صاحب الخمس خمسي ما معه ، وهو درهمان واثنان وعشرين جزءا من تسعة وعشرين جزءا من واحد ، وأضفناه الى ما مع صاحب السبع ، وهو سبعة دراهم وسبعة أجزاء من تسعة عشر جزءا من درهم ؛ واذا أخذنا من صاحب السبع ، ثلاثة أسباع ما معه ، وهو ثلاثة دراهم وثلاثة أجزاء من تسعة وعشرين جزءا مندرهم، وأضفناه الى ما مع صاحب الخمس وهو ستة درهم [٣١٦ظ] وستة وعشرون جزءا من تسعة عشر جزءا من درهم ، كان ذلك عشرة دراهم .

فأما في المسئلة الثانية ، فانا متى ضربنا الخمسة التي هي مع صاحب الخمس في عشرة دراهم كان ذلك خمسين ، فاذا قسمناه على ستة ، وهو ما حصل معهما بعد الاخذ والاعطاء ، كان ثمانية دراهم ودانقين ، وهو ما كان مع صاحب الخمس . واذا ضربنا السبعة التي

كان مع صاحب السبع في عشرة درهم وقسمناه على ستة خرج من القسم أحد عشر درهما وأربعة دوانيق ، وهو ما كان مع صاحب السبع .

وذلك انا متى أخذنا من صاحب الخمس خمسي ما معه ، وهو ثلاثة دراهم ودانقان ، صار الباقي معه خمسة دراهم ؛ فاذا أضفنا اليه ثلاثة أسباع ما مع صاحب السبع ، وهو خمسة دراهم ، صار معه عشرة درهم ؛ فاذا أضفنا الى ما بقي مع صاحب السبع ، وهو ستة دراهم وأربعة دوانيق ، ما أخذ من صاحب الخمس ، وهو ثلاثة دراهم ودانقان ، صار الباقي معه عشرة دراهم [٣١٧و] . وهذا كان المطلوب .

المسئلة الرابعة :

رجل كان معه مال ، فجعله لله نذرا على نفسه أنه متى ربح ذلك اليوم الدرهم درهما ، تصدق في ذلك اليوم بعشرة درهم ؛ ربح في أربعة أيام متوالية ، كل يوم مثل ما معه في ذلك اليوم وتصدق بعشرة درهم لم يبق معه شيء ؛ واردنا ان نعلم كم كان رأس ماله :

أضعفنا الواحد أربع مرات ، فكان ستة عشر ، فحفظناه ، ثم نقصنا من الستة عشر واحدا ، فيبقى خمسة عشر ، ضربناه في العشرة فيكون مائة وخمسين ، وقسمناه على ما حفظناه ، فيخرج من القسم تسعة درهم وربع وثمن ، وهو رأس ماله .

وذلك أنه اذا ربح الدرهم درهما صار في اليوم الاول ما معه ثمانية عشر درهما ونصفا وربعا ، فاذا تصدق منه بعشرة درهم صار الباقي معه ثمانية ونصف وربع ؛ فاذا ربح في اليوم الثاني مثل ما معه ، صار سبعة عشر درهما ونصفا ، فاذا تصدق منه بعشرة درهم ، صار الباقي سبعة درهم [٣١٧ظ] ونصفا . فاذا ربح في اليوم الثالث ما معه ، وتصدق بعشرة دراهم ، صار ما معه خمسة درهم ، فاذا ربح في اليوم الرابع مثل ما معه وتصدق بعشرة درهم ، لم يبق معه شيء .

فان شئنا أضعفنا العشرة ، وهي التي تصدق في أول يوم ، وزدنا عليه ما تصدق به في اليوم الثاني ، وهو عشرة ، فصار ثلاثين درهما ، ثم أضعفناه وزدنا عليه ما تصدق به في اليوم الثالث ، وهو عشرة درهم ، فصار سبعين درهما ، ثم أضعفناه وزدنا عليه ما تصدق به في اليوم الرابع ، فصار مائة وخمسين ، قسمناه على ستة عشر ، فيخرج مـن

القسم تسعة درهم ودانقان وحبتان . وهو مثل الجواب الاول .

فان كانت المسئلة بحالها ، الا أنه تصدق في اليوم الاول بعشرة درهم ، وفي اليوم الثاني بثلاثين درهما ، وفي اليوم الثالث بسبعين درهما ، وفي اليوم الرابع بعشرين درهما ، لم يبق معه شيء :

أضعفنا العشرة التي تصدق بها في اليوم الاول ، وزدنا عليها ما تصدق به في اليوم الثاني ، فصار خمسين ، ثم أضعفناه وزدنا عليه ما تصدق به في اليوم الثالث ، وهو [٣١٨و] سبعون ، فصار مائة وسبعين درهما ، ثم أضعفناه وزدنا عليه ما تصدق به في اليوم الرابع فصار ثلاثمائة وستين ، قسمناه على ستة عشر ، فخرج من القسم اثنان وعشرون ونصف . وذلك رأس ماله .

فان كانت المسئلة بحالها ، وبقي معه خمسون درهما ، أضعفنا الخمسين الدرهم الى الثلاثمائة والستين فصار أربع مائة وعشرة ، قسمناه على ستة عشر ، فيخرج من القسم خمسة وعشرون ونصف ثمن ، وهو ما كان معه من رأس المال .

وكذلك يعمل في هذه المسئلة أن نقص من رأس ماله ، أو كان غير ذلك : الربح للدرهم ثلاثة أو أربعة أو غير ذلك ، فانه يضرب في الارباح ليوم فما اجتمع يحفظ ، ثم يعمل في الصدقة مثل ما تقدم ذكره ، ويقسم ما اجتمع على ما حفظه ، ان شاء الله .

المسئلة الخامسة :

بركة ينصب اليها نهران ، فاذا فتح أحدهما امتلأت في يومين ، فاذا فتح الآخر امتلأت في ثلاثة أيام ، وأردنا أن نعرف المدة التي تمتلىء فيها اذا فتح النهران جميعا :

ضربنا الاثنين في الثلاثة ، فكان ستة [٣١٨ظ] ثم جمعنا اليومين والثلاثة الايام ، فكانت خمسة ، وقسمنا عليها الستة ، فخرج من القسم واحد وخمس ، وهو المدة التي تمتلىء فيها البركة . وذلك أن ثلاثة أخماس البركة تمتلىء من النهر الكبير في مدة يوم وخمس ، وخمسي البركة تمتلىء من النهر الصغير في مدة يوم وخمس . وذلك مطلوبه .

فان كانت البركة ينصب اليها ثلاثة أنهار ، وهي تمتلىء من أحدها

في يومين ، ومن الآخر في ثلاثة أيام ، ومن الآخر وهو الثالث في عشرة أيام ، وفتحت الثلاثة الانهار ، وأردنا أن نعلم المدة التي تمتلىء فيها البركة : أخذنا أقل ماله نصف وثلث وعشر ، وهو ثلاثون ، ونأخذ نصفه وثلثه وعشره ، فيكون ثمانية وعشرين ، ونقسم عليه الثلاثين ، فيخرج من القسم واحد ونصف سبع . وهي المدة التي تمتلىء فيها البركة .

وذلك أن نصف البركة وربع سبعها تمتلىء في هذه المدة من النهر الكبير . وربع البركة ونصف سبعها وربع سبعها تمتلىء في هذه المدة من النهر الاوسط ، ونصف سبع البركة وربع سبعها تمتلىء في هذه المدة من النهر الصغير . واذا جمعت هذه الاجزاء كانت ملء البركة .

فان كانت البركة تمتلىء من أحدهما في نصف [٣١٩و] يوم ومن الآخر في ثلث يوم ، والآخر في عشر يوم ، وأردنا أن نعرف المدة التي تمتلىء فيها البركة : أخذنا أقل عدد له هذه الكسور ، وهو ثلاثون ؛ ثم ضربنا مخرج النصف وهو اثنان ، في الثلاثين ، فكان ستين ، وضربنا مخرج الثلث ، وهو ثلاثة ، في ثلاثين ، فكان تسعين ، فضربنا مخرج العشر ، وهو عشرة ، في الثلاثين ، فكان ثلاثمائة : وجمعنا هذه الاعداد فكانت أربع مائة وخمسين ، وقسمنا عليه الثلاثين (فخرج) ثلثي عشر . وهو المدة التي تمتلىء فيها البركة . وذلك أنه يمتلىء من البركة في هذه المدة ثلثا خمسها من النهر الصغير ، ومن النهر الاوسط خمسها ، ومن النهر الكبير ثلثاها ، فيكون ذلك ملء البركة في هذه المدة .

ولو اشتغلنا بذكر المسائل المأثورة وما يجانس النوادر لطال الكتاب ، فان مسائلها لا آخر لها ولا نهاية لعددها ، وكذلك الطرق التي تسلك في استخراج أجوبتها . وما ذكرناه فيها في ما امتثلناه في صناعة الجبر والمقابلة يغني عن الاطالة في هذا الباب ، ان شاء الله(٧٩) .

فهذا آخر المنزلة السابعة وهو آخر الكتاب . والحمد لله وحده ، والصلاة على رسوله محمد النبي وآله وسلم تسليماً .

فرغ من كتابته عبد الملك بن أحمد البيلقاني يوم الجمعة × الثالث من ذي الحجة من سنة سبع وثمانين وأربع مائة ، وحسبنا الله ونعم الوكيل .

× ٣ ذو الحجة سنة ٤٨٧ هو يوم خميس وليس يوم جمعة .

× يلي ذلك بضع صفحات فيها مجموعة مسائل حسابية ليس فيها ما يستحق الذكر .

الجبر في كتاب الكافي للكرجي
مع بعض شروح الشهرزوري

[١٨٢و] باب ذكر المسائل الجبرية الست

قد ضمنا أنواع ما يحتاج اليه من رسوم الديوان وأحكام الأديان ، ليكون كافيا ، كما سميته ، مغنيا عن غيره . ومن يحكم ما تقدم ذكره ، فلا بد أن يكون له تصرف في حساب ما يمتنع حسابه ، بما تقدم ذكره . (ولكن) وجدت أعون الاشياءعلى ذلك ، وأقربها مأخذا : العمل بطريقة الجبر والمقابلة . فذكرت المسائل الست الجبرية وما يتبعها من التوابع :

اعلم أن الحساب كله استخراج المجهولات (من) معطيات معلومة . ولا وصول الى ذلك الا بثلاثة أشياء : أحدها ، وهو أصعبها تنـاول المسئلة بعمل يسوقها الى حد المقابلة(٨٠) . وهذا المعنى يتوصل اليـه بالرياضة [١٨٢ ظ] الطويلة ومعرفة أصول ذكرناها في كتابنـــا المسمى البديع . والثاني : شروط المسئلة ، لأنها من الأعوان القوية . والثالث : شروط الجبر والمقابلة(٨١) ، أعني الزيـادة والنقصان ، والضرب والقسمة ، والجمع والتفريق ، والنسبة ، والجبر والمقابلة ، ثم استخراج المجهول بعد ذلك .

وكل مسئلة ترد عليك ، وأنت تريد اخراجها ، فـانك تجعـل مجهولها شيئاً ، لأن الشيء اسم يتناول كل مجهول ، أو تجعلـه مالا ، والمال ما يرتفع من ضرب كل مقدار في نفسه . وذلك على ما توجبه شروط المسئلة . ثم تناولها بشروطها ، على ما تقدم ذكره ، حتى نسوقها الى حد المقابلة . فبعد ذلك لا يخلو من أن يؤدي الى واحدة من المسائل الست . ونذكرها بعد تقديم الضرب والقسمة ، وسائر ما يحتاج الى تقديمه عليها .

(يقول الشهرزوري في شرحه) [١٨٣ و] : اعلم أن مبنى حساب الجبر والمقابلة على المقادير المجهولة التي وضعت ليتوصل بهـا الى المعلوم ، وهي الشيء والمال والكعب ومال المال ومال الكعب وكعب الكعب ، الى غير ذلك من المقادير المركبة منها ...

فأما الشيء فهو اسم لمقدار مجهول من العدد ، وهو غير منحصر في شيء من الصحاح ، ولا في شيء من الكسور . فاذا ضرب في نفسه ، كان المرتفع منه مالا . واذا ضرب المال في الشيء ، كان المرتفع منه كعبا . واذا ضرب الكعب في الشيء كان المرتفع منه مال المال ، ويرتفع أيضا من ضرب المال في نفسه ، ومنه اشتق اسمه . واذا ضرب الشيء في مال المال ، كان المرتفع منه مال كعب ، ويرتفع أيضا من ضرب المال في الكعب ، ومنه اشتق اسمه . واذا ضرب الشيء في مال الكعب ، كان المرتفع منه كعب الكعب ، ويرتفع أيضا من ضرب الكعب في نفسه ، ومنه اشتق اسمه . وعلى هذا القياس تركيبها ...

[١٨٣ظ] واعلم أن أصل تركيب هذه المقادير من العدد المطلق ، الذي لا ينحصر في مقدار معين ، لا من الصحاح ولا من الكسور .

ثم ان هذه المقادير على ما ذكرناه من أوضاعها ، تترتب في مراتبها ؛ كترتب المعلومات في مراتبها : كما أن الآحاد في المنزلة الاولى ، فكذلك العدد يقع في المنزلة الاولى ، وقد يسمى دراهم ، وقد يسمى عددا . وكما أن العشرات تترتب في المنزلة الثانية ، فكذلك الاشياء تترتب في المنزلة الثانية . وكما أن المئات تترتب في المنزلة الثالثة ، فكذلك الاموال تترتب في المنزلة الثالثة . وكما أن الالوف تترتب في المنزلة الرابعة ، فكذلك الكعاب تترتب في المنزلة الرابعة . وعلى هذا أموال الاموال في المنزلة الخامسة .

... واعلم أن هذه المقادير متناسبة كما أن مراتب المعلومات متناسبة ؛ فان نسبة الواحد الى الشيء كنسبة الشيء الى المال ، وكنسبة المال الى الكعب ... ولهذا كان ضرب الواحد في المال : كضرب الشيء في نفسه ، ولهذا أيضا كان ضرب الواحد في الكعب : كضرب الشيء في المال [١٨٤و] ولهذا أيضا كان ضرب الواحد في مال المال كضرب الشيء في الكعب وكضرب المال في نفسه ...

اعلم ان لهذه المقادير اجزاء هي أيضا متناسبة ، غير أن تناسبها على عكس تناسب صحاحها ، وهذه الأجزاء هي مضافة الى كل واحد منها : فيقال جزء شيء ، وجزء مال ، وجزء كعب ، وجزء مال مال ،

وجزء مال كعب . ونسبة جزء شيء الى جزء مال كنسبة جزء مال الى جزء كعب وكنسبة جزء كعب الى جزء مال مال ، وكنسبة جزء مال مال الى جزء مال كعب ... (الى نهاية قول الشهرزوري) .

باب الضرب

اعلم أن الضرب ينقسم قسمين : ضرب المقادير المفردة بعضها في بعض ، مثل العدد في الأشياء ،فانه أشياء . والعدد في أي شيء ضربته يكون المبلغ من جنس المضروب فيه .

وأما الأشياء في الأشياء فانها أموال . والأشياء في الأموال كعاب . والأموال في الأموال : أموال أموال . وضرب ما يكون فيه كسور على ما تقدم ذكره .

(يفيض الشهرزوري في شرح هذا المبدأ بشكل يقرب الفكرة . وهذا هو المبدأ $\text{س}^{\text{م}} \times \text{س}^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{م} + \text{ن}}$)

[١٨٥و]واعلم أن نسبة الواحد الى الجذر : كنسبة الجذر الى المال وكذلك نسبة المال الى الكعب .

واذا أردت أن تضرب عددا مركبا من هذه الاجناس في عدد آخر ، مثله أو مخالف له ، ضربت كل مفرد من المضروب في جميع مفردات المضروب فيه ، وجمعت كل ما يخرج منه .

مثاله : اضرب ثلاثة أموال وجذرين وأربعة دراهم في مالين وثلاثة أشياء وخمسة دراهم .

قياسه : أن تضرب ثلاثة أموال في مالين : يكون ستة أموال مال . ثم في ثلاثة أشياء : تكون تسعة كعوب . ثم في خمسة آحاد : تكون خمسة عشر مالا . ثم اضرب الجذرين في المالين : تكون اربعة كعوب . ثم في ثلاثة أشياء : تكون ستة أموال . ثم في خمسة آحاد : تكون عشرة أشياء . ثم اضرب أربعة آحاد في مالين : يكون ثمانية أموال . ثم في ثلاثة أشياء : يكون اثني عشر شيئا . ثم في خمسة آحاد : يكون عشرين أحدا .

فاذا جمعت ذلك كله يكون ستة أموال مال وثلاثة عشر كعبا وتسعة وعشرين شيئا وعشرين أحدا .

[١٨٥ظ] باب آخر من الضرب

اذا أردت أن تضرب عشرة آحاد وشيئا في عشرة آحاد الا شيئا : ضربت العشرة في العشرة : يكون مائة . والعشرة في الاشياء(٨٢) : يكون عشرة أشياء ناقصة . والعشرة الأخرى في الشيء الزائد والقيت منه الناقص بقي مائة واحد الا مالا .

وأصل هذا الكتاب أن يكون الزائد في الزائد : زائدا ، والناقص في الناقص : زائدا ، وضرب الناقص في الزائد : ناقصا .

مثاله : أضرب عشرة الا شيئا في عشرة الا شيئا :

ضربت عشرة في عشرة ، فيكون مائة . ثم الشيء الناقص في عشرة فيكون عشرة أشياء ناقصة . والشيء الناقص الآخر في عشرة ، يكون عشرة أشياء ناقصة . والا شيء ، يكون مالا زائـــدا . فاذا جمعت الزائد ، والقيت منه الناقص ، بقي مائة أحد ومال ، الا عشرين شيئا .

باب منه آخر

اذا قيل : اضرب عددا مقسوما على مقدار ما ، في عدد ، أو في شيء آخر ، كيفما كان : ضربت المضروب في أجزاء المضروب فيه . يكون المبلغ مقسوما على ما كان المضروب مقسوما عليه .

[١٨٦و] مثاله : اضرب عشرين أحدا ، مقسومة على شيء ، في خمسة آحاد : ضربت العشرين في الخمسة ؛ يكون مائة ، مقسومة على شيء .

فان كان كل واحد من المضروب والمضروب فيه مقسوما على مقدار : ضربت المضروب في المضروب فيه ، وما يكون منه يكون مقسوما على ما يكون من ضرب أحد المقسومين عليه ، في الآخر .

مثاله : اضرب عشرة مقسومة على شيء في عشرة مقسومة عـــلى شيئين . ضربت العشرة في العشرة ، تكون مائة ، والشيء في الشيئين ، يكون مالين . فيكون الجواب : مائة مقسومة على مالين .

(يضيف الشهرزوردي ان $\dfrac{\text{أ}}{\dfrac{\text{ب}}{\text{حـ}}} \times \text{د} = \dfrac{\text{أ} \times \text{د} \times \text{حـ}}{\text{ب}}$ أو $\dfrac{\text{أ} \times \text{د}}{\text{ب} \div \text{حـ}}$

والمثـال $\dfrac{١٠}{\dfrac{\text{س}^٢}{\text{س}}} \times ١٠ = \dfrac{١٠٠\,\text{س}}{\text{س}^٢} = \dfrac{١٠٠}{\text{س}}$)

باب آخر من الضرب

[١٨٧ظ] اذا قيل : اضرب جذر كذا فيجذر كذا : ضربتأحد العددين في الآخر وأخذت جذر المبلغ ·

فان قيل : اضرب جذر كذا في كذا : ربعت المقدار الثاني ثم ضربت ما ارتفع منه في الأول ، وأخذت جذر المبلغ ·

مثاله : اضرب جذر خمسة في ثلاثة : ربعت الثلاثة : تكون تسعة · وضربتها في خمسة · يكون خمسة وأربعين · جذرها المطلوب ·

وان قيل : اضرب جذر عشرة في نصف واحد : ضربت النصف في نفسه : يكون ربعا · ثم في عشرة : يكون اثنين ونصف · جذر ذلك هو المطلوب ·

واذا عرفت ضرب المفرد من هذه الأنواع المذكورة ، فقد عرفت ضرب المركب · اذ كان أصله أن تضرب كل مفرد من اعداد المضروب في كل من اعداد المضروب فيه · وقد تقدم من ذكر ضرب الكسور ما يغني عـــن الاعادة في هذا المكان · ولا بد للناظر في كتابنا من الرياضة في هذا الموضع·

(يقول الشهرزوري) : اعلم أن هذا أولا يحتاج الى تقديم أصل يحصل به بيان البناء عليه ، وتخريج الفروع وردها اليه · وذلك ان يعلم أن كل عدد مجذور اذا ضرب في عدد مجذور فالمرتفع منه يكون مجذورا وجذره هو المرتفع من ضرب أحد الجذرين في الآخر ·

وكل عدد مجذور اذا ضربفيعدد غير مجذور فالمرتفعمنه غير مجذور ·

وكل عدد غير مجذور اذا ضرب في عدد مجذور فالمرتفع منه عدد غير [١٨٨و] مجذور ، اللهم الا أن يكونا متشابهين ، فانهما متى كانا متشابهين فان المرتفع من ضرب أحدهما في الآخر يكون مجذورا · ومـــن شروط المتشابهين أن تكون نسبة أحدهما الى الآخر كنسبة مجذور الى مجذور(٨٣) · ومتى قسمت أحدهما على الآخر ، فان الخارج من القسمة يكون مجذورا · ومتى ضربت احدهما في الآخر يكون (المرتفع) مجذورا · وانما سميا متشابهين لمشابهتهما للأعداد المجذورة · وهما مثل ثمانية وثمانية عشر : فان نسبة الثمانية الى الثمانية عشر : بأربعة أتساع ، كنسبة الاربعة الى التسعة · ومتى قسمت الثمانية عشر على الثمانية خرج من القسمة اثنان

وربع · وهي مجذورة · وجذرها واحد ونصف · واذا ضربت الثمانية في الثمانية عشر ، كان مائة وأربعة وأربعين · وهي مجذورة · وجذرها اثنا عشر ...

ومما مع هذا [١٨٩و] ويلتحق به نوع من الضرب يعرف بضرب ذوات الاسمين · وهو ان تريد أن تضرب عددا وجذر عدد في عدد آخر وجذر عدد آخر ...

(الامثلة التي يذكرها الشهرزوري هي التالية :

١ – $(10 + \sqrt{12}) \times 10 = 100 + \sqrt{1200}$

٢ – $(10 + \sqrt{20})(10 + \sqrt{10}) = 100 + \sqrt{1000} + \sqrt{2000} + \sqrt{200}$

ويضف الشهرزوري : « ولا يمكن أن يكون مجموع جذور هـــذه الاعداد جذر عدد واحد ، على ما سنوضحه في جمع الجذور ») ·

[١٨٩ظ]

باب القسمة

قد تقدم في ذكر القسمة ما فيه كفاية · وتمام ذلك أن تعلم أن قسمة الأشياء على الأشياء تخرج آحاد · وقسمة الأموال على الأشياء تخرج أشياء · وعلى الأموال تخرج عددا · والكعوب على الأشياء تكون أموالا : وعلى الأموال تكون أشياء · وعلى الكعوب تكون عددا ·

وكل ما قسمته على العدد فان الذي يخرج يكون من جنس المقسوم · والعدد على أي مجهول قسمته : قلت كذا مقسوم على كذا ·

وكل نوع من هذه المجهولات اذا قسمته على ما يجانسه فانه يخرج من قسمته العدد · فافهم ذلك فانه واضح ·

فان قيل : اقسم جذر كذا على جذر كذا : قسمت أحد العددين على الآخر وأخذت جذره ·

(شرح الشهروزري يزيد الأمر ايضاحا · ويتناول $س^{م} \div س^{ن} = س^{م-ن}$ في حالة كون ن > م والجواب « اجزاء »

ويعطي الشهرزوري الأمثلة التالية : $١ - ١٥\,\text{س} \div ٥ = ٣\,\text{س}$

$٢ - ١٥\,\text{س} \div ٥\,\text{س} = ٣$ $\quad$ $٣ - ١٥\,\text{س}^{٢} \div ٥\,\text{س} = ٣\,\text{س}$

$٤ - ١٥\,\text{س}^{٤} \div ٥\,\text{س}^{٢} = ٣\,\text{س}^{٢}$ $\quad$ $٥ - ١٥\,\text{س} \div ٥\,\text{س}^{٢} = \frac{٣}{\text{س}}$

$٦ - ٥\,\text{س} \div ١٥\,\text{س}^{٢} = \frac{١}{٣\,\text{س}}$

ثم ينتقل الشهرزوري الى قسمة الجذور فيعطي الأمثلة التالية :

$$١ - \sqrt{١٠٠} \div \sqrt{٦٤} = \sqrt{\frac{١٠٠}{٦٤}} = \sqrt{١\frac{١}{٢}\,\frac{١}{١٦}} = ١\frac{١}{٤}$$

ويساوي $\frac{١٠}{٨} = ١\frac{١}{٤}$

$$٢ - \sqrt{١٨} \div \sqrt{٨} = \sqrt{\frac{١٨}{٨}} = \sqrt{٢\frac{١}{٤}} = ١\frac{١}{٢}$$

$$٣ \quad ١٠ \div \sqrt{١٦} = \sqrt{١٠٠ \div ١٦} = \sqrt{٦\frac{١}{٤}} = ٢\frac{١}{٢}$$

$$٤ - (١٠ + \text{س}) \div \text{س} = ١ + \frac{١٠}{\text{س}}$$

[١٩١ظ]

باب النسبة

اعلم انه لا ينسب شيء الى مجهول الا ما كان من جنسه ، ونسبته على ما تقدم ذكره

(هذا كل ما يذكره الكرجي • والشهرزوري يقدم أمثلة تبين ما يلي :

$$١ - \text{أ}\,\text{س}^{\text{ن}} : \text{ب}\,\text{س}^{\text{ن}} = \text{أ} : \text{ب}$$

$$٢ - (\text{س}^{٢} + \text{س}) : ٤\,\text{س} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}\,\text{س}$$

$٣ - (٤\,\text{س} + ٥\,\text{س}^{٢}) \div \text{س} = ٤ + ٤\,\text{س}$ **وهذا ينطبق على النسبة**

$$٤ - (\sqrt{\text{أ}} : \sqrt{\text{ب}})^{٢} = \text{أ} : \text{ب} \; \therefore \; \sqrt{\text{أ}} : \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{أ} : \text{ب}} \;)$$

[١٩٣و]

باب الجمع

اذا أردت أن تجمع مقدارا الى مقدار ضممت كل جنس الى جنسه • فان لم يكن أحدهما من جنس الآخر ، تركتهما منفردين ، وجمعت بينهما بواو العطف •

مثاله : اجمع ستة أشياء وخمسة دراهم الى ثلاثة أشياء ومالين : اجمع الستة الأشياء الى الثلاثة الأشياء وأبق المالين والخمسة الدراهم على حالهما • يكون الجواب تسعة أشياء ومالين وخمسة دراهم •

فان كان في أحد المقدارين استثناء ، تركته على حاله ، ان لم يكن في المقدار الآخر شيء من جنسه • فان كان مع المقدار الآخر من جنسه شيء ، مقدار أكثر من المستثني ، جبرت الاستثناء من جملته بمثله ، وتركت الباقي زائدا • وان كان المستثنى أكثر منه ، القيته من المستثنى ، وتركت الباقي مستثنى • فان كان مثل الاستثناء : جبرته والقيت لفظهما جميعا • وان كان في الجانب الآخر أيضا استثناء ، كان حكمه حكم الاستثناء الآخر في جبره أو تركه • واذا لم يكن واحد من المقدارين من جنس المستثنيين ، تركتهما على حالهما ناقصين ، وجمعت بينهما ان كانا من جنس واحد •

[١٩٣ظ] مثال ذلك : اجمع خمسة أموال وستة دراهم الا ثلاثة أشياء الى ثلاثة أموال وأربعة أشياء الا ثلاثة دراهم •

قياس ذلك ان تجبر الثلاثة الأشياء الناقصة من جملة الاربعة الأشياء ، والثلاثة دراهم من جملة الستة دراهم ، وتضم الأموال الى الأموال • فيصير الجواب ثمانية أموال وشيء وثلاثة دراهم •

وعلى هذا حسابه ان كان المقداران من عدة أنواع •

[١٩٤و] **باب منه آخر**

اعلم ان المقادير المقسومة على مقدار هي متجانسة • فان قيل : اجمع عشرة دراهم مقسومة على شيء الى سبعة دراهم مقسومة على شيء ، جوابه سبعة عشر مقسومة على شيء • فان اختلف المقداران المقسومان عليهما ، جمع بينهما بواو العطف •

[١٩٥و] فان قيل : اجمع جذر اثنين وجذر ثمانية عشر : ضربت اثنين في ثمانية عشر ، يكون ستة وثلاثين ، خذ جذريها ، يكون اثني عشر ، وزد عليها كل واحد من ثمانية عشر واثنين ، تصير اثنين وثلاثين • جذرها هو الجواب •

وهذا لا يستمر الا في عددين تكون نسبة أحدهما الى الآخر كنسبة مربع الى مربع •

(يضيف الشهرزوري شرحا يعطي القاعدة $\sqrt{\text{أ}} + \sqrt{\text{ب}}$

$$\sqrt{2\sqrt{\text{أب}} + \text{أ} + \text{ب}} = \sqrt{\sqrt{4\,\text{أب}} + \text{أ} + \text{ب}}\ )$$

[١٩٥ظ] باب التفريق

اذا أردت أن تلقي مقدارا من مقدار : القيت كل جنس من جنسه ٠ فان لم تجد في أعظم المقدارين من جنس الأصغر شيئا ، استثنيته منه ٠ فان كان في القليل استثناء جبرته وزدت مثله على المقدار الأعظم ، ثم القيت القليل من الكثير بعد الجبر والزيادة ٠

(يضيف الشهرزوري الأمثلة التالية :

١ ــ ألق أربعة أشياء وخمسة دراهم من ثلاثة أموال واثني عشر شيئا وعشرة دراهم ٠

والجواب ثلاثة أموال وثمانية أشياء وخمسة دراهم ٠

٢ ــ ألق خمسة أشياء وثلاثة دراهم من خمسة أموال وعشرين درهما ٠ والجواب خمسة أموال وسبعة عشر درهما الا خمسة أشياء ٠

٣ ــ ألق ثلاثة أموال وخمسة أشياء الا خمسة دراهم من اثني عشر كعبا وستة أموال وعشرة أشياء ٠

الحل يقتضي طرح ثلاثة أموال من ستة أموال ، وخمسة أشياء من عشرة أشياء ، ثم جبر الاستثناء باضافة خمسة دراهم الى كل من المقدارين ٠ فيكون الجواب : اثنا عشر كعبا وثلاثة أموال وخمسة أشياء وخمسة دراهم) ٠

باب منه آخر

[١٩٦ظ] اذا أردت أن تلقي مقدارا مقسوما على مقدار ، من مقدار آخر مقسوم على مقدار مثل الذي الأول مقسوم عليه ، القيته منه ، ويكون الباقي مقسوما على ما كان كل واحد منهما مقسوما عليه ٠

مثاله : اذا قيل : ألق عشرة مقسومة على شيء من ثلاثين مقسومة على شيء : القيت عشرة من ثلاثين ، يبقى عشرون ، مقسومة على شيء ٠

فان لم يكن كذلك القيته منه بحرف الاستثناء ٠

فان قيل : ألق جذر ثمانية من جذر ثمانية عشر : ضربت ثمانية في ثمانية عشر ، يكون مائة وأربعة وأربعين ٠ خذ جذريه يكون أربعة وعشرين ٠ القها من مجموع الثمانية والثمانية عشر ٠ يبقى اثنين ٠ جذر ذلك هو الجواب(٨٤) ٠

باب

اذا قيل كم من واحد الى عشرة : أخذت الواحد والعشرة ، وضربت نصف مجموعهما [١٩٧و] في العشرة أو ضربت مجموعهما في نصف العشرة ٠

فان قيل خذ عشرة أعداد أولها ثلاثة ، وتتفاضل باثنين اثنين ٠ قياس ذلك أن تخرج كمية آخرها ، وهو أن تنقص من العشرة واحدا ، يبقى تسعة ، اضربها في التفاضل ، تصير ثمانية عشر ٠ زد عليها الثلاثة التي هي عدد الأول ٠ تصير أحد وعشرين ٠ هذا هو العدد الأخير ٠ ثم زد عليه العدد الأول ٠ يصير بعد ذلك أربعة وعشرين ٠ اضربها في نصف العشرة ٠ يصير مائة وعشرين وهو الجواب ٠

فان قيل : كم من واحد الى مائة ، على أن تأخذ الأزواج وتترك الأفراد ، كأنه قال : خذ خمسين عددا تتفاضل باثنين اثنين ، وأولها اثنين ٠ واذا قال : خذ الأفراد وأترك الأزواج ، فكأنه قال : خذ خمسين عددا أولها واحد وتتفاضل باثنين اثنين(٨٥) ٠

شرح الشهرزوري يؤكد القاعدة لجمع المتواليات العددية مهما كان العدد الأول والفرق الثابت ويقدم المثال التالي :

عدة من الأعداد مبتدئة من الواحد ، وتتزايد باثنين اثنين الى آخرها ٠ جمع مجموعها وقسم على عدتها فكان الخارج من القسمة خمسة عشر كم عدتها ٠

ثم يضيف الفصل التالي :

[١٩٨ظ] اعلم أن صاحب الكتاب قد أغفل ها هنا أصلا كبيرا يحتاج اليه ، وهو معرفة أخذ جذور هذه المقادير ٠ ونحن نذكر أولا أخذ جذور مفردها ، ثم نذكر أخذ جذور مركبها ٠ فنقول :

اعلم أن الواقع في المرتبة الأولى من هذه المقادير ، هو العدد ، وله جذر ، وجذره عدد ٠ والواقع في المرتبة الثانية : الأشياء ، ولا جذر

لها أصلا ٠ والواقع في المرتبة الثالثة الاموال ، ولها جذر ، وجذرها الأشياء ...

وعلى هذا : كل مرتبة سمية لعدد فرد لها جذر ، وكل مرتبة سمية لعدد زوج فلا جذر لها أصلا ، على قياس ما ذكرناه في جذور المعلومات. فهذا هو معرفة أخذ جذور هذه المقادير مفردة ٠

واما أخذ جذور مركبها فهو على قياس أخذ جذور المركب من المعلومات ، وهو أن تقدر مقدارا وتضربه في مثله ، فان ساوى الجملة المطلوب جذرها ، فذلك المقدار هو الجذر ٠ وان لم يساوه ، بل بقي منه بقية ، طلبت مقدارا آخر اذا ضربته في الاول مرتين ، وفي نفسه مرة ، ساوى البقية ، ولا تزال تفعل ذلك حتى تفنى المقادير المطلوب جذرها ٠ فاذا فنيت [١٩٩و] فالمقادير التي اجتمعت هي الجذر ٠

هذا هو الأصل ٠ غير انا نذكر تفصيلا حسنا يحصل به اسقاط كلفة في أخذ جذور المقادير المركبة وحصول ضوابط لا يخرج عنها شيء فنقول :

اعلم أن الجملة المتركبة من مرتبتين لا جذر لها أصلا ، لانك لا تجد مقدارا من هذه المقادير اذ ضربته في نفسه كان الخارج من الضرب من مرتبتين ٠

واذا كان من ثلاثة مراتب فانه يصح استخراج جذره ، ويكون جذره من مرتبتين ٠ واذا كان كذلك فانك تأخذ جذر طرفي الجملة ، وتنظر فان كان ضرب جذر أحدهما في جذر الاخر ، مرتين يساوي للواسطة ، فان جذر الطرفين هو جذر الجملة ٠

فوجب من ذلك ان يكون شرط استخراج جذر الجملة المتركبة من ثلاثة مراتب شرطان : أحدهما أن يكون لكل واحد من الطرفين جذر ، والثاني أن يكون ضرب جذر أحد الطرفين في جذر الاخر مرتين مساو للواسطة ٠ فمتى لم يكن ، فليس للجملة جذر أصلا ٠

ومتى كانت الجملة المطلوب جذرها من ثلاثة مراتب وفيها استثناء ، فها هنا تعتبر زيادة شرط آخر ، وهو أن يكون الاستثناء من المرتبة الوسطى ، ثم يكون ضرب جذر أحد الطرفين في جذر الاخر مرتين

مساوي الاستثناء ٠ فاذا تمت هذه الشرائط كان جذر الطرف الادنى مستثنى من جذر الطرف الاعلى ، ويكون الباقي هو جذر الجملة ٠

واذا كانت المقادير المطلوب جذرها من أربع مراتب [١٩٩ظ] فليس للجملة جذرا أصلا ، لأنه لا يوجد مقادير اذا ضربت في نفسها كان المرتفع من ذلك من أربع مراتب ٠

فاذا كانت المقادير المطلوب جذرها من خمس مراتب ، فان فيه ثلاث شرائط : الاول أن يكون لكل واحد من الطرفين جذر ٠ والثاني أن يكون ضرب أحد الجذرين في الاخر مرتين أكبر من الواسطة ٠ والثالث أن يكون الباقي من الواسطة ، بعد القاء ضرب جذر أحد الطرفين في جذر الآخر ، مرتين ، مجذورا ٠ فاذا اجتمعت هذه الشرائط الثلاث ، فالجملة مجذورة ، وجذرها هو جذر كل واحد من الطرفين ، مع جذر الباقي من الواسطة ٠ ومتى تعذر أحد هذه الشرائط ، أو كلها ، فالجملة غير مجذورة أصلا ٠ ونحن نذكر على هذا أمثلة توضحه ان شاء الله تعالى ٠

اذا قيل : كم جذر مال وشيئين ودرهم ؟ فانك تأخذ جذر المال فيكون شيئا ، وجذر الدرهم فيكون درهما ، ثم تضرب الشيء في الدرهم مرتين ، فيكون شيئين ، فذلك مساو للواسطة ٠ فان : جذر الطرفين ، وذلك شيء ودرهم ، هو جذر الجملة ٠

فلو قيل : كم جذر مال ودرهم الاشيئين : فالاستثناء هو الواسطة ٠ فاضرب جذر المال ، وهو شيء ، في جذر الدرهم ، وهو درهم ،(مرتين) فيكون شيئين ، وذلك مثل الواسطة المستثناة ٠ فاذن يكون جذر الدرهم مستثنى من جذر المال ٠ فيكون شيئا الا درهما هو جذر الجملة ٠

وامتحانه أنك اذا ضربت شيئا الا درهما في مثله بلغ مالا ودرهما الا [٢٠٠و] شيئين ...

(يجد الشهرزوري جذر س^{٤} + ٤ س^{٣} + ١٠ س^{٢} + ١٢ س + ٩ ، يأخذ جذر الطرفين وجذر ١٠ س^{٢} − ٢ × س^{٢} × ٣ ويمتحن صحة ذلك بالتربيع ٠ ثم يقول) :

ولو قيل : كم جذر مال مال وكعبين وأربعة دراهم الا ثلاثة أموال والا أربعة أشياء ؟

فانك تأخذ جذر مال مال ، فيكون مالا ، وتأخذ جذر أربعة دراهم فيكون درهمين ، فنضرب أحدهما في الآخر مرتين ، فيكون أربعة أموال ، فالق من ذلك الثلاثة الاموال المستثناة ، فيبقى مال واحد ، فخذ جذره فيكون شيئا ۰ واذا ضربت ذلك الشيء في الدرهمين ، مرتين ، كان أربعة أشياء ، وذلك بقدر الاشياء المستثناة ۰ فاجمع المال الى الشيء ، واجعل الدرهمين مستثناة من ذلك ، فيصير الجذر : مال مال وشيء الا درهمين ۰ وذلك جذر الجملة ۰

وعلى هذا القياس ۰

فصل منه :

واعلم أنه قد تبين في بعض المسائل مقادير ليس لها جذر على الحقيقة ۰ وطريقة استخراج جذر ذلك تكون بالاستقراء ۰ ومعنى الاستقراء أن نضع جذره مقدارا ، ونربعه ، ونقابل به المطلوب جذره ۰ فان أدى العمل الى الجذر المحقق ، والا فتحتاج أن تضع جذره مقدارا آخر ۰۰۰ ولا تزال تفعل ذلك حتى يصح لك جذره ۰

ومثال ذلك : قيل كم جذر خمسة دراهم الا شيء(٨٦) ۰ فقد علمت أنه يجب أن يكون جذرها أقل من درهمين ۰ نضع جذره درهم وشيء ، ونربع ذلك ، فيكون مالا وشيئين ودرهما ۰ فتقابل به خمسة دراهم الا شيء ۰ فاذا جبرت وقابلت صار مالا وثلاثة أشياء تعدل أربعة دراهم ۰ فاذا أتممت العمل على ما سنوضحه ۰۰۰ يخرج لك قيمة الشيء واحد ۰ واذا ألقيته من الخمسة بقي أربعة ، وهو المطلوب ، ولو وضعت الجذر غير ذلك جاز ۰۰۰ (يعتبر $\sqrt{٥ - س} = ٢ - \frac{١}{٤} س$ ويعالج المسئلة فيجد س = ٤ ۰ ثم يضيف ما يلي) :

[٢٠١و] فصل في تضعيف الجذور وتنصيفها وهذا أيضا مما أغفله صاحب الكتاب ولم يتعرض له من أصول الجبر والمقابلة التي نحتاج اليها (يبين أن $٢\sqrt{١٦} = \sqrt{٤ \times ١٦} = ٨$ ، $٥\sqrt{٩} = \sqrt{٢٥ \times ٩} = ١٥$ الخ)

[٢٠١ظ] باب في أصول يحتاج اليها

اعلم أن كل عددين يكون لاحدهما عند الاخر نسبة ، فانك اذا ضربتهما في مقدار واحد ، أو جزأتهما تجزئة واحدة ، كانت النسبة الاولى باقية منهما ۰

وكل عدد قسمته بقسمين ، وضربت أحد القسمين في الاخر مرتين ، وزدت عليه مربعي القسمين ، كان مربع العدد المقسوم (٨٧) ۰

وكل عدد مربع اذا زدت عليه عدة من أجذاره مع مربع نصف عدد تلك الاجذار ، فانه يكون مربعا ۰

واذا نقصت منه ما شئت من أجذاره ، الا مربع نصف عدد تلك الجذور ، كان الباقي مربعا ۰

وكل عدد اذا قسمته بقسمين مختلفين وضربت أحدهما في الاخر ، وزدت على المبلغ مربع الفضل بين نصف العدد وبين أحد قسميه ، كان المبلغ مربع نصف العدد ۰

وكل عدد اذا زدت في طوله زيادة ، فان العدد مع الزيادة ، مع مربع نصف العدد مساوي لمربع الكائن من مجموع نصف العدد مع الزيـــادة ۰

[٢٠٣و] باب الجبر

قد ذكرنا أن المسائل تستخرج بثلاثة أشياء ، الاول : طلب الطريق الى تناول المسئلة بموجب شروطها ۰ والثاني : المعطيات التي يعطيها السائل ۰ والثالث : الضرب والقسمة والتضعيف والتنصيف والجمع والتفريق والزيادة والنقصان ، الى أن تؤدي المسئلة الى جملتين متعادلتين ۰ فاذا كان في أحدهما استثناء ، فانك تزيد على هذه الجملة مثل المستثنى منه ، لتزول لفظة الاستثناء وتزيد مثل ذلك على الجملة الاخرى ، لتبقى المعادلة ۰ وهذا هو الجبر ۰

وهو على وجه آخر : وهو أن تكون احدى الجملتين أو بعضها مقسوما على مقدار ۰ وازالة لفظ القسمة أن تضرب جميع ما معك في ذلك المقدار طلبا لزوال القسمة وحفظ المعادلة ۰

وانما نفعل ذلك لانه يقرب المجهول من حد المعلوم ۰ فكل معنى يؤدي الى ذلك فانه هو الجبر ، الى أن تصير المسئلة الى حد المقابلة ۰ والقاء المقادير المشتركة ۰ فبعد ذلك تؤدي الى واحد من ستة أشياء ، أعني المسائل الست :

[٢٠٤و] أولها : أشياء تعدل عددا ۰ ومعرفة اخراج الشيء الواحد

على ضربين بالقسمة ، والنسبة . فاذا أردت أن تخرجه بالنسبة : نسبت الواحد من عدد الاشياء ، ثم أخذت من العدد مثل تلك النسبة . وان كانت نسبة الاضعاف ، أخذت العدد أضعاف تلك النسبة .

مثال ذلك : ثلاثة أشياء وثلث تعدل عشرة آحاد . نسبة الواحد من ثلاثة وثلث تكون خمسا وعشرا ، أخذت خمس العشرة وعشرها ، يكون ثلاثة آحاد . هذا هو ما يعدل الشيء الواحد .

وان كانت النسبة بالاضعاف ، مثل خمس وعشر شيء يعدل ثمانية دراهم ، نسبت الواحد من الخمس والعشر ، يكون ثلاثة أمثاله وثلثه . خذ ثلاثة أمثال الثمانية وثلثها ، يكون ستة وعشرين وثلثين ، وهذا هو الشيء .

واذا امتنع بالنسبة ، قسمت العدد المعادل للاشياء على عدد الاشياء . مثال ذلك : شيئان وجزء من أحد عشر من شيء تعدل خمسة دراهم ونصفا . معرفة اخراج ذلك أن تقسم خمسة ونصفا على اثنين وجزء من [٢٠٤ظ] أحد عشر : وهو أن تجعل جميع ما معك من أجزاء من أحد عشر . فيكون المقسوم ستين جزءا ونصفا ، والمقسوم عليه ثلاثة وعشرين جزءا . فاقسم ستين ونصف على ثلاثة وعشرين . يكون الخارج اثنين وأربعة عشر جزءا ونصفا من ثلاثة وعشرين جزءا من واحد . فهذا هو الشيء .

والثانية : أموال تعدل أشياء . والعمل في اخراج الجذر الواحد أن ننظر ما الذي يعدل المال الواحد من الاشياء . وطريقه أن تقسم عدد الاشياء على عدد الاموال . فما خرج كانت أشياء تعادل المال . وكل أشياء تعادل المال الواحد ، فان عددها جذر المال ، لان نسبة الواحد الى الجذر كنسبة الجذر الى المال . فنسبة الواحد الى الجذر مثل نسبة الجذر الى عدد الجذر . والمعادلة لمال واحد والجذر الواحد منها كالواحد من عددها . فعددها جذر المال .

وان شئت أخرجت ما يعادل المال الواحد بالنسبة التي ذكرتها .

والثالثة : أن تكون أموال تعادل عددا . واخراج ما يعادل المال الواحد من العدد بالنسبة أو بالقسمة ، على ما تقدم ذكره في معادلة الاشياء للعدد .

فهذه ثلاث مسائل مفردات .

باب المسائل الثلاثة المقترنة

[٢٠٦و] أولها : أموال وأشياء تعدل عددا (٨٨) .

مثل مال وعشرة أشياء تعدل تسعة وثلاثين أحدا .

فاذا أردت أن تخرج المجهول ، وهو الشيء ، نصف عدد الجذور ، يكون خمسة ، وربعها ، يكون خمسة وعشرين . زد عليها تسعة وثلاثين ، لانها معادلة المال وعشرة أجذار .

وكل مال وجذور فانك اذا زدت عليها مربع نصف عدد تلك الجذور فانه يكون مربعا جذره مساو لجذر المربع ونصف عدد الجذور . فيكون ذلك أربعة وستون ، وجذرها ثمانية . فاذا ألقيت منها الخمسة التي هي نصف الاجذار ، بقي ثلاثة . وهي جذر المال .

فاذا كان المال أكثر من مال ، رددته الى مال ، وقسمت جميع ما يكون معه يعادله على عدد الاموال ، حفظا للمعادلة . وباقي العمل على ما تقدم ذكره في اخراج الجذر الواحد .

مثاله : ثلاثة أموال وثلث وعشرة أجذار تعدل ستين أحدا .

طريق استخراج ذلك أن ترد الاموال الى مال واحد ، بان تقسمها على ثلاثة وثلث ، وتقسم جميع ما معك على ثلاثة وثلث . فيصير المال مالا واحدا ، والاشياء ثلاثة ، يعدل ذلك ثمانية عشر درهما ، التي خرجت من قسمة الستين على ثلاثة وثلث . فبعد ذلك تضعف الثلاثة التي هي عدد الاجذار ، وتضربه في نفسه ، وتزيده على ثمانية عشر . يصير عشرين وربعا ، خذ جذرها ، يكون أربعة ونصفا . ألق منها نصف عدد الاجذار . يبقى ثلاثة . وهي جذر المال . والمال تسعة .

وان كان المال أقل من مال كملته مالا تاما بقسمته [٢٠٦ظ] على عدد يساويه ، وبقسمة جميع ما معك على ذلك المقدار حفظا للمعادلة . فيكون استخراج الشيء بالعمل المذكور .

مثاله : ربع مال وثلاثة أشياء تعدل ستة عشر أحدا .

قياسه أن تكمل المال بقسمته على ربع واحد ، أو تضربه في أربعة آحاد ؛ واعمل هذا العمل بكل واحد من المقادير التي معك . فيصير بعد ذلك : مالا واثني عشر جذرا تعدل أربعة وستين أحدا .

واخراج الشيء على ما تقدم ذكره من تنصيف الاجذار ، وضربه في نفسه ، وزيادته على العدد ، وأخذ جذر المبلغ ، وأخذ نصف الاجذار منه (يعطي الشهرزوري ما يعده طريقة أخرى لحل هذا النوع من المعادلات)

فاذا رمزنا لهذا النوع بالشكل $\text{س}^{٢} + \text{أ}\,\text{س} = \text{ب}$

فحل الكرجي يعطي $\text{س} = \sqrt{\text{ب} + \frac{\text{أ}^{٢}}{٤}} - \frac{\text{أ}}{٢}$

وحل الشهرزوري يعطي $\text{س}^{٢} = \text{ب} + \frac{\text{أ}^{٢}}{٢} - \sqrt{\text{أ}^{٢}\text{ب} + \frac{\text{أ}^{٤}}{٤}}$

وجذره هو قيمة س)

[٢٠٧و] أما المسئلة الثانية منها فهي : مال وأحد وعشرون درهما تعدل عشرة أشياء(٨٩) .

فاذا أردت أن تخرج الشيء نصفت عدد الاجذار وضربته في نفسه ونقصت منه العدد وأخذت جذر الباقي . يكون اثنين . ان شئت زدتها على نصف الاجذار ، وان شئت نقصتها منه . فيكون جذر المال اما سبعة واما ثلاثة .

وانما نقصت العدد من مربع نصف عدد الاجذار لان العدد لا يخلو من أن يكون مثل مربع نصف عدد الاجذار أو أقل منه فاذا كان كذلك ، كان العدد المال بعينه ، ونصف الاجذار جذر المال ، لان العشرة الاجذار المعادلة للمال والعدد يكون نصفها معادلا للمال ونصفها معادلا للعدد . هذا اذا كان العدد مساويا لمربع نصف عدد الاجذار . واذا كان أقل منه ألقي العدد ، لان العشرة أجذار بعضها يعادل المال وبعضها يعادل العدد . والاجذار التي تعادل المال الواحد يكون عددها جذر المال ، كما تقدم ذكره . فاذا ضربت عددها في ما بقي من العشرة مما يعادل العدد كان المبلغ مثل العدد .

فقد تبين أن العدد ينبغي أن يكون متولدا من ضرب أحد قسمي عدد الاجذار في الآخر منه . فاذا كان القسمان [٢٠٧ظ] متساويين فان نصف عدد الاجذار يكون جذر المال . واذا كانا مختلفين فان العدد يكون أقل من مربع نصف عدد الاجذار أبدا . واذا لم يكن ذلك كانت

المسئلة مستحيلة . فاذا ألقيت العدد منه ، كان جذر الباقي الفضل بين نصف عدد الاجذار وبين أي قيمة شئت . فاذا زدته على نصف عدد الاجذار كان أحد القسمين ؛ وان نقصته منه ، كان القسم الآخر . وكل واحد منهما يجوز أن يكون جذر المال .

فاذا كان المال أكثر من مال ، رددته كما تقدم ذكره ، مع جميع ما يكون معه ويعادله . والعمل بعد الرد كما تقدم ذكره . وان كان أقل من مال فانك تكمله ، على ما تقدم ذكره . وباقي العمل في اخراج الشيء كما شرحته .

(يضيف الشهرزوري ٢٠٧ظ ، ٢٠٨و ، شروطا يمكن معها حل المسئلة ، ثم يورد قاعدة كقاعدته السابقة تعطي قيمة $\text{س}^{٢}$ ومنها يجد قيمة س) .

[٢٠٨و] وأما المسئلة الثالثة منها فهي مال يعدل ثلاثة أجذار وأربعة آحاد(٩٠) . فاذا أردت أن تخرج الشيء ربعت نصف عدد الاجذار ، وزدته على العدد ؛ يكون ستة وربعا . خذ جذره ، فيكون اثنين ونصفا ؛ زدها على نصف عدد الاجذار ، وهو واحد ونصف فيكون أربعة . وهي جذر المـــال .

وانمـــا زدت العـــدد على نصف عدد الاجـــذار [٢٠٨ ظ] في نفسه ، لان العدد مساو للمال الا ثلاثة أجذار . وكل ما نقصت منه عدة من أجذاره الا مربع نصف عددها ، كان المبلغ مجذورا ، جذره جذر ذلك المربع الا نصف عدد الجذور . فاذا زدت على جذره نصف عدد الاجذار ، كان ذلك جذر المال المطلوب .

فان كان المال أقل من مال أو أكثر ، رددته الى مال واحد وكملته على الوجه الذي تقدم ذكره .

(يضيف الشهرزوري قـــاعدة كالقاعدتين السابقتين تعطي مربع المجهول ، ثم يشير الى المسائل التالية :

١ - $\text{أ}\,\text{س}^{٣} = \text{ب}\,\text{س}$ او $\text{أ}\,\text{س}^{م} = \text{ب}\,\text{س}^{ن}$ والحل بأن تحط المسئلة الى $\text{أ}\,\text{س}^{م-ن} = \text{ب}$ او $\text{أ} = \text{ب}\,\text{س}^{ن-م}$

٢ - $\text{س}^{٤} + ٦\,\text{س}^{٢} = ٤٠$ ، $\text{س}^{٦} + ٥\,\text{س}^{٣} = ١٠٤$ ، $\text{س}^{٤} + ٢٤ = ١٠\,\text{س}^{٢}$ ، $\text{س}^{٦} + ١٦ = ١٠\,\text{س}^{٣}$ ، $\text{س}^{٤} = ٦\,\text{س}^{٢} + ٢٧$ ، $\text{س}^{٦} = ٦\,\text{س}^{٣} + ١٦$ (٩١)

[٢١١و] باب من النوادر والمسائل

(١) اذا قيل : مال زدت عليه نصفه ، ثم على المبلغ ربعه ، ثم نقصت من المبلغ عشره ، فكان عشرين · كم أصله ؟

قياس ذلك أن تجعل المال شيئا ، وتزيد عليه نصفه ، ثم على المبلغ ربعه ، فيصير شيئا وسبعة أثمان شيء · انقص منه عشره ؛ يبقى شيء وخمسة أثمان شيء ونصف ثمن شيء · وذلك يعدل عشرين واحدا ·

واخراج الشيء الواحد أن تقسم عشرين على أحد وخمسة أثمان ونصف ثمن ؛ وهو أن تبسط جميع ما معك أنصاف أثمان ، فيصير ثلاثمائة وعشرين مقسومة على سبعة وعشرين · فاذا قسمت كان الخارج من القسمة أصل المال ·

[٢١١ظ] فلو قيل : مال اتجرت به وربحت كذا ، ثم اتجرت بالمبلغ وربحت كذا ، ثم اتجرت به وخسرت كذا · فان حسابه على ما ذكرته في هذه المسئلة ·

وكذلك اذا قال : مال نقصت منه جزءا أو أجزاء ، فان حسابه أن تجعل أصل المال شيئا ، وتعمل به ما يقول السائل في شرط المسئلة ثم تقابل ما يحصل عندك بما يعطيك السائل من الجملة المعلومة ·

وكذلك اذا قال : مال أضعفته [٢١٢ظ] وزدت عليه درهما ، ثم أضعفته ونقصت منه درهما ، ثم أضعفته وزدت عليه خمسة دراهم فكان كذا · وجميع المسائل المشابهة لهذه المسائل فان حسابها كما قد أشرت اليه ، وان اختلفت شروطها في الزيادة والنقصان والمقدار والكميـــة ·

(يتخلل هذه الامثلة العامة أمثلة محددة يضعها الشهرزوري ويحلها بفرض المجهول شيئا · فمن مسائله المسئلة التالية :

مال أضعفته وزدت عليه خمسة دراهم ، ثم أضعفته ونقصت منه عشرة دراهم ، ثم أضعفته ونقصت منه عشرين درهما ، فكان الباقي مائـــة درهـم ·

وبعد أن يحلها الشهرزوري جبريا يعطي طريقة يسميها طريقة

المنكوس ، وهي الحل الحسابي المعروف بالبدء من آخر خطوات المسئلة والسير خلفا حتى نصل الى أصل المال(٩٢) [٢١٣و] · وكل مسئلة يحلها الشهرزوري ينهيها بالامتحان وبه يبين أن الجواب يحقق شروط المسئلة ·

ومن مسائل المسئلة

له الثلثان مــن قلبي   وثلثــا ثلثــه البـــاقي
وثلثــا ثلث مــا يبقى   وثلث للثلث للســـاقي
ويبقــى اســهم ســت   تقسم بــين عشــاق

وهو يحل هذه المسئلة بالطريقة الجبرية وبالطريق المنكوس ويجد أن قلب الشاعر قسم الى ٢٤٣ سهماً ·

× × ×

(٢) [٢١٤ظ] فان قيل أجير أجرته في الشهر خمسة وثلاثون درهما وخاتم · عمل ثلاثة أيام وأخذ الخاتم · كم قيمته ؟

فاجعل قيمته شيئاً ، وهو المستحق بثلاثة أيام · يكون المستحق في سبعة وعشرين يوما الباقية : تسعة أشياء ، وهي تعدل خمسة وثلاثين درهما · فالشيء يكون ثلاثة دراهم وسبعة أتساع ·

(٣) فان قيل : أجير أجرته في الشهر شيء مجهول · عمل مثل خمس الأجرة أياما ، استحق ثمانية دراهم ودانق · كم أجرته ؟

قياس ذلك أن تجعل الأجرة شيئاً · فتكون الأيام المعمولة خمس شيء · فيصير نسبة ثلاثين الى خمس شيء كنسبة الشيء الى ثمانية دراهم ودانق · فاضرب الثلاثين في ثمانية ودانق ، تصير مائتين وخمسة وأربعين · وذلك يعدل خمس مال ، الذي يكون من ضرب الشيء في خمس شيء · فيكون المال ألف ومائتين وخمسة وعشرين · وجذره خمسة وثلاثين ، وهي الأجرة ·

(٤) [٢١٥و] فان قيل : ثلاثون : بعضها أيام وبعضها دراهم · والدراهم أجرة الايام · عمل الأجير مثل ثلث الاجرة أيام ، واستحق مثل نصف وربع الايام دراهم · كم عمل وكم استحق ؟

قياس ذلك أن تجعل الأيام شيئا ، والاجرة ثلاثين شيئا ، والعمل عشرة الا ثلث شيء ، والمستحق نصف وربع شيء · فتقول :

نسبة نصف وربع شيء الى ثلاثين الا شيئا كنسبة عشرة الا ثلث شيء الى شيء ·

فاضرب عشرة الا ثلث شيء في ثلاثين الا شيء ، يكون ثلاثمائة أحد وثلث مال الا عشرين شيئا · وذلك يعدل نصف وربع مال ، التي خرجت من ضرب نصف وربع شيء في شيء · فاذا جبرت وألقيت المقادير المشتركة ، صار :

ثلاثمائة أحداً يعدل عشرين أحداً وربع وسدس مال · فاذا أكملت المال بزيادة مثله وخمسيه عليه ، وعلى جميع ما معه ، طلبا للمعادلة ، صار : مال وثمانية وأربعين شيئا يعدل سبعمائة وعشرين ·

خذ نصف الأجذار وربعه ، يكن خمسمائة وستة وسبعين · زدها على سبعمائة وعشرين · تصير ألف ومائتين وستة وتسعين · خذ جذرها يكون ستة وثلاثين · الق منها أربعة وعشرين · يبقى اثنا عشر · وهو عدد الايام ، لانك جعلتها أشياء ، والاجرة ثمانية عشر والعمل الذي عمله ستة أيام ، فاستحق بها تسعة دراهم ·

(٥) فان قيل : رجلان التقيا ، فقال أحدهما للآخر : ان أعطيتني ربع ما معك وأخذت سبع ما معي ، تساوى ما يكون عندي مع ما يكون عندك · كم مع كل واحد ؟

[٢١٥ظ] قياس ذلك أن تجعل مع أحدهما شيئاً ، ومع الآخر مقدارا ، أي مقدار أردت · ومتى جاءك في مسئلة مجهولان ، فاجعل أحدهما معلوما ، ان لم يؤد ذلك الى فساد ، بأن يكون بينهما نسبة ظاهرة أو فضل معلوم ·

فاجعله اذن أربعة دراهم ، لاجل الربع ، حتى يصح منه · فاذا أعطي صاحب الاربعة ربع ما معه وأخذ ما لصاحب الشيء ، صار مع أحدهما ثلاثة دراهم وسبع شيء ، ومع الآخر ستة أسباع شيء ودرهم · فاذا قابلت وألقيت المقادير المشتركة ، صار خمسة أسباع شيء تعدل درهمين · فالشيء التام يعدل درهمين وأربعة أخماس · وهو مال من يعطي السبع ويأخذ الربع · ومال الاخر أربعة دراهم ·

وان بسطت مال كل واحد منهما أخماسا ، وأقمت مقام كل خمس درهما كاملا صحيحا ، جاز ذلك ، لان المسئلة سيالة ·

(يقول الشهرزوري : ومعنى قوله سيالة لانها لا تقف على جواب واحد · وان شئت عملتها بطريقة أخرى وتسمى طريقة الباب[٩٣] : خذ مخرج الربع ، وهو أربعة ، فالق منه ربعه مرتين ، وذلك اثنان ، ويبقى اثنان · فاضربها في مخرج السبع ، فيكون أربعة عشر ، فهذا مال الذي يدفع السبع · ثم خذ مخرج السبع ، فالق منه سبعه مرتين فيبقى خمسة ، فاضربها في مخرج الربع ، فيكون عشرين · فهذا مال الذي يدفع الربع · فاذا دفع هذا ربع ما معه وأخذ سبع ما مع الآخر ، كان سبعة عشر · وصار مع الاخر سبعة عشر · فقد تساويا) ·

(٦) [٢١٦و] فان قال : رجلان التقيا ، فقال أحدهما للآخر : ان أعطيتني درهما ، صار معي ثلاثة أمثال ما معك ؛ وان أعطيتك درهما صار معك خمسة أمثال ما معي · كم مع كل واحد منهما ؟

اجعل مال أحدهما شيئاً ، ومال الآخر ثلاثة أشياء الا أربعة دراهم، حتى اذا زدت عليه درهما ، ونقصته من الشيء ، كان ثلاثة أمثال الباقي · ثم انقص منه درهما وزده على الشيء ؛ فيصير شيئاً ودرهما يعدل خمسة أمثال ثلاثة أشياء الا خمسة دراهم ، أعني خمسة عشر شيئاً الا خمسة وعشرين درهما ·

فاذا جبرت وألقيت المقادير المشتركة صار أربعة عشر شيئا تعدل ستة وعشرين درهما · فالشيء يعدل درهما وستة أسباع · وهو مال الاول · والثاني يكون درهما وأربعة أسباع ، لانك جعلته ثلاثة أشياء الا أربعة دراهم ·

(٧) [٢١٦ظ] فان قيل : ثلاثة أعداد : الاول والثاني عشرون ، والثاني والثالث ثلاثون ، والثالث والاول أربعون ·

قياس ذلك أن تجعل مجموع الثلاثة شيئاً · فيكون الاول : شيئاً الا ثلاثين ، والثاني شيئاً الا أربعين ، والثالث شيئاً الا عشرين · وجمع ذلك كله ، يكون ثلاثة أشياء الا تسعين · فهذا مجموع الثلاثة الاعداد ·

وذلك يعدل نصف مجموع الاعداد وهو خمسة وأربعون لانك جمعت كل واحد مرتين · فيكون الشيء خمسة وأربعين ·

الق منها العشرين ؛ يبقى خمسة وعشرون ، وهو الثالث · والق

منها الثلاثين ؛ يبقى خمسة عشر وهي الاول · ثم الق منها أربعين ؛ يبقى خمسة وهو الثاني ·

ويجب أن يرتاض الناظر في هذا الكتاب بكثير من نظائر هذه المسائل وأخواتها لتقوى نفسه على استخراجها ·

(٨) [٢١٧و] فان قيل : ثلاثة أنفس التقوا على شراء دابة · فقال الاول لصاحبيه : اعطياني ثلث ما معكما حتى يكون معي مائة درهم ، ثمن هذه الدابة · وقال الثاني لصاحبيه : أعطياني ربع ما معكما حتى يكون معي مائة درهم · وقال الثالث : أعطياني خمس ما معكما حتى يكون معي المائة المذكورة ·

قياس ذلك أن تجعل مال الاول شيئا ، وتلقيه من المائة · يبقى مائة درهم الا شيئاً · وذلك هو ثلث مال الثاني وثلث مال الثالث اضربه في ثلاثة · يكون ثلاثمائة الا ثلاثة أشياء ، وذلك مساو لمال الثاني والثالث · فاحفظه ·

ثم الق ربع شيء من المائة · يبقى مائة الا ربع شيء · وذلك هو مثل الثاني وربع الثالث · فاذا ضربته في أربعة ، صار أربعمائة الا شيئاً ، وذلك هو الثاني أربع مرات والثالث مرة واحدة · فاذا ألقيت منه ثلاثمائة الا ثلاثة أشياء ، بقي مائة وشيئان وذلك ثلاثة أمثال الثاني · فالثاني ثلاثة وثلاثون درهما وثلث درهم وثلثي شيء ·

ويبقى الثالث مائتين وستة وستين درهما وثلثين الا ثلاثة أشياء وثلثي شيء · زد عليها خمس الاول ، أعني خمس شيء ، مع خمس الثاني وهو ستة دراهم وثلثي درهم وثلثي خمس شيء ، يصير بعد ذلك مائتين وثلاثة وسبعين وثلث الثلاثة أشياء وثلث شيء · وذلك يعدل مائة درهم ·

فاذا جبرت وألقيت المقادير المشتركة بقي ثلاثة أشياء وثلث شيء تعدل مائة وثلاثة وسبعين درهما وثلث درهم · فالشيء يكون اثنين وخمسين درهما ، فهذا هو مال الاول ·

[٢١٧ظ] ومال الثاني ثمانية وستين درهما لاجل أنه خرج ثلاثة وثلاثين درهما وثلث وثلثي شيء ·

ومال الثالث ستة وسبعين درهما لاجل أنه كان مائتين وستة وستين درهما وثلثين الا ثلاثة أشياء وثلثي شيء ·

× × ×

(٩) فان قيل : دراهم عيارها في العشرة ، سبعة دراهم فضة ؛ وقد تقرر العيار على ستة وثلثين · كم يلقى عليها من النحاس حتى تصير دراهم عيارها العيار المقرر ؟

قياس ذلك أن تجعل العيار المزيد شيئاً ، وتزيده على عشرة وشيئاً · خذ ثلثيه · يكون ستة دراهم وثلثين وثلثي شيء · وذلك يعدل سبعة دراهم · فاذا ألقيت المقادير المشتركة بقي : ثلثا شيء تعدل ثلث درهم · فالشيء يعدل نصف درهم · وهو وزن النحاس الذي تلقيه على كل عشرة دراهم ·

(يضيف الشهرزوري طريقة للحل على أساس النسبة ٦⅔ : ١٠ = (٧ − ٦⅔) : الزيادة المطلوبة) ·

(١٠) فلو قيل : دراهم عيارها أربعة دراهم في كل عشرة ، وقد تقرر العيار على ستة دراهم وثلثين · كم يلقى عليها من الفضة ؟

فاجعل ما يلقى شيئاً ، وزده على العشرة ، وخذ ثلثيها · يكون ستة دراهم وثلثين وثلثي شيء · وذلك يعدل أربعة دراهم وشيئاً · فاذا ألقيت المقادير المشتركة صار : ثلث شيء يعدل اثنين وثلثين · فالشيء التام يعدل ثمانية دراهم · فهذا ما يلقى على كل عشرة من الفضة ·

وان شئت أخذت ما في العشرة من النحاس ، وهو ستة دراهم ، ويحتاج الى مثليه فضة ، أعني اثنا عشر درهما · الق منها الاربعة الموجودة · يبقى ثمانية · وهو ما يحتاج اليه من الفضة · ومثل هذا العمل يستمر في المسئلة الاولى ·

(هنا أيضا يضيف الشهرزوري طريقته في النسبة) ·

(١١) فان قيل : دراهم من عيار أربعة ، ودراهم من عيار ستة · أخذنا منها ألف درهم وضربناها فخرج دراهم عيار العشرة أربعة وثلثين · كم كان من كل جنس فيه ؟

فاجعل الذي عياره أربعة دراهم في العشرة : شيئا · وخذ خمسيه · يكون خمسي شيء · واجعل الذي عياره ستة دراهم : ألف درهم الا

شيئاً . وخذ ثلاثة أخماسه . تكون ستمائة درهم الا ثلاثة أخماس شيء . زد عليه خمسي شيء . يصير ستمائة درهم الا خمس شيء . وذلك يعدل أربعمائة وستة وستين درهما وثلثين ، التي هي عيار الالف المضروبة .

فاذا جبرت وألقيت المقادير المشتركة صار : خمس شيء يعدل مائة وثلاثة وثلاثين درهما وثلث . فالشيء التام يعدل ستمائة وستة وستين درهما وثلثين . فهذا هو الذي في الالف من الذي عياره أربعة دراهم .

وفيه من الذي عياره ستة دراهم : ثلاثمائة وثلاثة وثلاثين درهما وثلث .

(١٢) فان قيل : دراهم عيار العشرة أربعة ونصف ، ودراهم [٢١٩و] أخرى عيار العشرة منها ستة . وقد تقرر العيار على خمسة دراهم . وقد أخذ من الجنسين الف درهم وطرح عليها خمسة عشر درهما نحاسا. فجاء منه ألف درهم وخمسة عشر درهما عيار خمسة دراهم . كم أخذ من كل جنس ؟

قياس ذلك أن تجعل المأخوذ من عيار أربعة ونصف : شيئاً ، وخذ ربعه وخمسه ، يكون ربع شيء وخمس شيء . واجعل الذي عياره ستة دراهم : ألف درهم الا شيئاً . وخذ ثلاثة أخماسه ، يكون ستمائة درهم الا ثلاثة أخماس شيء . زد عليها ربع وخمس شيء . تصير ستمائة درهم الا عشر ونصف عشر شيء . تعدل خمسمائة وسبعة دراهم ونصف ، التي هي عيار الالف والخمسة عشر من العيار المقرر .

فاذا جبرت وقابلت وألقيت المقادير المشتركة صار : عشر شيء ونصف عشر شيء معادلا لاثنين وتسعين درهمـــا ونصف . فيكـون الشيء ستمائة وستة عشر درهما وثلثين . فهذا ما فيه من الذي عياره أربعة دراهم ونصف .

والذي عياره ستة دراهم هو ثلاثمائة وثلاثة وثمانين درهما وثلث.

وهذه المسائل يمكن أن يفرع عليها فروع كثيرة .

(١٣) فان قيل : مقاسمة السلطان الربع والسدس ، وما ينضاف اليـه في كل كر من الاضافات : قفيز وثلاثة أعشر وثلث عشير ، أخذت من

الكيال والامين مما أخذاه ، بحق الثلث ، فأصاب السلطان ثلاثة أكرار . كم أصل الغلة التي منها هذا الحاصل ؟

قياس ذلك أن تجعل الغلة شيئاً . وتأخذ منها ما يأخذ الكيال والامين ، من الوسط ، وهو نصف ثمنه ، لانه في كل كر أربعة أقفزة ، حتى تصير الاضافة منها قفيزا [٢١٩ظ] وثلث قفيز(٩٣) .

فيبقى خمسة عشر جزءا من ستة عشر جزءا من شيء . خذ ربعه وسدسه بحق الحاصل . يكون ستة أجزاء وربع جزء . فأضف اليـه ثلث جزء من ستة عشر جزء من شيء ، بحق الاضافة . فيصير ستة أجزاء وثلث وربع جزء من ستة عشر جزءا من شيء .

وذلك يعدل ثلاثة أكرار .

فاضرب ستة عشر في ثلاثة أكرار يكون ثمانية وأربعين . اقسمهـا على ستة وثلث وربع . فما كان من القسمة فهو أصل الغلة . وهو سبعة أكرار وثلاثة وعشرون جزءا من تسعة وسبعين جزءا من كر . وذلك سبعة عشر قفيزا وأربعة أعشر وأربعة وخمسين جزءا من تسعة وسبعون جزءا من عشير .

(يضيف الشهرزوري ما يلي : والامتحان أنك اذا بسطت أصل الغلة أجزاء من جنس المقسوم عليه ، بأن تضرب الثمانية والاربعين في مخرج الثلث والربع ، فيكون خمسمائة وستة وسبعين . فاذا أخذت منها حق الاضافات ، وهو نصف الثمن ،كان ستة وثلاثين ، فيبقى خمسمائة وأربعون ، فخذ منها ربعها وسدسها ، فيكون مائتين وخمسة وعشرين . وزد عليها ثلث الاضافات ، وذلك اثنا عشر ، صار الجميع مائتين وسبعة وثلاثين . اقسمها على المقسوم عليه ، وهو تسعة وسبعون ، فيخرج من القسمة ثلاثة أكرار ، وهي الحاصلة للسلطان كما قال) .

(١٤) فان قيل : مقاسمة السلطان من كل كر : ثلاثة وعشرين قفيزا وثلث . والثاني أربعة عشر قفيزا ونصف . والاكار ثمانية عشر قفيزا وسدس . اقترض الاكار خمسة عشر قفيزا . كم يأخذ السلطان عنها بقسطه ؟

حسبان ذلك أن تضرب خمسة عشر في [٢٢٠و] ثلاثة وعشرين وثلث وتقسمه على ثمانية عشر وسدس ٠

وكذلك تفعل في الاسلاف كلها ، اذا كانت من الوسط : كلما استسلفت شيئا وأراد واحد من الجميع أن يأخذ ما يخصه عن السلف الذي أخذه شريكه ، أن تضرب ما أخذه المستسلف في قسط الطالب نصيبه من الكر وتقسمه على نصيب المستسلف من الكر ، فما خرج كان جوابا ٠

[٢٢١و] وكذلك تعمل اذا كان ارتفاع (٩٤) قرية من مال وغلة بين ثلاثة نفر ، لاحدهم خمسة أجزاء من ثمانية وثلاثين جزءا ، والآخر عشرين جزءا منها ، والثالث ثمانية × عشر جزءا منها : اذا استسلف واحد منهم شيئاً ، غلة كان أو ورقا أو شيئاً آخر ، وأراد شريكه أن يأخذ ما يخصه عن السلف ، أو أراد أحدهم أن يأخذ قسطه من ارتفاعها ، ضربت جملة سهامه في الارتفاع وقسم على السهام ٠ وهذا الباب تقسم به المواريث كلها والاقتطاعات المشتركة ٠ وهو أن ينظر الى سهام الشركاء في الشيء الواحد ، ويجمع أصلا ٠ وكل من كان له سهام (عمل) في اخراج نصيبه ما ذكرته ٠

× × ×

(١٥) فان قيل : ثلاثة مقاسمات مختلفة ، الاولى من الكر خمسة عشر قفيزا ، والثانية من الكر عشرون قفيزا ، والثالثة من الكر أربعة وعشرون قفيزا ٠ حصل للسلطان من كر واحد من الحنطة من ثلاثة أجناس ثمانية عشر قفيزا ، كم فيه من كل جنس ٠

قياس ذلك أن تجيء الى أعظم المقاسمات ، وهي أربعة وعشرون ، وتأخذ الفضل بينها وبين العشرين ، يكون أربعة ٠ انظر ما تعمل بها حتى تصير ستين ، فتجدها تضرب في خمسة عشر ، احفظها ٠

ثم خذ الفضل بين أربعة وعشرين وبين خمسة عشر ، تجدها تسعة ، ثم انظر في أي شيء تضربها حتى تصير ستين ، فتجدها تضرب في [٢٢١ظ] ستة وثلثين ، احفظها ٠

× هكذا في الأصل ، وفي الشرح ٠ ولعل المقصود : ثلاثة عشر ٠

ثم خذ الفضل بين الاربعة والعشرين وبين الثمانية عشر ، التي هي الحاصل من الكر الذي هو أجناس ، فيكون ستة ٠ اقسمها بقسمين كيفما شئت ٠ على أن يكون اذا ضرب أحدهما في خمسة عشر ، والآخر في ستة وثلثين ، يكون الخارج من الضربين أقل من الستين ٠ فاجعل أحدهما أربعة ونصفا ، واضربها في ستة وثلثين ، يكون ثلاثين قفيزا ٠ فهذا ما يؤخذ عن كل كر منه خمسة عشر قفيزا ٠

واضرب الواحد والنصف ، الذي هو القسم الآخر ، في الخمسة عشر التي حفظناها ، يكون اثنين وعشرين قفيزا ونصف ٠ فهذا هو من الذي مقاسمته عشرون قفيزا ٠ والباقي من الستين ، وهو سبعة أقفزة ونصف يكون من الذي مقاسمته من الكر أربعة وعشرون قفيزا (٩٥) ٠

× × ×

(١٦) وبهذا الباب يمكنك أن تحسب اذ قيل : أربعة وعشرون درهما بدينار ، وعشرون درهما بدينار ، وخمسة عشر درهما بدينار ٠ أخذنا بدينار من الجميع ثمانية عشر درهما ٠ كم فيه من كل صرف منها ؟

× قياسه على ما تقدم ذكره ، وهو أن تأخذ الفضل بين أربعة وعشرين وبين العشرين ، فيكون أربعة ، فنحفظها ٠ وتأخذ الفضل [٢٢٢و] بين أربعة وعشرين وبين خمسة عشر ، فيكون تسعة ، فنحفظها ٠ ثم تأخذ الفضل بين أربعة وعشرين وبين الثمانية عشر ، التي هي ثمن المثقال الذي فيه الاجناس الثلاثة ، فيكون ستة فاحفظها ٠

ثم انظر كم تضرب الاربعة حتى تكون واحدا ، فتجده ربعا ؛ وفي كم تضرب التسعة حتى تصير واحدا ، فتجده تسعا ٠

فاقسم الستة المحفوظة بقسمين يكون ضرب أحدهما في الربع والآخر في التسع أقل من واحد ٠ فتجد ذلك أربعة واثنين ٠ فاضرب الاثنين في الربع ، فيكون نصفا ، فهذا ما يوجد به من الدينار من صرف عشرين درهما ٠

واضرب الاربعة في التسع فيكون أربعة أتساع ، فهذا ما يوجد من صرف الدينار بخمسة عشر درهما ٠

ويبقى من الدينار نصف تسع فيوجد به من ضرب أربعة وعشرين درهما بدينار ٠

× بين النص كما هو في مخطوطة كتاب الكافي وفي النص الذي يورده الشهرزوري فرق هنا في ترتيب خطوات الحل والذي اثبتناه هنا هو النص الذي يورده الشهرزوري ٠

فاذا أردت أن تخرج هذه المسئلة بالجبر والمقابلة ، جعلت الذي الدينار منه يساوي خمسة عشر شيئا معلوما ، فليكن مقدارا اذا ضربته في خمسة عشر والقيته من الثمانية عشر ، يكون نسبة الباقي الى العشرين أكثر من باقي الدينار بعد وضع هذا المفروض منه ، ويكون نسبته الى الاربعة والعشرين أقل من باقي الدينار . وان جعلت المعلوم من جنس آخر ، بهذه الشريطة ، جاز . فاجعله [٢٢٢ظ] اذن نصف دينار ، واضربه في خمسة عشر ، يكن سبعة ونصفا . القها من ثمانية عشر ، يبق عشرة ونصف ، وهي أكثر من نصف العشرين وأقل من نصف الاربعة والعشرين .

ثم اجعل من جملة النصف الباقي من الدينار شيئاً ، تاخذ به من الذي فيه الدينار بعشرين درهما ، فيكون بقيمته عشرين شيئاً . ونصف دينار الا شيئاً ، من الذي قيمته الدينار منه أربعة وعشرين ، فيكون قيمته اثنا عشر درهما الا أربعة وعشرين شيئاً .

زد ذلك على العشرين شيئاً ، يصير اثنا عشر درهما الا أربعة أشياء فهذا يعدل عشرة دراهم ونصف .

فاذا جبرت والقيت المقادير المشتركة ، يبقى أربعة أشياء تعدل درهما ونصفا . فالشيء الواحد يعدل ثلاثة أثمان . فيؤخذ ثلاثة أثمان دينار من سعر عشرين درهما بدينار ، فيكون سبعة دراهم ونصف . ويبقى ثمن دينار ، فيؤخذ من سعر أربعة وعشرين درهما بدينار . فيكون ثلاثة دراهم . ومجموع ذلك يكون ثمانية عشر درهما .

وان كانت الاسعار أربعة أو خمسة أو أكثر من ذلك ، كان هذا هو القياس . والقياس المتقدم فيه مستمر ، وكذلك في المقاسمة المذكورة .

× × ×

(١٧) فان قيل : طسق الجريب خمسة دراهم ونصف ، والكفاية في الجريب دانق ونصف ، والايين في كل مائة درهم يرتفع من الخراج ثلاثة دراهم ، كم يلزم مائة وخمسة وعشرين جريبا وعشرة أقفزة ؟

طريق ذلك أن تضرب خمسة ونصفا في مائة وخمسة وعشرين ونصف ، فيكون ستمائة وتسعين درهما وربعا . زد على كل مائة

ثلاثة دراهم ، تصير الزيادة عشرين [٢٢٣و] درهما ونصفا وثمنـا ونصف ثمن وخمس عشر . زد ذلك على ستمائة وتسعين وربع ، تصير سبعمائة وعشرة دراهم ونصف وربع وثمن ونصف ثمن وخمس عشر . زد عليها الكفاية ، وهي في كل جريب دانق ونصف ؛ يكون عن مائة وخمسة وعشرين جريبا وخمسة أقفزة : أحد وثلاثين درهما وربـع وثمن . زدها على ما معك ؛ يصير سبعمائة واثنين وأربعين درهما وربعا وثمنا ونصف ثمن وخمس عشر . وهو الجواب .

وان شئت في هذه المسئلة أخرجت نصيب خمسة دراهم ونصف من الثلاثة دراهم المنسوبة الى الايين في كل مائة درهم : فيكون ثمنا وخمس خمس ؛ زد على ذلك خمسة ونصف ، مع الربع الذي هو الكفاية، يصير خمسة دراهم ونصف وربع وثمن وخمس خمس . اضرب ذلك في مائة وخمسة وعشرين ونصف . يكون الجواب مثل الاول .

فان قال ذلك السؤال ، وقال : أخذنا ألف درهم ، عن كم جريبا يكون ؟ قسمت الالف على خمسة أسهم ونصف وربع وثمن وخمس خمس ، كما تقدم ذكره من الطرق .

فان قال : خرجت الكفاية مائة درهم كم يكون الطسق ؟ ضربت [٢٢٣ظ] المائة في خمسة دراهم ونصف ، وقسمت المبلغ على ربع واحد.

فان قال : خرج الايين عشرة دراهم ، كم يكون الطسق ؟ ضربت العشرة دراهم في خمسة دراهم ونصف ، يكون خمسة وخمسين ؛ اقسم ذلك على قسط الخمسة والنصف من الايين ، وهو ثمن وخمس خمس . وهو أن تنظر كم في المقسوم من أمثال المقسوم عليه .

وهذا يمكن أن يركب منه مسائل كثيرة مليحة . والطبع الاولى ينفذ في ذلك ، ولهذا لم أطول الكتاب بذكرها .

× × ×

(١٨) فان قيل : لرجل على رجل ألف درهم ، من ثلاثة نقود ، من كل نقد ثلثه ؛ النقد الاول عشرون درهما بدينار ، والثاني خمسة عشر درهما بدينار ، والثالث اثنا عشر درهما بدينار . فادى المؤدي ثلاثمائة درهم من النقد الاول . فكم يأخذ الخط من النقد الذي عليه[٦٦] ؟

قياس ذلك أن تأخذ أي مقدار شئت من الدراهم ، واجعل كل ثلث منه من جنس ، وليكن المقدار ما يسهل حسابه ويضرب ، فليكن خمسة وأربعون درهما ، منـه من كل جنس خمسة عشر درهمـا • فتكون قيمته ثلاثة دنانير : لان الخمسة عشر من النقد الاول قيمتهـا نصف وربع دينار ، وخمسة عشر من الثاني قيمتها دينار ، وخمسة عشر من النقد الثالث قيمتها دينار وربع •

ثم انظر الثلاثمائة المؤداة : كم قيمتها على عشرين درهم بدينار ، فتجده خمسة عشر دينار • فاحسب لكل ثلاثة دنانير خمسة وأربعين درهما من النقد الذي له ؛ وهو أن تضرب خمسة عشر في خمسة وأربعين وتقسم على ثلاثة • وان شئت قسمت أي العددين شئت على ثلاثة ، وما يخرج ضربته في العدد الآخر • فما يكون من ذلك كان جوابا •

[٢٢٤و] ولو قال : أدى ثلاثمائة درهم من نقد آخر ، لكنت تجعله دنانير ، وتضرب عدد الدنانير التي تكون قيمتها ، في خمسة (عشر) فما خرج كان المطلوب •

وعلى هذا القياس يجب أن تعمل اذا كانت من أربع نقود أو أكثر •

(١٩) فان قال : لرجل على رجل مائة دينـار ، من ثلاثة نقود ، أثلاثاً : ثلث عضدية وثلث نيسابورية وثلث قوامية • والدينار القوامي بسبعة عشر قيراطا نيسابورية ؛ والدينـار العضـدي بتسعـة عشر قيراطـا نيسابورية • أدى المؤدي خمسين دينارا قوامية وعشرة عضدية • بكم يأخذ الخط من المائة ؟

قياس ذلك أن تجعل المؤدي من جنس واحد ، وتحفظه • وتصرف ثلاثة ثلاثة ، ثم تجعل هذه الثلاثة : كل دينار من جنس ، وتحولها الى الجنس الآخر الذي حولت اليه المؤدي ، وتقسم عليه المحفوظ • فما يكون بعد ذلك كان جوابا •

وفي هذه المسئلة تحول ثلاثة دنانير من الاجناس الثلاثة الى النيسابورية لانها أسهل تحويلا ؛ فيكون دينارين وستة عشر قيراطا ، فاحفظه • ثم اجعل المؤدي أيضا دنانير نيسابورية : فيكون خمسين دينارا [٢٢٥و] قوامية على سعر كل دينار قوامي بسبعة عشر قيراطا نيسابوري : اثنين واربعين دينارا ونصفا نيسابورية •

ويكون عشرة دنانير عضدية على سعر الدينار بتسعة عشر قيراطا : تسعة دنانير ونصف نيسابورية •

ومجموع ذلك اثنين وخمسين دينارا • اضربها في ثلاثة ، تكون مائة وستة وخمسين دينارا ، اقسمها على دينارين وستة عشر قيراطا ، أعني اثنين وأربعة أخماس ، يكون الخارج من ذلك خمسة وخمسين دينارا وخمسة أسباع دينار • وهو الجواب •

ومما يجب أن يتبع ذلك اذا قيل : دينار قوامي بسبعة عشر قيراطا نيسابوري ، ودينار عضدي بتسعة عشر قيراطا نيسابوري ؛ عشرة دنانير عضدية كم تكون قوامية ؟

قياس ذلك أن تضربها في تسعة عشر ، وتقسم المبلغ على سبعة عشر • وان كانت العشرة قوامية وأردت بها عضدية : ضربتهـا في سبعة عشر وقسمتها على تسعة عشر • وانما فعلت ذلك لانك اذا أردت أن تجعل العضدية نيسابورية : لالقيت جزأها من عشرين ، فيعود كل دينار الى تسعة عشر جزءا • فضربت تسعة عشر في عدد الدنانير ، ثم قسمت ذلك على سبعـة عشر لان كل سبعة عشر جزءا من العـين النيسابوري هو دينار واحد قوامي ، فصار ما يخرج من القسمة عينا قواميـــا •

ومما يتبع ذلك : ثمانية عشر درهما غلة بخمسة عشر درهما صحاح، وستة عشر درهما حلالا بخمسة عشر درهما صحاحا • مائة درهم غلة بكم درهم من الحلال تكون ؟ جعلته صحاح ، وهو أن تلقي سدسها ، أو تضربها في خمسة عشر وتقسم المبلغ على ثمانية عشر [٢٢٥ظ] هذا اذا امتنع بالنسبة • ثم بعد ذلك زدت على الخارج ثلث خمسه ، لان الصحاح اذا زدت عليها ثلث خمسها صارت حلالا • وان لـم يمكن بالنسبة حسابها ضربتها في ستة عشر وقسمت المبلغ على خمسة عشر • وان شئت ضربت المائة في ستة عشر وقسمت المبلغ على ثمانية عشر • لانك في العمل الاول نقصت منها سدسها حتى صارت صحاحا ، ثم زدت على الباقي ثلث خمسه حتى يصير حلالا • فان نقصت من المائـة التسع أغنى عن ذلك كله ، لان كل عدد يلقى منه سدسه ثم يزيد على الباقي ثلث خمسه عاد ثمانية أتساعه •

× × ×

(٢٠) فان قيل : اقسم العشرة بقسمين : اذا قسمت القليل على الكثير والكثير على القليل وجمعت ما خرج من القسمين كان أربعة وربعا • قسمت أربعة وربع بقسمين يكون ضرب أحدهما في الآخر درهما

واحدا ، لان كل عددين اذا قسمت كل واحد منهما على صاحبه وضربت ما خرج من أحد القسمين بما خرج من القسم الآخر كان واحدا ٠

وعمل ذلك أن تجعل أحد القسمين شيئاً والآخر أربعة وربعا الا شيئاً ٠ ضربت أحدهما في الآخر ، فيكون أربعة أشياء وربع شيء الا مالا يعدل درهما ٠ فاذا جبرت وقابلت خرج الشيء اما أربعة واما ربعا ٠ فايها شئت فاعمل به ، واستأنف المسئلة ٠ وقد قسمت العشرة بقسمين ، وقسمت أحد القسمين على الآخر فخرج اما أربعة واما ربعا ٠ فاجعل أحدهما شيئاً والآخر عشرة الا شيئاً ٠ واضرب أيهما شئت [٢٢٦و] اما في أربعة أو في ربع ، وقابل بالمبلغ القسم الآخر ، فيخرج أحد القسمين ثمانية والآخر اثنين ٠

وان شئت في هذه المسئلة أن تعملها بعمل آخر : ضربت العشرة الا شيئاً في الشيء ، ثم المبلغ في أربعة وربع وقابلت به ما يكون من ضرب واحد من القسمين في نفسه : الشيء في نفسه ، والعشرة الا شيئاً في نفسها ، فيخرج الجواب الذي نريده ٠

(يضيف الشهرزوري ما يسميه : « من مسائل العشرات مما لم يذكره صاحب الكتاب » [٢٢٧ و] ما يمكن أن نعبر عنه بالشكل التالي :

١ ـ (١٠ ـ س)^{2} ـ س^{2} = س + س^{2}

٢ ـ س^{2} + (١٠ ـ س)^{2} + س (١٠ ـ س) = ٧٦

٣ ـ س^{2} + (١٠ ـ س)^{2} ـ س (١٠ ـ س) = ٣٧

٤ ـ « ومن مسائل العشرات أيضاً اذا قيل : عشرة قسمناها بقسمين مربعين ومجموع جذريهما أربعة ، كم كل واحد من القسمين ؟ »

ويعطي طريقتين للحل : الأولى : افرض أحد القسمين س^{2} ، فيكون الثاني ١٠ ـ س^{2} ، وهذا مربع كامل حسب شروط المسئلة ، فيكون جذره التربيعي أكبر من ٢ ٠ فليكن ٢ × س ٠

∴ ١٠ ـ س^{2} = (٢ + س)^{2}

من ذلك يحدر ان س = ١ فأحد القسمين س^{2} = ١ ، والثاني = ٩

والطريقة الثانية : اذا كان أحد القسمين س^{2} وجذره س ، فجذر القسم الثاني ٤ ـ س والثاني (٤ ـ س)^{2}

∴ س^{2} + (٤ ـ س)^{2} = ١٠

٥ ـ « ومما لم يذكره صاحب الكتاب أيضاً من مسائل الأموال : اذا قيل : مال زدت عليه ثلثه ودرهم ، ونقصت مما اجتمع ثلثه ودرهم ، لم يبق شيء ٠ كم أصل المال ؟

يعطي الشهرزوري ثلاث طرق ٠ الأولى جبرية ٠ والثانية طريقة المنكوس ٠ والثالثة طريقة الباب وهنا يقول :

وان شئت سلكت طريقة الباب : وهو أن تأخذ مخرج الثلث ، وهو ثلاثة ، وتضربه في مثله ، لأن المزيد والمنقوص هو الثلث ، فيكون تسعة ٠ فألق من ذلك واحداً ، أصل ابداً ، وهو ضرب الكسر في الكسر ، يبقى ثمانية ، احفظها ٠ ثم خذ مخرج الثلث وهو ثلاثة ، فانسبه من الثمانية المحفوظة ، فيكون ثلاثة أثمان ، وهو أصل المال ٠

٦ ـ مسئلة كالسابقة تحل بالطرق الثلاث ٠

٧ ـ ٢ س + ٢ $\sqrt{\text{س}^{2} - ٣ \text{ س}}$ = ١٠ والسوال عن س^{2} فالنص يبدأ بقوله:

مال جذراه وجذرا . . . الخ

٨ ـ مال مجذور أخذنا جذره وجذر جذره وضربناهما في مثلهما فعاد المال الأول ومثل سبعة أجذاره ٠ كم أصل المال ؟

الحل يفترض في الأصل س^{4} فتنجم المعادلة س^{4} + (س^{2} + س)^{2} = س^{4} + ٧ س^{2}

٩ ـ س^{4} + (س^{2} + س)^{2} = س^{4} + ٦٣

١٠ـ « مال ألقينا منه جذره وثلث ما بقي وأخذنا جذر ما بقي فكان بعد زيادة درهم عليه مساو لجذر المال الأول :

يعتبر المال س^{2} فيحصل على $\frac{2}{3}$ س^{2} ـ $\frac{2}{3}$ س وحتى يأخذ جذر هذه العبارة يجبر هذا الجذر « بالاستقراء » فيعتبره س ـ ١ ويكمل الحل ٠

١١ـ مالان مختلفان مجموعهما مثل ضرب أحدهما في الآخر ٠ لكن متى ضربت أصغرهما في خمسة واعظمهما في نصف تساويا ٠

يعتبر الأصغر س والأكبر ١٠ س فتنتج المعادلة ١١ س = ١٠ س^{2}

١٢ـ مالان مختلفان ثلث أحدهما مثل ثمن الآخر ولكن مجموعهما مثل ضرب أحدهما في الآخر) ٠

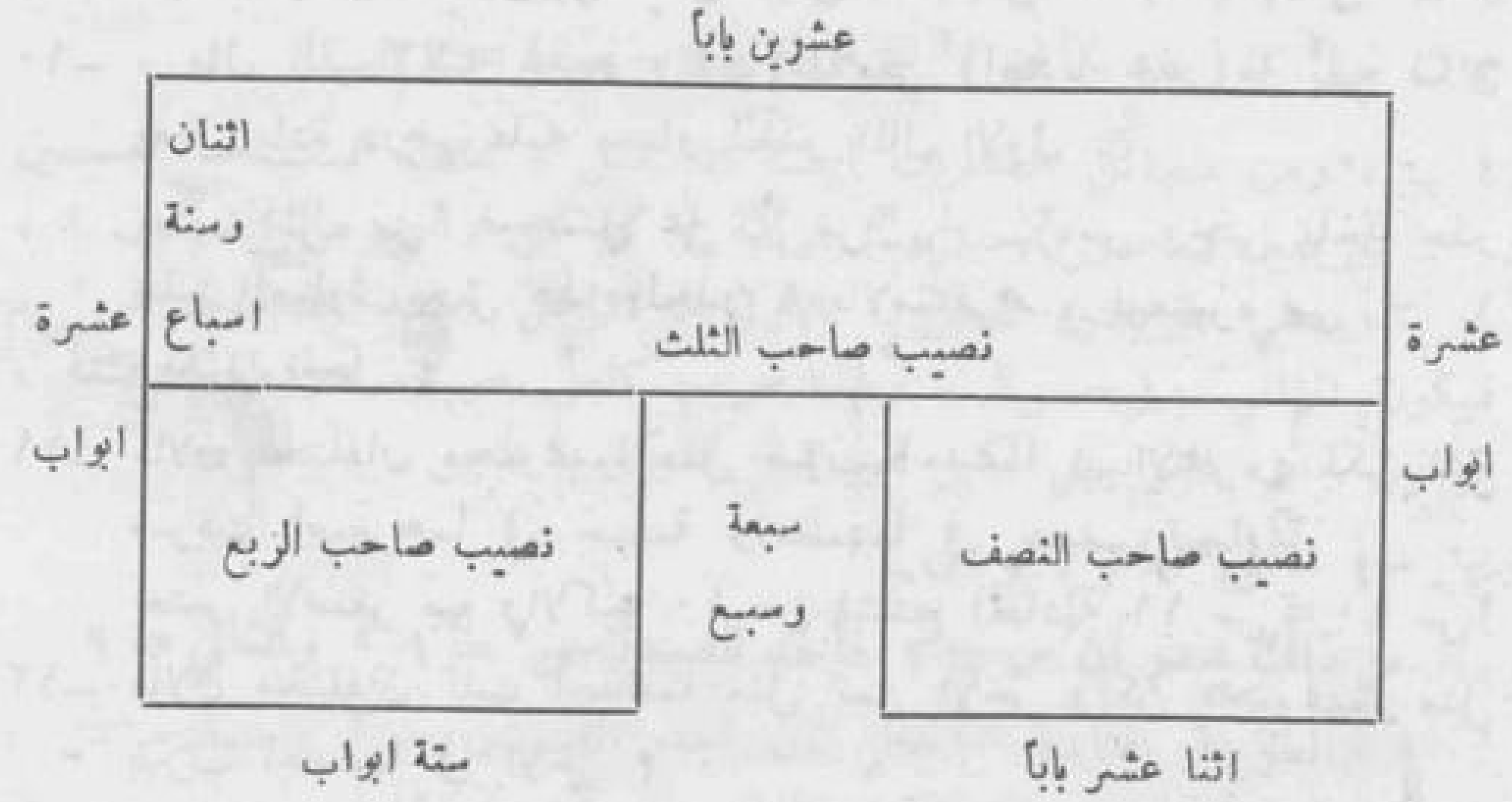
[٢٣٢ ظ]

باب من نوادر المساحة

اعلم أن المساحة في أكثر المواضع هي بقصبة طولها ستة أذرع بالذراع الهاشمي · وهذا ربما اختلف مقداره في بعض المواضع · وليس يجب أن نذكر في كتابنا شيئاً من ذلك لكثرة الخلاف فيه ، ولسهولة معرفته في الناحية التي يعمل بها الماسح · وهذا الذراع هو ثماني قبضات ، والقبضة أربع أصابع وكل اصبع ست شعيرات يضم بعضها الى بعض متلاقية البطون بالظهور · وهذه القصبة تسمى باباً ·

فمتى خرج من مساحتك مائة باب مكسرة أخذت لها جريباً ، ولكل عشرة قفيزاً ولكل واحد عشيراً · واذا ضربت الذرعان في الأبواب ، أخذت لكل ستة عشيراً · واذا ضربت الذرعان في الذرعان أخذت لكل ستة وثلاثين [٢٣٣ و] عشيراً · وعلى ذلك تقيس حساب القصبة والأصبع · ومن أحاط علماً بما تقدم من ضرب الكسور لم يلتبس عليه شيء من ذلك ·

اذا قيل : مربع طوله عشرون باباً وعرضه عشرة أبواب ؛ اقسمه بين ثلاثة أنفس : لأحدهم النصف والآخر الثلث والآخر الربع ، على أن يكون في وسطه طريق من جانب الطول عرضه بابان تشرع اليه مداخل الأنصباء الثلاثة ، أحدهم من الصدر ، والآخر من اليمين والآخر من الشمال · على أن يكون نصيب صاحب الثلث في الصدر ، على هذه الصورة :



قياس ذلك أن تجعل طول الطريق شيئاً ، وتضربه في عرضه ، فيكون شيئين · وتجعل الثمانية عشرة الباقية بقسمين بين صاحبي النصف والربع ، لأنهما يأخذان نصيبيهما من يمين الطريق وشماله · فيكون أحد النصيبين اثنا عشر ، فهذا عرض نصيب صاحب النصف · والستة الباقية هي عرض نصيب صاحب الربع · وطول كل واحد منهما طول الطريق ، وهو شيء ·

فيكون تكسير نصيب صاحب النصف : اثنا عشر شيئاً ، وتكسير نصيب صاحب الربع ستة أشياء · وعلى هذا يجب أن يكون تكسير نصيب صاحب الثلث : ثمانية أشياء · وتكسير الطريق هو شيئان · فجميع تكسير هذه المساحة ثمانية وعشرين شيئاً · وذلك يعدل مائتين · والشيء الواحد يعدل سبعة أبواب وسبع باب · فهذا [٢٣٣ ظ] طول الطريق · ويبقى عرض نصيب صاحب الثلث من جملة عشرة أبواب : بابان وستة أسباع باب ·

(يشرح الشهرزوري هذه الطريقة ويضيف ما يسميه بطريقة الباب وهي طريقة حسابية) ·

فان قيل : مربع مستطيل ، طوله مثلا عرضه ، وتكسيره مثل محيطه ، كم مساحته وجوانبه ؟

اجعل طوله شيئين ، وعرضه شيئاً ، واضرب الطول في العرض يكون مالين ؛ هذا هو التكسير · وذلك يعدل المحيط ، وهو ستة أشياء · فالشيء يعدل ثلاثة ، وهو العرض ، والطول ستة ·

فان قيل : مربع متساوي الجوانب ، قطره مثل تكسيره ، جعلت القطر شيئاً ، وضربته في نفسه ، يكون مالا ، أخذت نصفه ، يكون نصف مال ، وذلك يعدل شيء · فالشيء يكون اثنين ، وهذا هو القطر ، [٢٣٥ ظ] فان قيل× : مثلث متساوي الجوانب مساحته مثل محيطه · قياس ذلك أن تجعل كل جانب من جوانبه شيئاً ، ثم تضرب نصف أحد الجوانب في مثله ، فيكون ربع مال ، فألق ذلك من مربع

× هذه المسئلة ينقلها الشهرزوري عن الكرجي ولكنها لا توجد في نص كتاب الكافي ·

أحد الأضلاع ، وهو مال ، يبقى ثلاثة أرباع مال ، فجذره العمود ، فاضربه في نصف القاعدة ، وهو شيء ٠

فاذا أردت المقابلة ، ربعت النصف شيء ، فيكون ربع مال ، فاضربه في ثلاثة أرباع مال ، فيكون ثمن مال مال ونصف ثمن مال مال ٠ فجذر ذلك هو المساحة ، وهذا يعدل مجموع جوانبه ، وذلك (ثلاثة أشياء) ٠

فاذا أردت المقابلة ، ضربت ثلاثة أشياء في مثلها ، فيكون تسعة أموال ؛ فهذا يعدل ثمن مال مال ونصف ثمن مال مال ٠

وكمل مال المال ، بأن تضرب جميع ما معك في خمسة وثلث ؛ فيكون بعد ذلك : مال مال يعدل ثمانية واربعين مالا ٠ فحط ما معك منزلتين ، فيصير : مالا يعدل ثمانية واربعين درهما ، فجذر ذلك هو قيمة الشيء ٠ وهو كل ضلع من أضلاعه ٠

[٢٣٦ و] فان قيل : مربع مستطيل ، مساحته مثل محيطه وقطره ، وعرضه مثل ثلث طوله ؛ كم كل جانب من جوانبه ؟

قياس ذلك أن تجعل عرضه شيئاً وطوله ثلاثة أشياء ، فتكون مساحته ثلاثة أموال ٠ ثم اجمع محيطه وقطره فيكون ثمانية أشياء وجذر عشرة أموال ٠ وذلك يعدل ثلاثة أموال ٠ فالمال الواحد يعدل شيئين وثلثي شيء وجذر مال وتسع مال ٠

فيصير الشيء اثنين وثلثين وجذر واحد وتسع ؛ وهي عرضه ٠ والطول ثمانية وجذر عشرة ٠

(يضيف الشهرزوري المسئلة : مثلث متساوي الأضلاع مساحته عشرة أذرع ٠ كم كل واحد من جوانبه ؟ وهو يحسب ضلعه بالطريقة الجبرية ٠

ثم يقول : وان شئت استخرجت ذلك بطريقة الباب : وهو أن تربع المساحة ، وهي عشرة ، فيكون مربعها مائة ٠ فاضربها في خمسة وثلث ، أصل ابداً ، فيكون خمسمائة وثلاثة وثلاثين وثلث ٠ فجذر جذر ذلك هو كل ضلع من أضلاعه(٩٧) ٠٠٠)

[٢٣٦ ظ] فان قيل : مدور مساحته مائة ، كم قطره ؟ قياسه أن تجعل قطره شيئاً وتضربه في نفسه وتلقي سبعه ونصف سبعه ؛ يبقى خمسة أسباع مال ونصف سبع مال ٠ وذلك يعدل مائة ٠ فاذا أكملت المال صار معادلا لمائة وسبعة [٢٣٧ و] وعشرين وثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً من واحد ٠ جذر هذا هو القطر ٠ وهو من الأعداد الصم× ٠

فان قيل : دائرة قطرها مثل مساحتها ، قابلت شيئاً بخمسة أسباع مال ونصف سبع مال ٠ جذر المال واحد وثلاثة أجزاء من أحد عشر ٠

[٢٣٧ ظ] فان قيل : دائرة قطرها ومساحتها ودورها مائة ، جمعت هذه الثلاثة على أن يكون القطر شيئاً ٠ فيخرج : أربعة أشياء وسبع شيء وخمسة أسباع مال ونصف سبع مال وذلك كله يعدل مائة ٠ فقابل (تجد) المطلوب×× ٠

[٢٣٨ و] فان قيل : محيطها مثل قطرها ومساحتها ، قابلت ثلاثة أشياء وسبع شيء ، بشيء وخمسة أسباع ونصف سبع مال

وقد يمكن أن تركب عدة مسائل من الدائرة والقسي ٠

[٢٣٨ ظ] فان قيل : مربع كل جانب من جوانبه عشرة ، في وسط دائرة ٠ كم قطر الدائرة ؟ الجواب مثل قطر المربع ٠

فان قيل : المربع محيط بالدائرة ، قيل قطر الدائرة مثل ضلع المربع ٠

[٢٣٩ و] فان قيل : مثلث متساوي الأضلاع قد أحاط به مدور ، كم قطره ؟

ان شئت أخرجته بالطريق الذي تقدم في باب مساحة ذوات الاضلاع الكثيرة ٠ وان شئت ضربت نصف قاعدته في نفسه ، وقسمته على عموده ، فما خرج زدته على العمود ، فيكون قطر الدائرة الخارجة ٠ وان ألقيته من عمود المثلث كان الباقي قطر الدائرة الداخلة ، لأن كل وترين يتقاطعان في دائرة فان ضرب أحد قسمي أحدهما في الآخر منه ، كضرب أحد قسمي الآخر في الآخر منه ٠

× في شرح الشهرزوري مسائل لا نجدها في نص كتاب الكافي وليس في ما يقول الشهرزوري ما يجعلنا نجزم اذا كانت اضافات من عنده أو منقولة عن الكرجي٠

× × هكذا وردت هذه المسئلة في كتاب الكرجي ، اما الشهرزوري فيعطي الحل مفصلا ٠

[٢٣٩ ظ] فان قيل : مثلث متساوي الساقين حاد الزوايا ، كل واحد من ساقيه عشرة ، وقاعدته اثنا عشر ، وعموده [٢٤٠ و] ثمانية • كم مساحة أعظم مربع متساوي الجوانب يكون في وسطه ؟

قياس ذلك أن تجعل كل جانب منه شيئاً ، وتضربه في نفسه فيكون مالا ، وتحفظه • ثم تلقي الشيء من القاعدة ، يبقى اثنا عشر الا شيئاً • اضربها في نصف شيء ، فيكون ستة أشياء الا نصف مال ، احفظه • ثم الق الشيء من العمود ، يبقى ثمانية الا شيئاً • اضربها في نصف شيء ، يكون أربعة أشياء الا نصف مال • اجمع ذلك مع المحفوظين • يكون عشرة أشياء ، فهذا يعدل مساحة المثلث وذلك ثمانية وأربعون •

فيخرج قيمة الشيء أربعة وأربعة أخماس • وهو كل جانب من جوانب المربع •

(يضيف الشهرزوري : وان شئت استخرجت ذلك بطريقة الباب ، وهو أن تقسم مساحة المثلث على أحد ساقي المثلث ، فيخرج من القسمة أربعة وأربعة أخماس • وهو كل جانب من جوانب المربع••• ثم يعطي حلولا حسابية أخرى) •

[٢٤١ ظ] فان قيل : قصبة ثابتة في وسط الماء • الخارج منها خمسة أذرع • هبت الريح وأمالتها حتى غاصت في الماء وصار رأسها مع سطح الماء ، من غير أن يزال أصلها عن موضعه • فكان البعد بين مطلعها الأول وبين موضع رأسها عشرة أذرع • كم طولها ؟

طريق ذلك أن تضرب العشرة في نفسها وتقسم المبلغ على الخمسة الخارجة ، فما خرج من القسمة زدته على الخمسة • فما كان بعد ذلك كان مثلي طول القصبة • فنصف ذلك هو طول القصبة ، وهو اثنا عشر ذراعاً ونصف • لأن القصبة في هذا الموضع مثل نصف قطر دائرة ، والخمسة مثل سهم قوس نصف وترها عشرة • لأن رأس القصبة لما مالت مر على خط مقوس •

[٢٤٢ ظ] فان قيل : نهر على كل واحد من شطيه نخلة • والنخلتان متقابلتان • احداهما عشرون ذراعاً والأخرى ثلاثون

ذراعاً • وعرض النهر خمسون ذراعاً • وعلى كل نخلة طائر • رأيا سمكة في الماء فطارا اليها في وقت واحد طيراناً واحداً وعلى خطين مستقيمين ، ووصلا اليها معاً على سطح الماء ، والتقيا في نقطة على الخط المستقيم الذي يصل بين أصلي النخلتين على سطح الماء • كم مقدار ما طار كل واحد منهما ، وفي أي مكان التقيا ؟(٩٨) •

قياس ذلك أن تجعل البعد بين نقطة التلاقي وبين أصل النخلة العظمى شيئاً • وتضربه في نفسه ، يكون مالا ، تزيد عليه تسعمائة ، التي هي مربع النخلة العظمى • وتقابل ذلك بما يكون من ضرب خمسين الا شيئاً في نفسها ، أعني ألفين وخمسمائة ومال الا مائة شيء ، مضافاً الى ذلك مربع النخلة الأخرى • فيخرج الشيء عشرين • وهو البعد بين نقطة التلاقي وبين أصل النخلة العظمى • والبعد بين هذه النقطة وبين أصل النخلة الصغرى وهو ثلاثون • وما طار كل واحد من الطائرين هو جذر ألف وثلاثمائة •

× × ×

[٢٤٣ ظ] قال الشيخ أيده الله× : ووجدت هذه المسائل المذكورة في آخر هذا الكتاب دائرة بين عامة الحساب ، وهم يميلون الى حسابها ومعرفة عملها ، فلا يعجب أحد من متابعتي لأهل الفضل في ايثارهم ادخار الذكر الجميل والشكر الطويل • وقد ارتجلت هذا الكتاب من غير تسويد ، وحررته بلا روية • وهو ضامن لما يكفي الكاتب في رسوم دينه وأحكام ديوانه ، ان شاء الله تعالى •

(يلحق الشهرزوري ذلك بمسائل في الوصايا والأرث وهي تقسم حسب قواعد الشرع • وينتهي الشرح بالكلمات التالية [٢٤٩ ظ] : وكان الفراغ منه بكرة تاسع عشر من ذي الحجة آخر سنة احدى وتسعين وخمسمائة) •

× هكذا في الأصل • أما الشهرزوري فيقول : قال الكرجي رحمه الله •

التعليقـات

(١) حول تبويب الكتاب

يتفق كتاب أبي الوفاء مع كتب حساب اليد الأخرى من حيث اعتبار ان الضرب والقسمة والنسبة ، أو الضرب والكسور والنسبة ، هي العمليات الرئيسية التي يحتاج اليها في المعاملات • وهي كلها لا تبحث في الجمع والطرح ، باعتبارهما عمليتين بدائيتين •

الا أن أبا الوفاء يشذ عن الآخرين بالبدء بالنسبة قبل الضرب ، ويعطي لذلك سببا لا نراه مقنعاً •

ثم أن تقسيمه لكتابه الى سبع منازل في كل منزلة سبعة ابواب أمر لم يصنعـه غيره • لقد جعل أبو منصور ، عبد القاهر بن طاهر البغدادي ، كتاب التكملة ، سبعة أقسام سماها أنواعا ، ولكنه بحث في كل قسم بما عده نوعا مستقلا من أنواع الحساب • اما الكرجي فقد جعل كتابه أبوابا متتالية بدأها بالتعريف بالأعداد والمراتب والعقود (وهذه يؤخرها أبو الوفاء الى المنزلة الثانية) ثم أعقبها بضرب الاعداد الصحيحة ، وانتقل من ذلك الى القسمة والنسبة وتطبيق ذلك في المعاملات والمساحة والجبر • والجبر لا يتعرض له أبو الوفاء في كتابه هذا ويعلل ذلك بانه وضع كتابا خاصا بصناعة الجبر والمقابلة • وهو أيضا لا يبين طريقته في استخراج الجذر التربيعي ، رغم أنه يستخرجه في مسائل كثيرة •

نذكر بهذه المناسبة أن كتب الحساب الهندي العربية تكاد تجمع على ترتيب معين لا تخرج عنه ، فهي تبدأ بالتعريف بالأرقام وتغير مدلولاتها حسب المنازل ، ثم تتناول العمليات الحسابية في الاعداد الصحيحة : من تضعيف فتنصيف فجمع فطرح فضرب فقسمة فتجذير ، وتذكر ميزان كل عملية بطريقة طرح التسعات ، ثم تنتقل الى الكسور فتعطي طريقة كتابتها ثم تبين كيف تجري هذه العمليات ذاتها فيها • وهنا تنتهي على الغالب كتب الحساب الهندي القديمة ، فلا مكان للجبر فيها ولا للمعاملات •

في ضوء هذا نستنتج نتيجتين أولاهما أن حساب اليد كان قد نضج في العـالم الاسلامي حتى شمل كل المعاملات وتولد عنه علم الجبر العربي ، من قبل أن ينتشر الحساب الهندي • والثانية أن مؤلفي كتب الحساب الهندي وجدوا طريقا معبدا في تبويب الموضوع وعرضه فاتبعوه ، أما المؤلفون في حساب اليد فلعلهم شقوا طريقهم كل على حسب اجتهاده • ولعل العربية كانت أول لغة وضعت فيها الكتب عن حساب اليد •

(٢) تعريف النسبة

يعرفها أبو الوفاء بانها قدر عددين أحدهما عند الآخر •

ويعرفها الكرجي بانها أيية قدر مقدارين متجانسين ، كل واحد منهما عند الآخر • وعلى هامش كتابه تفسر لفظة « أيية » بانها ماخوذة من حرف الاستفهام « أي » في قولنا : أي قدر لهذا المقدار عند هذا المقدار • ويذكر الشهرزوري أن التعريف الذي يعطيه الكرجي « قد ذكره اقليدس في صدر المقالة السادسة ، ومعناه : **أي قدر لهذا** المقدار عند هذا المقدار ••• وقد ذكر اقليدس للنسبة حداً آخر فقال : هي اضافة في قدر بين مقدارين من جنس واحد ••• فانك اذا أردت أن تنسب مقدارا الى مقدار ،

أضفته اليه لتعلم مقداره منه ، وقوله هي قدر بين مقدارين ، لأن الخارج بالنسبة هو القدر الذي حصل باضافة المنسوب الى المنسوب اليه ••• وقد ذكر غيره حداً آخر أظهر منهما وأقرب الى الفهم فقال : النسبة اضافة مقدار الى مقدار آخر من جنسه ليعلم كميته منه ••• »

وبصدد الألفاظ التي استعملها اقليدس لتحديد النسبة جرى نقاش بين الباحثين استعرضه هيث في دراسته لأصول اقليدس ، يهمنا منه ، فيما نحن هنا بصدده ، ان هذه التعريفات التي ذكرت لا تفهم فكرة النسبة لمن لا يعرفها ، بدون ما يليهـا من شروح •

(٣) يبدو أن هذا هو الذي ذكره صاحب الفهرست باسم كتاب المـدخل الى الارثماطيقى ، وذكر أنه مقالة • والأرثماطيقى كلمة يونانية لا تعني العمليات الحسابية انما هي دراسة لخواص الأعداد يمكن ان تعتبر مدخلا لما نسميه بنظرية الأعداد •

(٤) انواع الكسور في حساب اليد

ذكرنا في المقدمة أن من السمات المميزة لحساب اليد طريقته في التعبير عن الكسور • وهنا يفصل لنا أبو الوفاء هذه الطريقة بأمور نجملها بما يلي :

١ ـ في اللغة العربية تسعة ألفاظ تدل على الكسور هي : نصف وثلث وربع ••• الى عشر • وهذه الكسور التي تدل عليها الألفاظ التسعة هي **الرءوس** ، أو هي بلغة العصر الحاضر الكسور الرئيسية •

٢ ـ أما أمثال ٢/٣ ، ٣/٤ ، ••• الى ٩/١٠ من مضاعفات الرءوس فهي كسور **مركبـة** ويتركب اسم كل منها من لفظتين • وكل كسر مركب يستحسن أن يعبر عنـه براسين ، فالعبارة نصف وربع أحسن من العبارة ثلاثة ارباع • يستثنى من ذلك الكسر ٢/٣ الذي لا يمكن أن يعبر عنه بمجموع راسين (غير ثلث وثلث طبعاً) • والمؤلف يعطي جدولا بهذه الكسور المركبة وطريقة التعبير عن كل منها براسين • وفي هذا التعبير يبدأ بالراس الأكبر ويليه ما دونه •

٣ ـ الكسر ١/١٢ يعبر عنه بدلالة الرءوس ، فنقول نصف سدس • وهذا كسر **مضاف** (لأن النصف مضاف والسدس مضاف اليه) ، وعند التعبير عن الكسر المضاف يراعى دائماً ذكر الكسور التي يتركب منها بالترتيب التنازلي ، أي ابتداء مـن الأكبر • فيقال نصف سدس ولا يقال سدس نصف ، وكذلك لا يقال ثلث ربع ، وان تكن قيم هذه العبارات كلها متساوية •

والكسر المركب ينبغي التعبير عنه بدلالة راسين ، فان لم يمكن فبراس وكسر مضاف ، على أن يذكر الراس قبل الكسر المضاف ، فالكسر ٢/٥ يعبر عنه بثلث وثلثي عشر ، والكسر ٢/٩ يعبر عنه بسدس ونصف تسع •

٤ ـ ولأن الستين تدخل في وحدات القياس ، وقد درج الناس على التعبير عن الكسور بكسور ستينية ، فيقولون ثلاثين عشيراً للدلالة على النصف ، ولذا فواجب الحاسب أن يعرف قيم هذه الكسور بالكسور الستينية ، ومن ثم فالمؤلف يعطي قيم الكسور المركبة في الجدول السابق بالسلم الستيني ويعطي جداول أخرى تبين بالسلم نفسه قيم الكسور المركبة من أمثال نصف وسبع ٠٠ الى تسع وعشر ، والكسور المضافة من نصف السدس الى تسع العشر ٠

٥ ـ هذا النظام من رءوس وكسور مركبة ومضافة يضم الكسور التي مخارجها من النوع $٢^{ن} \times ٣^{د} \times ٥^{هـ} \times ٧^{ل}$ أما الكسر الذي يكون في مخرجه ١١ أو ١٣ أو ما فوقهما من أعداد أولية فهو كسر **أصم** لأنه لا يمكن تحويله الى الأنواع السابقة الا بالتقريب ٠ وفي الاصطلاح العربي القديم ، كل ما لا يمكن أن يعبر عن قيمته بالدقة يسمى أصم ، بالمقارنة بالمقادير المنطقة التي يمكن التعبير عنها ٠ ويستحسن تحويل الكسر الأصم الى رءوس وكسور مركبة أو مضافة ، وأن يكن هذا التحويل غير دقيق ، وسيأتي شرح طرقه ٠

* * *

والكرجي والمؤلفون الآخرون ، حتى الذين كتبوا في الحساب الهندي ، يتفقون مع أبي الوفاء بوجه عام في هذا التقسيم للكسور وفي قواعد التعبير ، وهي ما يسمونه تلخيص عبارات النسبة ، الا أنهم لا يتفقون معه في المصطلحات ٠ فما يسميه أبو الوفاء بالرءوس يسميه الكرجي الكسور المفردة ، ويسميه الأقليدسي الكسور وكل واحد منها كسر ؛ أما الكسور المضافة فيسميها الأقليدسي كسور الكسور ، وعنده أيضاً ما يسمى كسور كسور الكسور ٠ كما أن أمثال ٣/٧ عنده كسور ، لا كسر واحد ، ما دام البسط ليس وحدة ٠ أما أمثال نصف وثلث فهي عند بعضهم كسور معطوفة ، وبعضهم يتكلم عن أمثال نصف الا نصف ثمن ويسميها كسوراً مستثناة ٠

والذي يطالع المخطوطات الحسابية يلمس أمرين : أولهما أن العرب لم يتفقوا على مصطلحات ثابتة لهذه الانواع من الكسور ٠ وثانيهما أن فكرة التقسيم هذه تأخـذ بالتضاؤل ، حتى لنجد نصير الدين الطوسي (في القرن الثالث عشر) يذكران التعبير عن واحد من ألف بعشر عشر عشر أمر قبيح ٠ ثم لا نعود نجد لهذا التقسيم أثراً في المخطوطات المتاخرة ٠

نخلص من ذلك الى أن الحساب الهندي ، بما أعطاه من فكرة عن الكسر العـادي المطلق $\frac{س}{ص}$ مهما كانت قيمة كل من البسط والمخرج وبما أعطاه من طرق عامة لاجراء العمليات الحسابية على المقادير الكسرية ، أخذ يدحر هذه المفاهيم المبنية على الحساب الذهني والناجمة عنه ٠

على أن حساب اليد لم يكونوا في الواقع يجهلون فهم الكسر العادي $\frac{س}{ص}$ ، وسنجد أبا الوفاء في مسائل عدة ، لا يتقيد بكسور مفردة أو مركبة ٠ الا أنه بين حين وحين

يعطي كسراً عادياً ثم هو يحوله الى كسور مفردة ومركبة ٠ وفي يقيني أن هـذا التحويل لم يكن عن جهل بمعنى الكسر العادي ، ولكن بدافع التسهيل ، فلا شك أن الذي يحسب بيده وذهنه يجد أسهل عليه أن يحسب نصف العدد وثلثه ومجموعهما من أن يحسب خمسة أسداسه × ٠

يبقى هنالك سؤال هام نتمنى لو نستطيع أن نجيب عنه جواباً جازماً : هل ورث العرب هذا النظام الكسري أم هو من صنعهم ؟

لا شك ان النظام الستيني استقر في حساب اليد كتقليد بابلي اغريقي ، وساعد على استقراره أن كثيراً من وحدات القياس الدارجة بنيت على أساس منه ، ولعل بعضها انحدر معه ٠ ولا شك أيضاً ان حساب اليد انتشر في الشرق الأوسط بشكل ما قبل الاسلام ، ولعله كان هو النظام السائد عند العامة في أيام الأغريق ٠

ولكن هل كانت فكرة الكسور المفردة التي يسميها أبو الوفاء بالرءوس ، فكرة عربية اوحى بها أن في اللغة العربية أسماء لهذه الكسور ، ولها وحدها ؟ أم هي ترسبت من التقليد الفرعوني القديم الذي يلح كما يلح حساب اليد على أن يكون بسط الكسر وحدة ؟

مما يلفت الانتباه أن الكرجي يخص اللغة العربية صراحة بهذه الخاصة ، وأن الشهرزوري يشير الى أن غيرها من اللغات تعبر عن كل الكسور بمثل الطريقة التي يعبر بها في العربية عن الكسور الصم ، أي بمثل ثلاثة من اربعة ، أو خمسة أجزاء من سبعة عشر جزءاً ٠

وهذا ان دل على شيء انما يدل على أن الحساب العرب كانوا يرون فكرة الكسور المفردة قاصرة على اللغة العربية ، لا توجد لدى الطوائف التي تتعامل ذات بينها بغير العربية ٠ فهل هي اذن عربية الصنع ؟ ان ما يرافقها من مصطلحات مستمدة من قواعد اللغة العربية ، كالمعطوف والمضاف والمستثنى ، تجعل المرء يميل الى الاجابة بالايجاب ٠ ولكن اذا كانت الأدلة لا تمكننا من تأكيد أن الفكرة اضافة عربية فهل تكفي لأن نستبعد أنها من رواسب فرعونية ٠ الحساب الفرعونيون كالعرب لجأوا الى الكسور التي بسوطها وحدة واستثنوا ٢/٣ ، وتقليدهم هذا ظل شائعاً عند الهلينستيين حتى اننا نجد بروكلس في القرن الخامس الميلادي يعبر عن $\frac{٢٣}{٢٥}$ بالشكل نصف وثلث وجزء من خمسة عشر وجزء من خمسين ٠ فاذا نحن تساءلنا كيف صنع بروكلس ذلك نجد أقرب الاحتمالات أن يكون صنع ما يصنع أبو الوفاء اذ يبدأ بتحويل الكسر الى $\frac{١}{٥}$ ٥٥ من أجزاء الوحدة الستينية ، ثم يقسم ذلك الى ٣٠ + ٢٠ + ٤ + $\frac{١}{٥}$ ١ وكلها تسهل نسبتها الى الستين بالكسور التقليدية ٠

× يتجلى لي هذا الأمر عند تحقيق المسائل الحسابية في أي كتاب في حساب اليد ٠ وهذا يذكرني بما يردده كيندي ونويكيباور من انهما يجدان العمل بالنظام الستيني انسب لتحقيق المسائل الفلكية ٠

نخلص من ذلك الى أن هذا التقليد الذي نجده في الكسور العربية هو على الأرجح بقية من التقليد الفرعوني القديم ·

(٥) **سيورد المؤلف طريق تقريب الكسور الصم**

(٦) **نسبة الأعداد الى الستين**

الأبواب الثالث والرابع والخامس من هذه المنزلة هي أشبه بجداول تسهل على الحاسب اعطاء نسبة أي عدد صحيح أو كسري الى الستين بالعبارة التقليدية · ويمكن تلخيص هذه القواعد بما يلي :

١ ـ نسبة الاعداد من ١ الى ٦ سهلة وعلى الحاسب ان يحفظها ·

٢ ـ الاعداد ٧ ، ٨ ، ٩ يقسم كل منها الى جزأين أحدهما ٦ ، فالعدد ٩ = ٦ + ٣ ونسبته هي مجموع نسبتيهما ·

٣ ـ نسبة العدد ١٠ هي سدس · أما ما فوق العشرة والى ٥٩ فكما يلي :

أ ـ كل عدد من النوع ١٠ م + ١ أو ١٠ م + ٣ أو ١٠ م + ٦ أو ١٠ م + ٨ يقسم الى جزأين أحدهما ٦ ، الا أن العدد الذي من نوع ١٠ م + ٣ يقسم الى جزأين أحدهما ٣ ·

ب ـ كل عدد من النوع ١٠ م + ٢ أو ١٠ م + ٧ يقسم الى جزأين أحدهما ١٢ ·

جـ ـ العدد الذي من النوع ١٠ م + ٤ أو ١٠ م + ٩ فيقسم الى عددين أحدهما ٤ وهي ثلثا عشر الستين ·

د ـ العدد الذي من النوع ١٠ م + ٥ يقسم الى عددين أحدهما ١٥ ·

وبهذا يمكن نسبة كل الاعداد الصحيحة من ١ الى ٥٩ الى الستين ، برءوس وكسور مركبة ·

٤ ـ أما الاعداد الكسرية فيعطي أبو الوفاء قواعد لتجزئتها ، ابتداء مما معه نصف وانتهاء بما معه أعشار ، فاذا انتهى من ذلك تناول ما معه نصف نصف وتدرج من ذلك حتى يحصل على ما معه تسعة أعشار عشر ·

مثلا نسبة ١١ $\frac{١}{٢}$ الى الستين نجزئها الى ١ $\frac{١}{٢}$ + ١٠ ·

* * *

والكرجي يذكر ما يذكره أبو الوفاء ، ولكن بشكل أوجز يعتمد على طريقة عامة تظهر من المثال التالي :

كيف تنسب اثنين وعشرين وخمسة أسباع وسدس سبع من ستين ؟

الطريقة التي يعطيها الكرجي بالكلمات تعبر عنها الخطوات التالية :

النسبة المطلوبة $= \frac{٩٥٥}{٤٢ \times ٦٠} = \frac{١٩١}{٤٢ \times ١٢} = \frac{١٩١}{٧ \times ٨ \times ٩} = \frac{٥٦ + ٦٣ + ٧٢}{٧ \times ٨ \times ٩}$

وهذه الخطوة تتم بالاستقراء = سبع وثمن وتسع

والكرجي يذكر أننا اذا شئنا أن ننسب الى عدد معلوم فينبغي أن ننظر اذا كان يقسم على ١٠ ثم ٩ ثم ٨ الخ بالترتيب · وبعدئذ يتناول الكرجي النسبة الى الستين مقدماً لها بالكلمات التالية :

« اعلم أن القدماء جعلوا النسبة الى الستين مثالا تتصور به النسبة وتفهم الى الحد الذي يكتفى به ، لأن الستين يصح منها ستة كسور ، ولهذا انقسم اليهـا الكر والدرهم والدينار والدرجة ، وأجزاؤها ، وكثير من المقادير التي يتعامل بها الناس » · ويضيف الشهرزوري الى ذلك قوله : « واعلم ان الستين انما اعتمد عليها القدماء وجعلوها أصلا في النسبة لثلاثة أشياء ، الأول منها احتياجهم الى ذلك في نسبة الدرج وأجزائها ، لأن الدرجة وجميع اجزائها تنقسم الى الستين ··· والثاني هو أن المقادير التي نتعامل بها أكثرها محمولة على الستين ، فان الدينار ستون حبة والدرهم ستون عشيراً والكر ستون قفيزاً ، وغير ذلك من المقادير المجزأة الى الستين · والثالث ان الستين يجتمع فيها من الكسور الصحاح ما لا يجتمع في غيرها مع كثرته ، فانهـا يجتمع فيها ستة كسور صحاح هي النصف والثلث والربع والخمس والسدس والعشر »·

وواضح أنه لا يعد ما فوق العشر ، مثل $\frac{١}{١٢}$ مثلا لأنه من الكسور المركبة ، وهو يعني هنا الرءوس · ونذكر بهذه المناسبة أن ٧٢ لها مثل هذه الميزة وكذلك ٩٠ ·

وغني عن البيان أن ما يذكره الشهرزوري يبرر بقاء نظام الستين لكنه لا يزيدنا علماً عن السبب الذي من أجله اختاره البابليون سلم قياس ·

(٧) المقصود هنا حل المعادلة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{س}}{٦٠}$ والمؤلف يعطي طريقتين لذلك تتباينان في ترتيب خطوات العمل ·

ففي الطريقة الأولى يجري الترتيب بالشكل $٦٠ \times \text{أ} \div \text{ب}$

وفي الطريقة الثانية يكون الترتيب $\frac{٦٠}{\text{ب}} \times \text{أ}$

وفي الحالتين يكون س عشرانآ ، أي أجزاء من الستين فينبغي التعبير عنها بدلالة الرءوس والكسور المركبة ·

والطريقة الثانية تدفعه الى وضع جدولين ، أولهما يعطي قيمة $\frac{٦٠}{\text{ب}}$ حيث ب عدد منطق أقل من ٦٠ · والثاني يعطي قيم $\frac{\text{ب} - ٦٠}{\text{ب}}$ حيث ب عدد منطق بين ٦٠ ، ١٢٠ ·

والعدد المنطق يعرفه بأنه ما ليس أصم على مذهب الكتاب ، أي ما ليس فيه عوامل اولية فوق العشرة ·

والجدولان يعيدان الى الذهن جداول معكوسات الأعداد عند البابليين ·

والجدول الثاني يعطي في الواقع جزءاً من ا يجب أن يطرح منه حتى تخرج قيمة س ٠ فاذا أعطى الجدول الكسر $\frac{١}{٤}$ ، فيجب أن يطرح من أ ثلثه ٠

وعبارة « يطرح منه » يعبر عنها أبو الوفاء بالعبارة « يوضع عنه » ، وفي أماكن أخرى يقول : « يسقط منه » ٠

أما كلمة « الطرح » فلا نجدها في المخطوطات القديمة الا بصدد طرح التسعـات وبمعنى رميها واهمالها ٠

وكلمة « جدول » لا نجدها عند أبي الوفاء فهو يستعمل بدلها « التفصيل » ، مع ان غيره يستعملها ٠

(٨) هنا يبحث المؤلف طريقة تحويل الكسور الصماء الى كسور منطقة بالتقريب ٠

المطلوب التعبير عن $\frac{٣}{١٧}$ بالكسور التقليدية ٠

الطريقة الأولى : يحول هذا الكسر الى عشران ، بضربه في ٦٠ ، فينتج $\frac{١٠}{١٧}$ ١٠ عشران

وهذا يساوي بالتقريب ١١ ، لأن $\frac{١٠}{١٧}$ أكبر من النصف ، « وهكذا جرت عادة الحساب » ٠

فالكسر اذن $\frac{١١}{٦٠}$ وهو سدس وسدس عشر ٠

واذا أراد الحاسب نتيجة أدق ، فليحول $\frac{١٠}{١٧}$ الى عشران العشران ، وفي موضع واحد تسمى هذه دوانيق ؛ فيكون $\frac{٣}{١٧} = \frac{٥}{١٧}$ ١٠،٣٥ ؛ ويهمل الكسر $\frac{٥}{١٧}$ لانه أقل من نصف وينسب الباقي ٠

وكذلك اذا شئنا نتيجة أدق أمكن تحويل $\frac{٥}{١٧}$ الى كسور ستينية أدنى ، وهكذا حتى نصل الى درجة التقريب المطلوبة ، وما دون عشران العشران يسميها أبو الوفاء فلوساً٠

الطريقة الثانية : وتوصف هذه بانها الطريقة التي يستعملها أكثر الكتاب والحساب٠ اضف لكل من البسط والمخرج كسراً صغيراً يجعل المخرج منطقاً :

$$\frac{٣}{١٧} = \text{بالتقريب } \frac{٣+١}{١٧+١} = \frac{٢}{٩} \text{ ، وهذا اكثر من } \frac{٣}{١٧}$$

$$= \text{بالتقريب } \frac{٣+\frac{١}{٢}}{١٧+\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٥} \text{ وهذا ايضاً اكثر من الكسر الاصلي}$$

$$= \text{بالتقريب } \frac{٣+\frac{١}{٧}}{١٧+\frac{١}{٧}} = \frac{٢٢}{١٢٠} = \text{سدس وسدس عشر ،وهذا اقرب الى}$$

$\frac{٣}{١٧}$ الخ .

ويذكر المؤلف أن هذه الطريقة متعبة ، وهو يقترح دمج الطريقتين ، فتستعمل الثانية لتقريب $\frac{٥}{١٧}$ التي أهملت في الطريقة الأولى ٠

والكرجي يذكر الطريقة الأولى ويسمي الكسور الستينية باسمائها المألوفة : دقائق وثواني وثوالث ٠٠ الخ ٠ ثم يذكر الطريقة التالية ويصفها بانها أخف من السابقة ، ولكن المسامحة فيها أكثر :

$$\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢}\left(\frac{أ}{ب-١} + \frac{أ}{ب+١}\right) \text{ ، والمثال على ذلك } \frac{٣}{١٣}$$

فاذا شئت نتيجة أدق فاطرح من النتيجة السابقة $\frac{أ}{(ب-١)\,ب\,(ب+١)}$

والكرجي لا يفصل كيف ينسب هذا الكسر ٠

ثم يورد الكرجي الطريقة التالية ويقول أنها على مذهب العامة :

$$\frac{٣}{١٣} = \frac{٣\times٦}{١٣} \text{ اسداساً } = \text{ ١ سدس } \frac{٥}{١٣} = \text{سدس + سدس ثمن } \frac{٥\times٨}{١٣} =$$

$$\text{سدس + نصف ثمن + } \frac{١}{١٣} \text{ من سدس ثمن = سدس + نصف ثمن + ثمن ثمن عشر بالتقريب .}$$

(٩) يعطي المؤلف كميات كسرية ، يضعها في العمود الأول ، وقد عبر عن الكسور فيها بدلالة الدوانيق والحبات ، والدانق يدل على $\frac{١}{٦}$ ، والحبة على $\frac{١}{٤٨}$ ٠ ثم هو في العمود الثاني يعبر عن الكسور ذاتها بالطريقة العادية فالمقدار الأول ، اي تسعة وعشرون دانق ، يكتب مقابله وسدس لأن الدانق = $\frac{١}{٦}$ ٠

ثم هو يعطي في الأعمدة الأخرى نسبة هذه المقادير من الستين ، فنسبة $٢٩\frac{١}{٦}$ من الستين هي ربع وثمن وتسع ٠ وتحت كل واحد من هذه الكسور يعطي قيمته بالكسور الستينية فالربع = ١٥ ، والثمن = $٧\frac{١}{٢}$ ، والتسع = $٦\frac{٢}{٣}$ والمجموع $٢٩\frac{١}{٦}$ ٠

(١٠) هنا واحدة من الأشارات العابرة الى أن حساب اليد كان يعتمد على ضبط الأعداد باليد أو الذهن • انظر التعليق (١٦) •

(١١)لعل كتاب ابرخس البيثيني في أصول الاعداد ، الذي يذكر أبو الوفاء أنه شرحه ، هو ما عناه ابن النديم عندما نسب لأبي الوفاء كتابا في تفسير كتاب ابرخس في الجبر • والجدير بالذكر أن المصادر الأغريقية واللاتينية لا تنسب لأبرخس **(Hipparchus)** البثيني كتابا في الجبر أو الحساب •

(١٢) العرف الذي كان دارجا عند العامة أن تميز الاعداد الصحاح بتسميتها دراهم ، بالقياس الى الكسور التي يعبر عنها بالدوانيق والحبات • انظر (٩) •

(١٣) الأرتفاع هنا بمعنى الأصل أو المجموع • انظر (٩٤) •

(١٤) هذا يؤيد أن أبا الوفاء شرح كتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة ، كما ذكر ابن النديم •

(١٥) المراتب

أبو الوفاء والكرجي والاقليدسي وكل من أتيح لنا ان نطلع على كتبهم يعتبرون المراتب ثلاثا ، هي الآحاد والعشرات والمئات ، وهذه المراتب الثلاث تتكرر مرة للألوف ومرة لألوف الألوف ، وهكذا • فالمرتبة الرابعة هي آحاد الوف والسابعة آحاد الوف الوف ••• الخ • وعندما ندرس الحساب الهندي سنجد ان الهنود كان لديهم ترتيب كهذا ، الا انه ثنائي لا ثلاثي ، فلم يأخذه العرب ولم يشيروا اليه • انما صار الذين يستعملون الأرقام الهندية منهم يقسمون مراتب العدد الى مجموعات ثلاثية يشيرون اليها بوضع عدد تحت أولاها أو نقطة فوقها •

وقد عرفوا ، من غير أن يكون لديهم ترقيم منازلي ، أن هذه المراتب تتدرج في سلم عشري • وهم لعدم وجود هذا الترقيم احتاجوا الى أن يعرفوا العلاقة بين ترتيب المرتبة واسمها • فاذا كان $١٠^{ب} = س$ حيث ب+١ هو ترتيب المرتبة ، باعتبار المرتبة الأولى هي $١٠^{٠}$ ، س هو اسم المرتبة ، كان لا بد من قاعدة لمعرفة س اذا عرفت ب ، ومعرفة ب اذا عرفت س • وهذامايعطيه أبو الوفاء في الفصل القادم •

ومن الجدير بالذكر ان لم يتفق الحساب العرب على اسم للمليون غير الف الف ، رغم اننا نلمس محاولات لذلك ، فاخوان الصفاء وصفوا اسماء متمايزة للمراتب العليا واقترحوا لفظة غاية لتدل على المليون ، والبيروني وابو جعفر الخازن اقترحا نظامين متباينين يساعدان على قراءة الاعداد الكبيرة التي تنشأ من تضعيف الاعداد بالتوالي • الا ان تكرار لفظة الألف بقي هو النظام الشائع الى أن وضع الأوربيون لفظة مليون •

ويلاحظ لي أن أبا الوفاء يجمع مائة على مئين • أما الكرجي فيجمعها على مئات والاقليدسي يستعمل الجمعين •

(١٦) العقود

يتضح من الكلمات القليلة التي يقولها أبو الوفاء أن عقود المرتبة تعني الرقم الذي يملاها • ففي العدد ثلاثة الف وخمسة عقدان ، واحد للألف وهو ثلاثة ، وواحد

للآحاد وهو خمسة • وحساب اليد لم يستعمل ارقاماً فكان يذكر هذه العقود باسمائها كاملة • ومن ثم لم تقم فيه الحاجة الى الاشارة الى الصفر ، فالمنزلة الخالية لا تذكر اذ ليس لها عقد • أما تسمية ما نسميه اليوم بالأرقام عقوداً فقد نجمت عن التقليد الذي اتبع في حساب اليد وهو عقد اصابع اليدين بأشكال متفق عليها متباينة للاشارة الى هذه العقود • فاذا أراد الحاسب أن يدل على ٢٧ عقد أصابعه عقدين : واحداً للسبعة وواحداً للعشرين • والمخطوطات العربية تشير الى هذه العقود اشارات عابرة باعتبارها أمراً معروفاً • انظر (١٠) أعلاه • أما الكتب اللاتينية فتصفها باسهاب • وفي كتاب **History of Mothematics, vol. II, by D. E. Smith (Boston, 1925)** يذكر المؤلف نبذة عن تاريخ حساب اليد ، ويشير الى عدد من المؤلفين الأوربيين الذين وصفوا العقود ، ثم هو في الصفحة ١٩٩ يعطي صورها كما جاءت في كتاب وضعه باتشيولي سنة ١٤٠٤ •

ومن هذه الصور نستنتج أن باتشيولي يشير الى الآحاد والعشرات بأصابع اليد اليسرى ، فيخصص الخنصر والبنصر والوسطى للآحاد ، ويخصص السبابة والابهام للعشرات؛ ثم هو يشير الى المئات والالوف بأصابع اليد اليمنى : فالخنصر والبنصر والوسطى للمئات والسبابة والابهام للألوف •

الا أن الصور تظهر بعض هذه العقود متشابهة فعقود ١ ، ٢ ، ٣ يصعب تمييزها عن عقود ٧ ، ٨ ، ٩ وقد بقينا نجهل مدى مطابقة العقود العربية للعقود اللاتينية الى ان أتيح لنا دراسة مخطوطة في المجموعة ١٠٨٨ في المكتبة العمومية ، وهي منظومة في حساب العقود لعلي بن المغربي • وبدراستها تبين أن العقود العربية واللاتينية تتفقان من حيث المبدأ • الا أن العربية تتمايز بشكل لا لبس فيه • وابن المغربي يستعمل اليد اليمنى للآحاد والعشرات ، فيخصص الابهام والسبابة للعشرات ، والاصابع الثلاثة الأخرى للآحاد • وهو يستعمل اليد اليسرى للمئات والالوف فيخصص الابهام والسبابة للمئات والاصابع الثلاثة الأخرى للالوف •

ولأن هذه المنظومة هي المصدر الوحيد الذي نعرفه حتى اليوم عن أشكال العقود رأينا أن ننشرها هنا كاملة ، الا من مقدمة من ١٥ بيتاً يستهل فيها الناظم أرجوزته بالصلاة والحمد ثم تبيان فضائل علم الحساب : ـ

باب عقد الآحاد

اعلم بأن عقدك الآحادا … خصوا بها ثلاثة أفرادا
فخنصر وبنصر ووسطا … وذاك في اليمين فاعرف ضبطا
فواحد : ابسط يديك واخصر … وركب الخنصر فوق البنصر
وضم في الأثنين من كليهما … من غير تغيير لذاك فاعلما
وكف ان أردت ان تثلثا … وسطاك مع كليهما ان مكثا
واعمد الى الخنصر حسب فارفع … فما تبقى فهو عقد الأربع
ثم اكفف الوسطى لعقد الخامس … فرداً •كذا البنصر عقد السادس
كذلك الخنصر في التتابع … فاكففه فرداً عند عقد السابع
واكفف لدى الثامن عقد الخنصر … وازوجه في العقد بكف البنصر
هذا وفي التاسع فالحق بهما … وسطاك واعرف ما أقول وافهما

والقول في الآحـاد قد شاها ... وفيــه ما يشتبــه اشتباهــا
فافهم فــاني ذاكر يا سامعي ... مــا الفرق بين ثالث وتاســع
أيضــاً وبيــن ثـامن وثـاني ... ملخصــاً في العقــد بالبيــان
والفرق في ذلك وضع الخنصر ... في عقـدك الاثنين فوق البنصر
وهكـــذا الثـالث ياذا الأرب ... ركب والتاســع لـم يركــب

باب عقد العشرات

والعشرات يا أخـا النجابــه ... خصوا بهـا الابهام والسبابـه
وتلك أيضــاً منك في اليمين ... فكن مــن الضبط علـى يقــين
واعلم اذا أردت عقــد العشرة ... فانهــا كجـامــه مــدوره
وضع لدى العشرين ابهـام اليد ... في العقــد تحت اصبع التشهد
لكي يكون منــه فوق عقــدته ... مشاركاً وسـطاك في انملتــه
واضمم بها عند الثلاثين ترى ... كقابض الابرة من فوق الثـرى
واعطف على السبـابة الابهامـا ... في الأربعـين واعطف الكلامـا
ثم اكفف الابهام عقداً وحــده ... وذاك في الخمسين فاعرف حده
واردفــه في الستين بالسبابــه ... كقبضة الرامي على النشابــه
ومثل الســبعين عند العقــد ... كنـاقف الدينـار عند النقــد
والاصبعان في الثمانين همــا ... قد لصقا في العقد مع بسطهما

(بيت عقد التسعين سقط مـن الأصــل)

وهي بعقــد الأربعين أنســب ... لكنمــا الابهــام لا يركــب
والفـرق بين عقدهــا والعشرة ... بـأنهــا مضـمومــة مخصرة

* * *

والعشرات قــد تنـاهى حدهـا ... وعقدهــا وضبطهــا وحدهـا
وهي لذي العقــد على انفرادهـا ... لا تمنع التكميل مع آحادهـا
قــد شبهوا قبض يد الضنين ... في شكلهــا بالتسع والتسعين

باب عقد المئات

ثم اعقــد المئات في الشمــال ... كالعشرات فــاستمع مقــالي
اعلم بــان شكلها كشكلهــا ... واصلها في عقدهـا كاصلهــا
تشـكيل تلك في انقسامهــا ... سبابــة الشمـال مع ابهامهـا
فالمائــة الأولى تحـاكي العشرة ... فقس على ذلك ياذا المخبــرة
والمئتــان تشبــه العشرينــا ... فــافهم فقد بينتــه تبيينــا

باب عقد الألوف

ثم اعقــد الألوف كالآحــاد ... في يدك اليسرى على انفــراد
أقسامهــا ثـلاثــة مقــدره ... وسـطاك والخنصر يتلو بنصره
تركيبهـا ان كنت ممن يعـرف ... كعقــدك الآحـاد لا يختلــف

* * *

ثم اذا مــا ساقك العـد الى ... عشـرة آلاف لمــا تكمــلا
فعنـد ذاك فاستعر عقد مئـه ... بحالهــا كحلقــة منطويــه
وكل ما زاد على ما قــد ذكر ... فخـذ لـه بعض العقود واستعر
وقد تقضى مــا أردت ذكـره ... مبينــاً لمــا كشـفت أمــره
وذاك أقصى مــا يراد عقــده ... ويستطــاع باليــدين عــده

وواضح أن الأبيات الأربعة الأخيرة تقترح طريقة للدلالة على اعداد من عشرات الألوف فما فوقها . الا أن أبا منصور عبد القاهر بن طاهر البغدادي يذكر في كتاب التكملة أن العقود تدل على الاعداد من ١ الى ٩٩٩٩ .

(١٧) في هذا الفصل والفصل الذي يليه يعطي المؤلف قواعد تقوم مقام القانونين التاليين عندنا :

$$١ - ١٠^{م} \times ١٠^{ن} = ١٠^{م+ن}$$

$$٢ - ١٠^{م} \div ١٠^{ن} = ١٠^{م-ن}$$

وغني عن البيان أن سبب الشرح الطويل والطرق المتعددة شكلا المتقاربة جوهرا ، عدم وجود ترقيم حسابي .

(١٨) تعتمد الطريقة العامة للضرب في حساب اليد على الامور التالية :

١ ـ تقدير عدد عمليات الضرب اللازمة ، تجنبا للسهو . فلضرب ٣٠٤ × ٢٣ مثلا يلزم أربع عمليات :

ضرب الثلاثمائة في كل من العشرين والثلاثة ، ثم ضرب الاربعة في كل منهما .

٢ ـ عند كل عملية تقدر مرتبة حاصل الضرب حسب القاعدة (١٧) ، ١ ـ أعلاه ، فلضرب ٣٠٠ × ٢٠ يضرب الحاسب ٣ في ٢ ، وهو مئات في عشرات ، فالحاصل الوف .

٣ ـ يجري ترتيب الضرب عادة ابتداء من المنازل العليا ، فما دونها .

(١٩) الفرق الأساسي بين عملية الضرب في حساب اليد ونظيرتها في الحساب الهندي يكمن في ما يلي :

١ ـ في الحساب الهندي تكتب الاعداد بالارقام ، حسب ترتيب منازلها ، ترتيبــا تصاعديا من اليمين الى الشمال .

٢ ـ ويوضع صفر ليشغل المنزلة الخالية من رقم .

٣ ـ وأثناء الضرب تضرب الأرقام كآحاد ، أما ترتيبها فيعين منازلها بدون كبير جهد من قبل الحاسب . وهذا ما يعمله ابو الوفاء هنا في الطريقة التي يقترحها . الا أنه :

١ ـ يكتب الارقام بالالفاظ بدل الأرقام الهندية ، بترتيب تنازلي .

٢ ـ يضع « الترقينة » بدل الصفر ، وهي شرطة افقية .

فعلى هذا نرجح أن أبا الوفاء تأثر بطريقة هذه الحساب الهندي ، من حيث قصد أن يستغني عنه ، نظرا لان هذا الحساب يعتمد على استعمال تخت يوضع عليه رمل وتخط الارقام على الرمل بميل وتمحى باليد .

وعندما نأتي الى دراسة الحساب الهندي سنجد أن الحساب العرب لجاوا الى طرق شتى لتعديل عملية الضرب الهندية تعديلا يستغنى به عن التخت . واذا جاز أن نستبق الحوادث فانا نقول : أن الطريقة التي يقترحها أبو الوفاء خير من عشرات الطرق التي لجا اليها الحساب العرب ، فهي بتعديل بسيط كان يمكن أن تصبح مطابقة للطريقة العامة التي نستعملها في هذه الايام .

والجدير بالذكر أن هذه الطريقة لا يذكرها الكرجي ولكنه يذكر الطريقة السابقة التي يقول أبو الوفاء انها كانت شائعة عند الحساب ولكن أمرها أفلت من أيديهم ٠

(٢٠) القسمة في حساب اليد

عندما نقرأ شرح أبي الوفاء لطرق القسمة التي يعرضها قد نخرج بفكرة أن حساب اليد أدى للحاسب طريقة بينة محددة للقسمة تقترب من الطريقة المستعملة اليوم ، لا سيما في طريقة أبي الوفاء التي تشبه طريقته في الضرب المشار اليها آنفا ، والتي تأثر بها الحساب الهندي من حيث عمد أن يبتعد عنه ٠

ولكن الواقع أن موضوع القسمة في كتب حساب اليد الأخرى لا يحظى بمثل الاسهاب الذي يقدمه أبو الوفاء وان القليل الذي نجده في الكتب الاخرى ، حتى المتأخرة منها ، يشير الى ان العملية كان يرافقها كثير من الحدس ٠ ففي كتاب اللمع في علم الحساب لابن الهايم نجده يقسم ١٣٠ $\div$ ٢٤ بالخطوات التالية :

١ – يقدر أن خارج القسمة ٣ ، فيطرح ٣ $\times$ ٢٤ من ١٣٠ ويبقى ٥٨ ٠

٢ – يقسم ٥٨ على ٢٤ فيخرج ٢ ويبقى ١٠ ٠

٣ – يستنتج أن الجواب ٣ + ٢ + $\frac{١٠}{٢٤}$

ويلاحظ أن ابا الوفاء يستعمل بصدد القسمة لفظتين : أولاهما القسمة للدلالة على العملية الحسابية ، والثانية القسم ، يستعملها دائما في عبارة تتكرر هي « ما يخرج من القسم » ٠ ومثل هذه العبارة نجدها أيضا عند الكرجي أما غيرهما فقد يستعمل أيضا كلمة النصيب لتعني خارج القسمة ٠

(٢١) الأعداد المشتركة التي بينها عامل مشترك ٠ والعدد الذي « له ثلث » تعني أن ثلثه عدد صحيح ، أي من عوامله ٣ ٠ والأعداد المشتركة في الثلث هي الأعداد التي يقبل كل منها القسمة على ٣ ٠

وطريقة القسمة المتوالية هي الطريقة التي يعطيها كل من أبي الوفاء والكرجي لايجاد العامل المشترك الأعلى بين عددين ٠

أما تحليل الاعداد الى عواملها الأولية فأمر لم يكن الحساب العرب يجهلونه ، الا أنهم لم يستخدموه على ما يبدو في ايجاد العامل المشترك الاعلى ٠

(٢٢) العدد الذي يخرج منه الكسر هو مخرج هذا الكسر ٠ ولكن هنالك فرقا بين ما نعنيه اليوم وما كان يعنيه الحاسب العربي بكلمة مخرج ٠ فنحن نتكلم عن الكسر $\frac{م}{ن}$ فنتخيل عددين أحدهما بسط والآخر مخرج ٠ ومثل هذه الصورة لم تكن في ذهن الحاسب العربي اذ يتكلم عن نصف أو نصف سدس أو ثلث وربع ٠ فالمخرج عنده ليس عددا ظاهرا في صورة محددة ، بل هو العدد الصحيح ، أقل عدد صحيح ، يكون نصفه أو نصف سدسه أو ثلثه وربعه عددا صحيحا ٠ والجواب عنده في الحالة الاولى ٢ ، وفي الحالة الثانية ١٢ ، وفي الحالة الثالثة أيضا ١٢ ٠

وحسب هذا المفهوم ، وبالرغم من عدم وجود نظام رمزي لكتابة الارقام ، استطاع

الحاسب العربي أن يعرف مخارج الكسور التي عالجها ، والمخرج المشترك بين كسرين او أكثر ، وأتقن ما نسميه بتوحيد المخارج ٠

ومن ثم استطاع أن يجمع الكسور ويطرحها ، بمثل ما نصنع اليوم ٠

الا أنه في ذلك كله ركز على ما فهمه هو عن الكسور فقلما تظهر في عملياته ما سماها بالكسور الصماء وهي التي في مخارجها أعداد أولية فوق العشرة ، وان تكن الطريقة التي اتبعها في الجمع والطرح يمكن تطبيقها على جميع الكسور بدون استثناء ٠

ومن الجدير بالذكر أن كلمة مخرج نجدها في المخطوطات العربية كلها ، أما « المقام » فلا نجده الا في المخطوطات المتأخرة ٠

(٢٣) خلاصة ما يذكره أبو الوفاء عن جمع الكسور وطرحها طريقتان : في الأولى توحد المقامات ثم تجمع البسوط أو تطرح وتنسب الى المقام المشترك ، وفي الثانية ، ويسميها المؤلف مذهب الكتاب ، تحول الكسور المعطاة الى كسور ستينية ، فيصبح المقام المشترك لها ٦٠ ، وفي الحالتين يعقب جمع الكسور وطرحها التعبير عن الناتج بالعبارات التقليدية ٠

(٢٤) الكسور المنسوبة

بالاضافة الى الكسور الستينية ، والكسور العادية التي يسميها ابو الوفاء بالمطلقة ، شاع في العالم الاسلامي نظام ثالث للكسور يستند الى التعبير عنها بدلالة وحدات العملة الشائعة ، وفي هذا الصدد يستعمل الدرهم للدلالة على الوحدة فتكون أجزاؤه أجزاء من الوحدة ، أو يستعمل الدينار وأجزاؤه للدلالة على الوحدة وأجزائها ٠ والكرجي يقول : « اعلم أن الواحد ينقسم الى ما لا نهاية له ، ولكن الناس قسموا المقادير التي يتعاملون بها الى أجزاء قريبة يسهل الحساب بها ، ورضوا بالتقريب في ما تقصر عنه أفهامهم ٠٠٠ » فهم يعبرون عن السدس بدانق لأن الدانق سدس درهم ٠ وأبو الوفاء يعطي أقسام الدرهم والدينار في بعض البلدان الاسلامية ويبين اختلافاتها ٠

والكرجي يذكر الوحدات المستعملة في بغداد بشكل خاص الا أنه يزيد على ما في كتاب أبي الوفاء : الوحدات التالية :

المن = ١٨٠ مثقالا = ٢٤ أوقية = ٤٠ استارا

ويزيد الشهرزوري أن الدينار = ٦٠ حبة = ٢٤٠ أرزة ٠

والذي يهمنا هنا لسبب حسابي محض أن الوحدات اذا استعملت ككسور لا يبقى لها من معانيها كوحدات عملة الا ما بينها من نسبة ٠ فاذا استعمل الدرهم للدلالة على الوحدة ، كان الدانق يدل على سدس والعشير على $\frac{١}{٦٠}$ والحبة $\frac{١}{٤٨}$ في العراق او $\frac{١}{٣٦}$ في الشام وخراسان ٠

واذا استعمل الدينار ليدل على الوحدة ، فالدانق على $\frac{١}{٦}$ ، والقيراط $\frac{١}{٢٠}$ في نواحي السواد و $\frac{١}{٢٤}$ في البصرة والأهواز وفارس ، والحبة ثلث قيراط مهما كانت قيمته ٠

(٢٥) هذا لأن حبة الدرهم في العراق = ١/٤٨ وهي في خراسان ١/٣٦

(٢٦) حبة الذهب (أي الدينار) في العراق = ١/٦٠ وهي في البصرة وفارس ١/٧٢

(٢٧) يعني بالمساحة هنا الحجم .

(٢٨) نستطيع القول بأن أبا الوفاء والكرجي قد عرفا طريقة ضرب المقادير الكسرية بعضها ببعض ، وطريقتهما في ذلك لا تغاير الطريقة الدارجة اليوم الا في انهما بعد الحصول على ناتج الضرب يعبرون عنه ، حسب عادة زمانهم ، بالعبارات التقليدية . وأبو الوفاء يفيدنا بأن مذهب الكتاب أن يحولوا الكسور الى كسور ستينية قبل ضربها .

(٢٩) الفكرة الرئيسية في ضرب ما يسميه أبو الوفاء بالكسور المنسوبة تكمن في أن الدانق مثلا يعني كسراً هو ١/٦ فدانق × دانق = ١/٦ دانق ، أ دوانيق × ب دوانيق = أب/٦ دوانيق .

ومثل هذا المبدأ يطبق على ضرب الدوانيق في الحبات والقراريط في القراريط وغيرها .

(٣٠) الفكرة الرئيسية في قسمة المقادير الكسرية بعضها على بعض هي التجنيس أي توحيد مقامي المقسوم والمقسوم عليه ثم قسمة البسطين أحدهما على الآخر . والفكرة تنطوي على مبدأ قلب المقسوم عليه ، فللقسمة على حـ/د نضرب في د/حـ وأبو الوفاء يقسم ٥/٦ على ١١/٢٨ بضرب ٥/٦ في ٢٨/١١ .

وسنرى أن هذه الفكرة قد انطوت بانتشار الحساب الهندي الى أن أعيد اكتشافها في مطلع النهضة الاوربية .

(٣١) **طرق مختصرة للضرب**

نأتي الآن الى فصل من أطرف فصول حساب اليد ، من الناحية الرياضية ، اذ تعرض فيه قواعد للضرب ليست في الحساب الهندي ، فهي من ثم من مزايا حساب اليد . والقواعد التي يذكرها أبو الوفاء يمكن اجمالها بما يلي :

١ – قواعد للضرب في ٥ ، ٢,٥ ، ١/٣ وأمثالها مما هي من النوع ١٠ن/م

حيث م عدد بسيط مثل ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، وهذه القواعد تستغل أيضاً

في مثل الضرب في ١٥ فيؤخذ ١٥ × س = س + ١/٢ س عشرات

وكذلك الضرب في ١٥ ± ١ فيؤخذ (١٥ ± ١) س =

(س + ١/٢ س) عشرات ± س

٢ – (أ + ١٠م) (ب + ١٠م) = (أ + ب + ١٠م) × ١٠م + أ ب

مثلا : ٥٩ × ٥٤ = (٩ + ٥٤) خمسينات + ٩ × ٤ = ٣١٨٦

٣ – (أ + ١٠م) (ب + ١٠ن) ، حيث م/ن = س ، س عـــدد

بسيط مثل ٢ ، ٣ ، ٤

مثلا ٦٤ × ٢٨ ، حيث س = ٦/٢ = ٣

٦٤ × ٢٨ = (٨ × ٣ + ٦٤) عشرينات + ٤ × ٨ = ١٧٩٢

٤ – (أ + ١٠م) (ب + ١٠م) = (أ + ب + ١٠م – ١٠)

(١٠م + ١٠) + (١٠ – أ) (١٠ – ب)

مثلا : ٣١ × ٣٨ : العقد التالي = ٤٠ ، ٤٠ – ٣١ = ٩ ، ٤٠ – ٣٨ = ٢
٣٨ – ٩ = ٢٩

الجواب = ٢٩ × ٤٠ + ٩ × ٢ = ١١٧٨

٥ – يطبق أبو الوفاء القاعدة السابقة على الحالة التي يكون فيها م = صفرا .
فاذا كان **أ = ٣ ، ب = ٥ يكون أ + ب + ١٠م – ١٠ = – ٢**
وهو يسمي هذه النتيجة ديناً . ولعل هذه أقدم اشارة ، في المخطوطات العربية التي وصلت الينا ، الى الكميات السالبة .

أما الكرجي فهذا مجمل ما يذكره من هذه القواعد :

٦ – يمد في استغلال القاعدة (١) التي يذكرها أبو الوفاء حتى تشمل أمثال ما يلي :

١– ١٢٣ × ٢٥٢ = (١٢٥ – ٢) (٢٥٢) أو ١٢٣ (٢٥٠ + ٢)

٢– ١/٣ ٢٨٣٣ × س = (١٢٥٠٠ + ١/٣ ٣٣٣) × س = س/٨ × ١٠٠٠٠٠

+ س/٣ × ١٠٠٠

٣- ٢٥٠٠ × ٧٥٠ = ٢ ١/٢ × ٧ ١/٢ × ١٠٠٠٠٠

٤- ٥٣ × ٤٨ = (٥٠ + ٣) (٥٠ − ٢)

٧ - أ ب = ((أ + ب) / ٢)^{٢} − ((أ − ب) / ٢)^{٢}

٨ - (أ + ١٠ أ) (ب + ١٠ ب) = [(ب + ١٠ ب) أ + أ ب]
عشرات + أ ب

٩ - أ ب = أ^{٢} × ب / أ . مثلا ٢٥ × ٣٦ = ٢٥^{٢} × ٣٦ / ٢٥

= ٢٥^{٢} (١ + ٢/٥ + ١/٥ × ١/٥)

او ٣٦^{٢} × ٢٥ / ٣٦ = ٣٦^{٢} (٢/٣ + ١/٤ × ١/٩)

١٠ ـ وكما نجد ملامح الكميات السالبة عند أبي الوفاء ، نجدها أيضا عند الكرجي حيث يضرب ٥٣ × ٤٨ فيحولهما الى (٥٠ + ٣) (٥٠ − ٢) ، ويتكلم عن − ٢ فيقول الا اثنين ، ثم ينهي حل المثال بالكلمات التالية : « وكل ما كان من ضرب الزائد في الزائد والناقص في الناقص جمعته مفرداً والقيت من المبلغ ما يكون من ضرب الزائد في الناقص لأجل أنه يكون ناقصا » .

أما الشهرزوري فبعد أن يسرد القواعد التي يعطيها الكرجي يذكر ما يلي :

١١- (أ + ١٠) (ب + ١٠) = (أ + ب + ١٠) عشرات + أ ب

ثم يتبعها بالقاعدتين (٤) ، (٣) عند أبي الوفاء .

١٢- (٥ + ١٠ م) (٥ + ١٠ م) = (م + ١/٢)^{٢} مئات = م (م + ١)
مئات + ٢٥

١٣- (٥ + ١٠ م) (٥ + ١٠ ل) = (م + ١/٢) (ل + ١/٢) مئات

= م (ل + ١) + ١/٢ (١/٢ + ل − م) مئات

(٣١ أ′) تحقيق صحة الجواب .

نشير بهذا الى طريقة تحقيق صحة الجواب بطرح التسعات ، وقد ثار حولها جدل كبير بين الباحثين في تاريخ الرياضيات الاسلامية . وقبل أن نتعرض الى هذا الجدل نبحث في الطريقة وما نجده عنها في الكتب العربية .

فالطريقة خلاصتها أنه اذا وجدنا أن أ × ب = ج وأردنا أن نعرف صحة ذلك ، نظرنا في كل من أ ، ب ، ج :

فاذا كان أ = ٩ م + أ′ حيث أ′ هو الباقي من قسمة أ على ٩

، ب = ٩ ل + ب′ حيث ب′ هو الباقي من قسمة ب على ٩

، ح = ٩ ن + ح′ حيث ح′ هو الباقي من قسمة ح على ٩

وجب أن يكون الباقي من قسمة أ′ . ب′ على ٩ يعادل ح′ فان لم يكن ففي العمل خطأ . أما اذا كان فليس العمل بالضرورة صحيحاً . واذن فالطريقة قد تكشف الخطأ احياناً لا دائماً . أما طرح التسعات من أ فلا يستلزم قسمة أ على ٩ قسمة عادية ، بل يكفي أن نجمع أرقام أ ونطرح التسعات مما ينتج أثناء الجمع . ويشار الى الطريقة عادة باسم الميزان .

كل هذه الحقائق نجدها في كل كتاب في حساب التخت ونجدها أيضا في الكتب الهندية المتأخرة والكتب اللاتينية التي تأثرت بالحساب العربي . والكتب العربية تستعملها في تحقيق العمليات الحسابية كلها .

وقد كان المظنون أن الطريقة عربية الى أن عثر فبكي على رسالة لابن سينا يذكرها فيها باسم الميزان بالطريق الهندسي . فأشار الى أن « الهندسي » هنا خطأ في النسخ المقصود منه « الهندي » ومن ثم استنتج أن الطريقة هندية . ولكن كارا دي فو عارضه وذهب مذهبا غريبا في تفسير كلمة « الهندسي » ثم غالى في مذهبه فرأى أن كثيرا مما قد نجده في الكتب العربية باسم الهندي قد يكون المقصود فيه الهندسي ، وبذا جرد الهنود من كثير من فضلهم على الحساب العربي . وتعرض كاي الى المسئلة ذاتها وحاول أيضا أن يقلل من قيمة الفكر الرياضي الهندي واصالته .

ولكن في ضوء ما استطعنا أن نطلع عليه من مخطوطات عربية في حساب اليد وفي حساب التخت يمكن أن نشير الى الحقائق التالية :

١ ـ ما يسمى في الكتب العربية بالهندي لا يلزم أن يعني بالضرورة الهندي الأصل . فالعرب تعرفوا على الحساب الهندي وعرفوا خصائصه وميزوا كل عملية فيها من هذه الخصائص بأنها هندية ، أي حسب الطريقة الهندية .

٢ ـ أقدم كتاب عربي لدينا في الحساب الهندي وهو كتاب الفصول للاقليدسي يذكر الطريقة بالتفصيل ويذكر حدودها . أما أقدم كتاب عربي لدينا في حساب اليد ، وهو كتاب أبي الوفاء فلا نجد لها ذكرا فيه ، ولكن نجدها في كل كتاب غيره . فالكرجي مثلا يذكر الطريقة بعد الضرب باسم الميزان ويذكر اننا يمكن ان نزن العمل بطرح التسعات أو طرح الأحد عشرات .

ويعقب الشهرزوري على ذلك بقوله أن طرح التسعات قد يعجز عن كشف خطأ في العملية كما أن طرح الأحد عشرات أيضا قد يعجز ، فاذا استعملنـــا الميزانين معا كان أفضل • ثم هو يذكر جملة جديرة بالاعتبار اذ يقول : « وعليه عول الهند في حسابهم » ويعني بذلك انهم عولوا على طرح التسعات بالـــذات بطريقة جمع الارقام •

٣ – وفي كتاب هيث عن تاريخ الرياضيات الاغريقية يشير الى أسماء أشخاص ذكروا جمع أرقام الاعداد لاسباب تنجيمية ثم أضاف أن الطريقة ان لم يعرفها الاغريق بالتأكيد فقد كانت ماثلة أمامهم تحت غطاء رقيق •

٤ – الكتب العربية المتأخرة تفيض في استعمال المبدا بطرح التسعات والأحد عشرات والسبعات ومنها ما يعرض مجموعة من المسائل الشائعة تعتمد عليه وتصل الى مستوى الاحاجي اللطيفة •

وعلى هذا قد لا نعدو الصواب اذا قررنا أن العملية دخلت العالم العربي مع الحساب الهندي ولكن العرب وسعوا مجال تطبيقها كشأنهم في عمليات أخرى غيرها•

(٣٢) تنطوي طرق اختصار القسمة التي نجدها عند أبي الوفاء والكرجي على مبدأين : مبدأ القسمة على ٥ ، ١٢½ ، ٣٣½ وأمثالها ، ومبدأ اختزال العوامل المشتركة بين البسط والمقام كما في المثال $\frac{١٢٠}{١٦} = \frac{١٢}{١٦}$ من العشرة = ٧½ •

(٣٣) الذكور سجلات الحسابات

(٣٤) هذا الخطأ الذي يذكره أبو الوفاء نجده في بعض المخطوطات مثل كتاب الكفاية للاربلي ومخطوطة باسم الهندي المنتزع من الكافي ومؤلفها مجهول •

(٣٥) الانجيذج والأوارج دفاتر يستعملها الكتاب • وفي مفاتيح العلوم أن الانجيذج من الدفاتر التي يستعملها كتاب العراق ، وتفسيره الملفوظ • أما الأوارج فمعناه المنقول لأنه ينقل اليه ما على الناس أن يؤدوه ويثبت فيه ما يؤدونه دفعة بعد دفعة •

(٣٦) التكسير هو حساب المساحات وكذلك الحجوم •

(٣٧) وحدات الطول في العالم الاسلامي

يشير أبو الوفاء الى ثلاثة أنواع من الذراع هي : ذراع المساحة وذراع السودا والذراع المابهرامي •

والكرجي يشرع بمساحات الأشكال من غير اشارة الى وحدات القياس فيعترض على ذلك الشهرزوري ويشير الى ذراع اليد وذراع المساحة ويعرف كلا منهما تعريفا مفصلا •

ويسبق هذه المنزلة في م صفحتان احداهما من كتاب منسوب الى أبي عبد الله محمد بن الحسين الحاسب والأخرى قيل عنها أنها من كتاب قديم • وكلتاهما تتحدثان عن أربعة أنواع من الذراع •

ومن هذا كله نعطي الخلاصة التالية :

استعمل في الاسلام أربعة أنواع من الذراع هي :

١ – **ذراع اليد** ، ويسمى أيضا ذراع القصبة ، وقد استخرجه ابن أبي ليلى القاضي ،

وهو ست قبضات بقبضات الانسان ، كل قبضة أربعة أصابع بأصابع الانسان ، ليس فيها ابهام ، وكل اصبع مقدرة بست شعيرات متلاقيات البطون والظهور •

٢ – **ذراع المساحة** ، ويسمى أيضا ذراع الملك والذراع الهاشمي • وينقل الشهرزوري عن أبي برزه الحاسب قوله : عجبا لتسميتها بالهاشمية وانما وضعها بنو أمية ، وأبو عبد الله محمد بن الحسين الحاسب ينسبها لعبد الملك بن مروان • وهي تقسم أيضا الى ست قبضات والى ٢٤ أصبعا • أما من حيث نسبتها الى ذراع اليد فيقول الشهرزوري : « وقد اختلف الناس في تقديرها فمنهم من قال : هي ذراع ونصف بذراع اليد ، وهذا هو الأصل المقدر الذي كان عليه قديما • ومنهم من قال : هي ذراع وثلث بذراع اليد ، وهو الذي عليه العمل اليوم » فابو الوفاء اذ يقدر ذراع المساحة بثماني قبضات من قبضات اليد يعتبرها ½ ١ من ذراع اليد •

٣ – **ذراع السودا** ، ويبدو أنها سميت السوداء لأنها كانت من الحديد ، وهي تنسب لهارون الرشيد • وهذه أيضا تقسم الى ست قبضات والى ٢٤ أصبعا ، وتعادل $\frac{٧٢}{٨٩}$ من ذراع الملك و $\frac{١}{١١}$ ١ من ذراع اليد •

٤ – **ذراع الميزان** ، ويسمى أيضا ذراع الأزلات وهو يقسم الى ١٢ قبضة والى ٤٨ أصبعا ، وهو ينسب الى المأمون • ويعادل $\frac{٢٥}{٣٦}$ ٢ من ذراع السودا • وهو غير الذراع المابهرامي الذي يذكر أبو الوفاء أنه يستعمل في فارس وخراسان •

ويبدو أن كل واحد من هذه الأذرع كان يستعمل لشأن خاص فذراع الملك يعول عليه في مسح المزارع من أجل تقدير الخراج • والذراع السودا يعول عليها في أعمال الحفر والبناء • وذراع اليد في شئون الحوانيت والمنازل الخاصة وذراع الأزلة في حفر الأنهار •

ومضاعفات الذراع القصبة (وتسمى أيضا الباب) والأشل • والقصبة طولها ستة أذرع بذراع المساحة ، وقد كانت تخرج من دواوين الدولة مختومة الطرفين منعا للغش وحفظا لها من الزيادة أو النقصان •

وأما الأشل فهو عشر قصبات أي ستون ذراعا بذراع المساحة وهو يعادل ٧٥ ذراعا بالسودا و ٨٠ ذراعا من ذراع اليد • وقد كان في زمان الفرس حبلا ، فجعل مكانه سلسلة معدنية حفظا للطول من الزيادة أو النقصان •

وعلى هذا تكون وحدات الطول الاسلامية ، كما يذكر أبو الوفاء : الأشل ، والباب (القصبة) ، والذراع ، والقبضة والأصبع • فاذا اعتبرنا الأصبع وحدة كانت القبضة ٤ والذراع ٢٤ والباب ١٤٤ والأشل ١٤٤٠ من الأصابع •

(٣٨) **وحدات المساحة في العالم الاسلامي**

ما نسميه اليوم ذراعا مربعا كان يسمى في القديم مكسرا ، وقد ذكرنا أن عملية ايجاد مساحة السطوح كانت تسمى تكسيرا • ووحدات المساحة ، عدا مربعات وحدات الطول السابقة ، كانت ثلاثا هي :

الجريب وهو أشل مربع أي ٣٦٠٠ ذراع مربعة •

والقفيز وهو عشر جريب أي ٣٦٠ ذراعا مربعة ، ثم العشير وهو عشر القفيز أي ٣٦ ذراعا مربعة .

من ذلك تنتج العلاقات التالية :

الأشل × الأشل = جريبا .

الأشل × القصبة = قفيزا .

الأشل × الذراع = $\frac{١}{٦}$ قفيز = ١½ عشير = ٦٠ ذراعا مربعة .

الأشل × القبضة = $\frac{٥}{١٨}$ عشير = ١٠ اذرع مربعة .

الأشل × الأصبع = ٢½ ذراع مربعة .

القصبة × القصبة = عشايرا .

القصبة × الذراع = $\frac{١}{٦}$ عشير = ٦ أذرع مربعة .

القصبة × القبضة = ذراعا مربعا .

القصبة × الأصبع = ¼ ذراع مربعة .

وهكذا . وغني عن البيان أن ما نسميه ذراعا مربعة يسمى في المخطوطات العربية ذراعا مكسرة ، على أنهم كثيرا ما يسقطون لفظة مكسرة عندما لا يرون في الأمر التباسا .

(٣٩) الأزلة وحدة حجم وتساوي ١٠٠ ذراع مكعبة ، والوحدات المكعبة ، كالمربعة ، كانت تسمى مكسرة كما ان ايجاد الحجم يسمى تكسيرا .

(٤٠) استخراج الجذر التربيعي في حساب اليد

أبو الوفاء لا يشرح كيف يجد الجذر التربيعي ، فاذا قدرنا أنه يجده للمربعات الكاملة بالتخمين ، فلا يمكن أن يكون تقدير $\sqrt{٨\frac{١}{٢}} = ٢\frac{٦}{٧}\frac{١}{١٤}$ تخمينا ، وأغلب الظن أنه حسب قاعدة للتقريب . فلننظر كيف يبحث الكرجي في الجذر التربيعي :

١ ـ تعريف الجذر : « اعلم أن الجذر اسم لكل مقدار يضرب في نفسه . وهو ينقسم قسمين منطق وغير منطق . فالمنطق مثل جذر أربعة ، وجذر تسعة ، وجذر مائة وعشرة وربع . وغير المنطق مثل جذر مائة وثلاثين ، وجذر عشرة ، وجذر عشرين . وأخذ الجذر هو طلب مقدار يكون نسبة الواحد اليه كنسبته الى المطلوب جذره .

٢ ـ المراتب أيضا منها ما هو منطق ومنها ما هو غير منطق : « واعلم أن في الآحاد ما له جذر ، وليس في العشرات شيء له جذر . وفي المئين ماله جذر ، وليس في الألوف شيء له جذر . وعلى هذا : كل مرتبة سمية لعدد فرد مما له جذر ، وليس في ما سوى ذلك شيء له جذر . والسبب في ذلك أن مربعات الآحاد تترتب في مرتبتين : الآحاد والعشرات ، ومربعات العشرات تترتب في مرتبتين : المئين والألوف . وعلى هذا

تترتب مربعات كل فرد من مرتبتين لا يشركهما فيهما غيرهما . فهذا يوجب أن تكون المقادير التي تتكون من مراتب الصم صما ، وكذلك تكون المقادير التي أقل عدد لها من مراتب الصم ، مثل ثلاثمائة وعشرة ، وأحد وعشرين الفا » .

هذا التقسيم للمراتب الى منطقة وصماء يطابق ما نجريه عند استخراج الجذر التربيعي لأي عدد بتقسيمه الى مجموعات كل مجموعة من مرتبتين : فلأيجاد جذر ٦٥٥٣٦ نقسمه الى ٦،٥٥،٣٦ . وكتب الحساب الهندي تجري هذا التقسيم بالقول ابتداء من مرتبة الآحاد : منطق ، أصم ، منطق ، أصم ؛ أو : يكون ، لا يكون ، يكون ، لا يكون ...

٣ ـ علامات تعرف بها المربعات الكاملة : « واعلم أن الواحد في المربعات يتولد من الواحد ومن التسعة ؛ والأربعة تتولد من الأثنين ومن الثمانية ؛ والخمسة تتولد من الخمسة ؛ والستة تتولد من الستة والأربعة ؛ والتسعة تتولد من الثلاثة والسبعة . فهذا أيضا يدل على أن العدد الذي يكون عدد عقود أقل مفرد معه اثنين أو ثلاثة أو سبعة أو ثمانية : أصم . وكل عدد لا يكون ميزان مراتبه بالتسعة : واحدا أو أربعة أو سبعة أو تسعة فانه أصم » .

هذه العلامات التي يذكرها الكرجي يمكن أن نعبر عنها بالشكل التالي : العدد (أ + ١٠ ب + ١٠٠ جـ + ...) × $١٠^{م}$ قد يكون مربعا كاملا اذا توفرت فيه الشروط الآتية :

اولا : م عدد زوجي .

ثانيا : أ ، أي رقم الآحاد ، يجب أن يكون ١ أو ٤ أو ٥ أو ٦ أو ٩ .

ثالثا : بعد طرح التسعات من العدد يجب أن يكون الباقي صفرا أو ١ أو ٤ أو ٧ .

فان لم يتوفر واحد من هذه الشروط الثلاثة كان العدد أصم .

والجدير بالذكر أن هذه العلامات قد تشير اليها كتب الحساب الهندي اشارات عابرة ، وهي على الغالب تتجاهلها .

٤ ـ مثال لاستخراج الجذر التربيعي لمربع كامل هو ٦٥٥٣٦ :

« قياس ذلك أن تطلب أعظم عدد مفرد اذا ربع يكون مثل المطلوب جذره ، أو أقرب شيء اليه ؛ فتجد مائتين . ألق مربعها من خمسة وستين الفا وخمس مائة وثلاثين . يبقى خمسة وعشرين الفا وخمس مائة وستة وثلاثين . ثم أطلب أعظم عدد في العشرات ، اذا ضربته في مائتين مرتين ، وفي نفسه مرة واحدة ، كان ذلك مثل الباقي ، أو أقرب شيء اليه . تجده خمسين : اذا ضربتها في المائتين مرتين وفي نفسه مرة واحدة ، ارتفع منه اثنين وعشرين الفا وخمس مائة . القها من الباقي . يبقى ثلاثة آلاف وستة وثلاثين . اطلب أعظم عدد اذا ضربته في مائتين وخمسين مرتين ، وفي نفسه مرة واحدة يكون مثل الباقي ، أو أقرب شيء اليه ، فتجده ستة... فاذن مائتين وستة وخمسين هي الجذر المطلوب » .

نلاحظ عن طريقة الكرجي انه تكاد لا تختلف عن الطريقة التي نتبعها اليوم الا في اننا بعد أن نقسم العدد الى مجموعات زوجية من المراتب بالشكل ٦،٥٥،٣٦ نبدأ

بايجاد الجذر التربيعي للمجموعة الثالثة باعتبارها ٦ لا ستين الفا ، وهكذا نمضي ، فنجد المرتبة العليا للجذر ٢ وتتغاضى عن أنها ٢٠٠ ، وهكذا ٠

٥ ـ ايجاد الجذر التربيعي للعدد الأصم بالتقريب :

« واذا أردت أن تأخذ جذر عدد أصم على التقريب : أخذت أقرب مربع اليه ونسبت الباقي الى ضعف جذر المربع الموجود ، بعد زيادة واحد عليه ٠ فما كان من ذلك كان جوابا ٠

يعطي الكرجي مثالا على ذلك $\sqrt{١٣٠} = ١١\frac{٩}{٢٣}$ ، ثم يقول :

« وانما ينسب الباقي الى ضعف الجذر وواحد لأن كل عدد مجذور فانك اذا زدت عليه جذره مرتين وواحدا (نتج عدد) آخر كان مجذورا وجذره مثل جذر المربع المزاد اليه وزيادة واحد » ٠

واذن فالكرجي يعتمد في التقريب على العلاقة $م^٢ + ٢م + ١ = (م + ١)^٢$

ومنها يضع القاعدة $\sqrt{م^٢ + ب} = \text{تقريباً } م + \frac{ب}{٢م + ١}$ ، **حيث ب أقل من ٢ م + ١ ٠**

ومن كتاب التكملة لأبي منصور البغدادي نعلم أن محمد بن موسى الخوارزمي وضع القاعدة

$$\sqrt{م^٢ + ب} = م + \frac{ب}{٢م}\ \text{تقريباً}$$

ولكن من لحقه من الحساب اعترضوا عليها اذ لو اتبعناها في تقدير $\sqrt{٢}$ و $\sqrt{٣}$ لكان الناتجان $\frac{١}{٢}$ ١ و ٢ على التوالي والجذر في الحالتين أكبر من الحقيقة ٠

والاقليدسي يقول ان $م + \frac{ب}{٢م}$ أكبر من الجذر المطلوب في حين أن $م + \frac{ب}{٢م + ١}$ أصغر منه ، فهو من ثم يقترح $م + \frac{ب}{٢م + \frac{١}{٢}}$ ولكنه لا يتمسك بهذه القاعدة التي يقترحها ٠

ثم نجد في كتاب جوامع الحساب لنصير الدين الطوسي أن التقريب $\sqrt{م^٢ + ب} = م + \frac{ب}{٢م + ١}$ صار يسمى التقريب الاصطلاحي وان ٢م + ١ صار يسمى المخرج الاصطلاحي وان المبدأ عمم حتى صار بالشكل

$$\sqrt[ن]{م^ن + ب} = م + \frac{ب}{(م + ١)^ن - م^ن}$$

ونذكر بهذا الصدد أن الأغريق ، والبابليين من قبلهم ، حصلوا على مثل التقريب الذي حصل عليه الحساب المسلمون ولكن عن طريق آخر خلاصته :

اذا كان م = تقريبا $\sqrt{ل}$ ولكن $م^٢$ اقل او أكثر من ل ٠

فان $\frac{ل}{م}$ = تقريبا $\sqrt{ل}$ وهو أكثر او أقل من الجذر المطلوب على الترتيب ٠

وعلى هذا يكون $\frac{١}{٢}$ ($م + \frac{ل}{م}$) جذرا تقريبيا خيرا من الجذرين السابقين ٠ وهكذا ٠

في ضوء هذا كله نستنتج ما يلي :

١ ـ وضع الحساب المسلمون هذه الطريقة لايجاد الجذر التربيعي للاعداد الصم ولم يأخذوها عن غيرهم ٠

٢ ـ ما يعرضه الكرجي هنا يمثل مرحلة متقدمة في الحساب العربي ٠

فاذا جئنا نطبق هذه القاعدة على $\sqrt{٨\frac{١}{٢}}$ الذي يعطيه أبو الوفاء نجد أن أبا الوفاء لا يستعمل التقريب الذي صار فيما بعد **التقريب العربي الاصطلاحي انما يبدو أنه** اتبع الطريقة التالية :

$$\sqrt{٨\frac{١}{٢}} = \sqrt{٩ - \frac{١}{٢}} = ٣ - \frac{\frac{١}{٢}}{٧} = ٢\frac{٦}{٧}\ \frac{١}{١٤}$$

٦ ـ طريقة اخرى للتقريب :

« فاذا أردت أن يكون أقرب من ذلك وأدق منه : ضربت العدد المطلوب جذره في أي عدد مربع شئت ، وكلما كان المضروب فيه أكثر ، كان أقرب الى الصواب ٠ فاذا فعلت ذلك ، أخذت جذر المبلغ على ما ذكرته ، وقسمته على جذر المربع المضروب فيه » ٠

هذه القاعدة التي يذكرها الكرجي يمكن أن نعبر عنها بالشكل $\sqrt{أ} = \frac{\sqrt{أ ك^٢}}{ك}$

وهو يستعملها بشكل خاص في ايجاد جذور المقادير الكسرية بالتقريب : فلايجاد :

$\sqrt{٢١\frac{٣}{٨}\frac{١}{٦٤}}$ يضرب العدد في ٦٤ فينتج $١٣٦٩ = ٣٧^٢$ ، فالجذر المطلوب $\frac{٣٧}{٨}$

وكذلك لايجاد $\sqrt{٤\frac{٥}{١١}}$ **يضرب في $\frac{١١}{١١}$ ، فيصير العدد $\frac{٥٣٩}{١٢١}$**

فجذر البسط = تقريبا $٢٣\frac{١٠}{٤٧}$ ، **يعتبرها الكرجي $٢٣\frac{١٠}{٤٨}$ اي $٢٣\frac{١}{٨}\frac{١}{١٢}$**

فالجذر المطلوب (٢٣ ١/٨ ١/١٢) / ١١

والقاعدة التي يستعملها الكرجي هنا نجدها في معظم كتب الحساب الهندي ويبدو أنها ظهرت أول الأمر عن طريق تحويل العدد الى ثواني ستينية ، بضربه في ٦٠ ٢ ثم طورت حتى صار العدد يضرب في ك٢ حيث يمكن أن تتخذ ك أي قيمة · واذن فقد يكون مبدأ الطريقة قديما مستمدا من الحساب الستيني ·

(٤١) النسب المثلثية في الحساب العربي

من الثابت أن لفظة الجيب العربية ، كنسبة مثلثية ، مأخوذة عن لفظة جيا السنسكريتية وفي كتاب آريابهاتا وفي بعض السدهانتات الهندية نجد مبادىء علم المثلثات · الا أن الهنود لم يسبقوا الى ابتكار فكرة النسب المثلثية ، فقد ابتكرها هيبارخس وتناولها من بعده بطلميوس فعمل جداول للجيوب حسبها مستندا الى ما يعرف بنظرية بطلميوس وهي القائلة أن حاصل ضرب قطري الشكل الرباعي الدائري يساوي مجموع حاصلي ضرب كل ضلعين متقابلين فيه · ومن هذه النظرية تدرج بطلميوس الى ايجاد ما يقابل جا (أ ± ب) جا ٢ أ ، جا (٩٠° ـ أ) · ولكن بطليموس لم يعتبر جا أ نسبة خاصة بالزاوية أ ، انما كان يحسب نصف وتر الزاوية ٢ أ · وهذا هو ما يذكر أبو الوفاء أن المنجمين يسمونه الجيب المستوي ، كما يسمون : السهم بالجيب المعكوس · وواضح أنه اذا كان نصف قطر الدائرة وحدة كان نصف وتر الزاوية ٢ أ يساوي جا أ ، كما أن السهم يساوي ١ ـ جتا أ ·

والجداول التي عملها بطلميوس في كتابه المجسطي تعطي أطوال أنصاف الأوتار باعتبار نصف القطر ٦٠ أي وحدة ستينية ·

والذي عمله الهنود أنهم جعلوا اسما خاصا لطول نصف وتر ٢ أ وهو **Jya** ، ومنه جاءت كلمة جيب العربية · والكلمة اللاتينية **Sinus** ترجمة لمعنى لفظة الجيب العربية ·

والهنود لم يتفقوا على طول نصف القطر ، ولذلك تختلف جداول الجيوب عندهم · وقد كان البيروني أول من قال باعتبار نصف القطر وحدة ، وهكذا أعطى للنسب المثلثية القيم التي نعطيها لها اليوم ·

وفي كتاب آريابهاتا نجد ٢٤ جيبا تبدأ بالزاوية ٢٢٥° وتتناول جميع مضاعفاتها حتى ٨٦ ½° ، وقد جعلوا لهذه الزاوية اسما خاصا هو **Kramajya** ، ومنه جاءت لفظة كردجة التي نجدها في المخطوطات العربية ·

وسبب اهتمام الهنود بهذه الزاوية بالذات انهم اعتبروها أكبر ازوية يكون جيبها مساويا رقميا لها ، بالتقدير الستيني · أما جيوب مضاعفاتها فيحسبها آريابهاتا حسب القانون

جا (ن + ١) أ = ٢ جا ن أ − جا (ن − ١) أ − (حا ن أ / حا أ) وهو قانون تقريبي

وقد كان مجهود العرب بصدد الجيب هو اشتقاق جداول الجيوب من مبادىء أسهل من نظرية بطلميوس وأصح من قاعدة آريابهاتا · ويكاد الأثر الهندي في هذه الناحية يكون قاصرا على اعطاء الاسم للعرب · والبيروني يقول في قانونه (الصفحة ٢٧١) وسموا أنصاف الأوتار جيوبا وان كان اسم الوتر في الهندية جيا ، ونصفه جيبارد ، ولكن الهند اذ لم يستعملوا غير أنصاف الأوتار ، أوقعوا اسم الكل على النصف تخفيفا في اللفظ ·

وقد اهتم الهنود أيضا بقيمة ١ − جتا ، وهذه هي التي يسميها العرب بالجيب المعكوس ·

وأما النسب المثلثية الأخرى فهي عربية لم يستعملها الهنود · وفي معظم الأزياج العربية جداول للظل وظل التمام باعتبار كل منها مقدرا بوحدات « المقياس » · والمقياس هذا قضيب كان ينصب أفقيا على حائط راسي أو راسيا على أرض أفقية ، ويقاس طول ظله بالنسبة الى طوله · فاذا كان المقياس أفقيا فهذه النسبة هي ظا زاوية ارتفاع الشمس عند القياس ، وقد سماها العرب الظل الأول ، أو المنكوس ، أو المعكوس · واذا كان المقاس رأسيا فهي ظتا الزاوية وسموها الظل الثاني أو المبسوط · وأما طول المقياس فقد يتخذونه ١٢ وحدة أو ٧ أو ٦ ½ ، أو ٦٠ · والبيروني اعتبره وحدة واحدة ·

ولأبي الوفاء جدول للجيوب سنأتي اليه في كتابه هذا ، كما أن له جداول للظلال · الا أن ابتكار هذه الجداول قد يكون سبقه اليه حبش الحاسب أو البتاني ·

(٤٢) قيمة Π عند أبي الوفاء هي ٣ ١/٧ في جميع الاحوال ·

(٤٣) حسب القاعدة العربية السابقة √٣٠٠ = بالتقريب ١٧ ١١/٣٥ · وأبو الوفاء يقرب ذلك الى ١٧ ١٢/٢٥ حتى يجعلها ١٧ ١/٧ ١/٥

(٤٤) أبو الوفاء وحسابات الدائرة

مجمل القواعد التي يعطيها أبو الوفاء لحسابات الدائرة هي التالية ، على اعتبار قطر الدائرة ق ، ونصف قطرها نق ، ومساحتها م ، ومحيطها ح ، وطول وتر فيها و ، وطول سهم هذا الوتر هـ :

(١) $\text{م} = \text{نق}\ \frac{١}{٢}\ \text{ح}$ (٢) $\text{م} = \text{ق}^{٢} \times \frac{١١}{١٤}$

(٣) $\text{ح} = \frac{٢٢}{٧}\ \text{ق}$ (٤) $\text{ح} = \sqrt{٤\text{م} \times \frac{٢٢}{٧}}$

(٥) $\text{م} = \left(\frac{\text{ح}}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٧}{٢}$ (٦) $\text{م} = \frac{٧}{٨}\ \frac{\text{ح}^{٢}}{١١}$

(٧) $\text{ه} = \text{س} - \sqrt{\text{س}^{٢} - \left(\frac{\text{و}}{٢}\right)^{٢}}$

(٨) $\text{و} = \sqrt{\text{ه}\,(\text{ق} - \text{ه})}$

(٩) $\text{ق} = \frac{\left(\frac{\text{و}}{٢}\right)^{٢}}{\text{ه}} + \text{ه}$

وكلها تعتمد على المبادىء الثلاث التالية :

(١) $\text{ح} = \pi\ \text{ق}$ (٢) $\text{م} = \pi\ \text{س}^{٢}$

٣ ـ اذا تقاطع وتران في دائرة كان حاصل ضرب قسمي أحدهما يساوي حاصل ضرب قسمي الآخر .

(٤٥) **جدول جيوب**

اذا رسمنا نصف دائرة مركزها م وقطرها ا م ب طوله ١٤ وحدة ، ثم عينا على نصف الدائرة النقط $\text{ح}_{١}$ ، $\text{ح}_{٢}$ ، $\text{ح}_{٣}$ ، .. الخ .

بحيث تكون أطوال الأقواس $\text{أح}_{١} = \text{ح}_{١}\text{ح}_{٢} = \text{ح}_{٢}\text{ح}_{٣} = ... =$ **وحدة ،**

فعلى اعتبار ان $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ ، ينقسم قوس نصف الدائرة الى ٢٢ قسماً متساوية . وتكون $\angle \text{أ م ح}_{١} = \frac{٩٠^{\circ}}{١١} = \text{م}_{١}$ ، $\angle \text{أ م ح}_{٢} = ٢\text{م}_{١} = \text{م}_{٢}$ = $\angle \text{أم ح}_{٣} = ٣\text{م}_{١} = \text{م}_{٣}$ وهكذا، ويكون $٢٢\text{م}_{١} = \text{م}_{٢٢} = ١٨٠^{\circ}$.

والذي يريده ابو الوفاء هو أن يعطي طريقة لحساب الأوتار $\overline{\text{أح}_{١}}$ ، $\overline{\text{أح}_{٢}}$ ، $\overline{\text{أح}_{٣}}$ ، ... **الخ .**

فالعمود الأول في جدوله ، وهو ما يسميه سطر القسي ، يعطي أطوال الأقواس $\text{أح}_{١}$ ، $\text{أح}_{٢}$ ، $\text{أح}_{٣}$ ، ... **الخ .**

وفيه الطول ر **هو طول القوس $\text{أح}_{ر}$ وهو يدل أيضاً على $\angle \text{م}_{ر}$ وقيمتها $\frac{٩٠^{\circ}}{١١} \times$ ر ومن الواضح ان طول الوتر $\text{أح}_{ر} = ٢\text{س} \times \text{حا}\ \frac{١}{٢} \angle \text{م}_{ر}$**

فأطوال الأوتار التي يعطيها أبو الوفاء في جدوله تعطي في الوقت نفسه جيوب انصاف الزوايا $\text{م}_{ر}$ ، كما أن أطوال القسي تعطي مقادير هذه الزوايا ، لا بالدرجات ، ولكن بما يماثل القياس النصف القطري .

وأبو الوفاء لا يبين بالتفصيل كيف حسب أطوال الأوتار $\text{أح}_{ر}$ ، وكل ما يقوله هو انه اعتمد على بطلميوس في بعضها وقرب في بعضها الآخر . والذي نستطيع أن نقوله هو انه ما دام يعتبر π مساوية $\frac{٢٢}{٧}$ فلا يمكن أن تكون قيم الزوايا في جدوله دقيقة الى أكثر من منزلتين عشريتين ، وان نكن نعلم أنه في حساب المثلثات الكروية أعطى قيمة جا $٣٠'$ صحيحة لثماني منازل عشرية .

والجدول التالي يعطي جيوب الزوايا $\text{م}_{ر}$ كما يقدرها أبو الوفاء ولكن بالكسور العشرية ومعها قيم هذه الجيوب مأخوذة من جداول الجيوب الحديثة لأربع منازل عشرية ومنها يتبين أن القيم التي يعطيها أبو الوفاء للجيوب صحيحة لثلاث منازل عشرية أما الزوايا التي بين **بين ، مثل $\angle$ س حيث $\text{م}_{ر} < \text{س} < \text{م}_{ر+١}$ فيقترح أبو الوفاء حسابها على اعتبار ان قيمة الجيب بين $\text{م}_{ر}$ و $\text{م}_{ر+١}$ تتناسب طردياً مع قيمة الزاوية .**

	القوس (م ر)	طول الوتر (أ ج ر) القطر = ١٤	$\frac{١}{٢}$ د م ر	جا $\frac{١}{٢}$ د م ر بتقدير المؤلف	قيمة الجيب في الجداول الحديثة
١	٨° $\frac{٢}{١١}$	٠,٩٩٩٤	٤°,٥′ $\frac{١}{٢}$	٠,٠٠٧١٤	٠,٠٠٧١٤
٢	١٦ $\frac{٤}{١١}$	١,٩٩٢٨	٨,١١	٠,١٤٢٢	٠,١٤٢٣
٣	٢٤ $\frac{٦}{١١}$	٢,٩٧٥٠	١٢,١٦ $\frac{١}{٢}$	٠,٢١٢٥	٠,٢١٢٦
٤	٣٢ $\frac{٨}{١١}$	٣,٩٤٣٣	١٦,٢٢	٠,٢٨١٧	٠,٢٨١٨
٥	٤٠ $\frac{١٠}{١١}$	٤,٨٩٢٢	٢٠,٢٧	٠,٣٤٩٧	٠,٣٤٩٤
٦	٤٩ $\frac{١}{١١}$	٥,٨١٣٩	٢٤,٣٣	٠,٤١٥٣	٠,٤١٥٥
٧	٥٧ $\frac{٣}{١١}$	٦,٧٠٨٣	٢٨,٣٨	٠,٤٧٩٢	٠,٤٧٩٢
٨	٦٥ $\frac{٥}{١١}$	٧,٥٦٧٨	٣٢,٤٣ $\frac{١}{٢}$	٠,٥٤٠٦	٠,٥٤٠٦
٩	٧٣ $\frac{٧}{١١}$	٨,٣٩٤٣	٣٦,٤٩	٠,٥٩٩٦	٠,٥٩٩٣
١٠	٨١ $\frac{٩}{١١}$	٩,١٦٦٧	٤٠,٥٤ $\frac{١}{٢}$	٠,٦٥٤٨	٠,٦٥٤٩
١١	٩٠	٩,٩٠١١	٤٥	٠,٧٠٧١	٠,٧٠٧١
١٢	٩٨ $\frac{٢}{١١}$	١٠,٥٨١٧	٤٩,٥٢ $\frac{١}{٢}$	٠,٧٥٥٨	٠,٧٥٥٧
١٣	١٠٦ $\frac{٤}{١١}$	١١,٢٠٣٦	٥٣,١١	٠,٨٠٠٣	٠,٨٠٠٦
١٤	١١٤ $\frac{٦}{١١}$	١١,٧٧٩٤	٥٧,١٦ $\frac{١}{٢}$	٠,٨٤١٤	٠,٨٤١٣
١٥	١٢٢ $\frac{٨}{١٨}$	١٢,٢٨٨٩	٦١,٢٢	٠,٨٧٧٨	٠,٨٧٧٧

	القوس (م ر)	طول الوتر (أ ج ر) القطر = ١٤	$\frac{١}{٢}$ د م ر	جا $\frac{١}{٢}$ د م ر بتقدير المؤلف	قيمة الجيب في الجداول الحديثة
١٦	١٣٠ $\frac{١٠}{١١}$	١٢,٧٣٦١	٦٥,٢٧	٠,٩٠٩٠	٠,٩٠٩٦
١٧	١٣٩ $\frac{١}{١١}$	١٣,١٢٥٦	٦٩,٣٣	٠,٩٣٧٥	٠,٩٣٧٠
١٨	١٤٧ $\frac{٣}{١١}$	١٣,٤٢٩٢	٧٣,٣٨	٠,٩٥٩٢	٠,٩٥٩٥
١٩	١٥٥ $\frac{٥}{١١}$	١٣,٦٧٦٩	٧٧,٤٣ $\frac{١}{٢}$	٠,٩٧٦٩	٠,٩٧٧١
٢٠	١٦٣ $\frac{٧}{١١}$	١٣,٨٦٠٠	٨١,٤٩	٠,٩٩٠٠	٠,٩٨٩٨
٢١	١٧١ $\frac{٩}{١١}$	١٣,٩٤٤٤	٥٨,٥٤ $\frac{١}{٢}$	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٧٥
٢٢	١٨٠	١٤,٠٠٠٠	٩٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠

النسب المثلثية عند الكرجي

تقدم أن أبا الوفاء لا يقصد جيوب الزوايا بالذات ولكنه يعطي طريقة لحساب الوتر في أي دائرة اذا عرف قوسها ، والقوس اذا عرف وترها . وهو من أجل ذلك يقدم لنا جدولا وقاعدة للتقريب . وهذا هو ما قصده الكرجي . الا انه يعطي قواعد يصفها الشهرزوري بانها أفضل من جدول أبي الوفاء ومن أسهل ما عمل في هذا الصدد . وهذه هي قواعد الكرجي :

١ ـ نصف القطر « هو وتر ثلث القوس التي هي نصف الدائرة » .

أي أن وتر ٦٠° = س ∴ جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

٢ ـ « واذا ضربت وتر الثلث في نفسه والقي من مربع القطر كان الباقي مربع وتر ثلثي القوس » .

يؤدي هذا الى العلاقة : وتر ١٢٠° = س $\sqrt{٣}$ ∴ جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

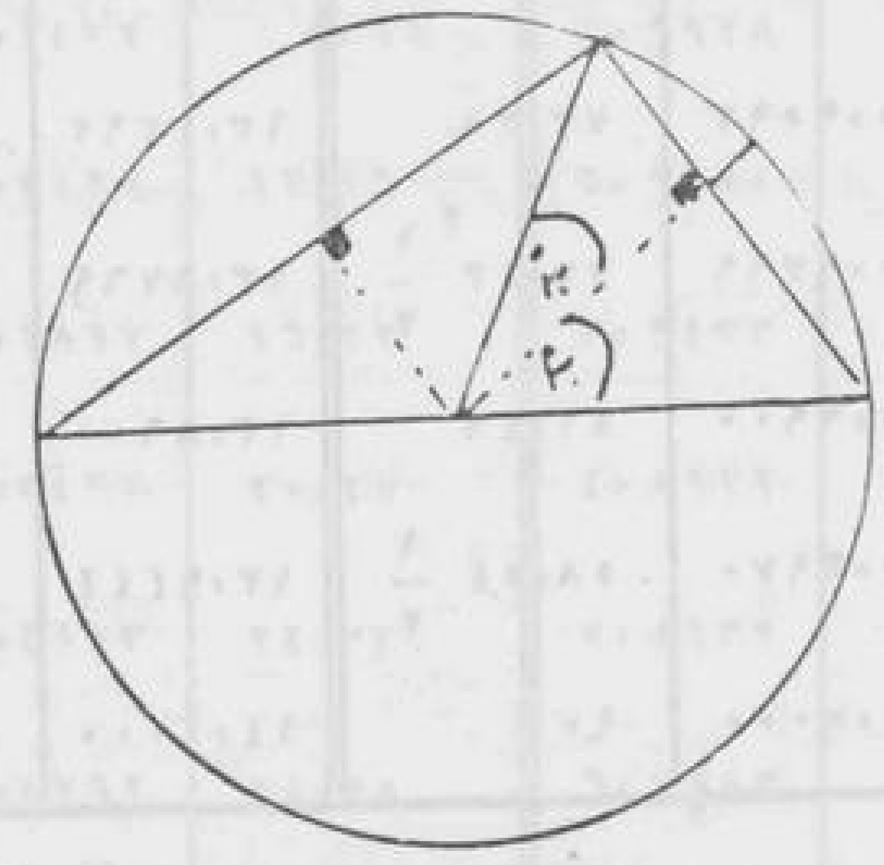
٣ ـ « واذا أخذت جذر نصف مربع القطر كان ذلك وتر نصف القوس » .

وهذا يؤدي الى العلاقة : وتر ٩٠° = س $\sqrt{٢}$ ∴ جا ٤٥° = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

٤ ـ « واذا القيت نصف وتر الثلثين من نصف القطر ، وضربت الباقي في نفسه ، وزدت عليه مربع نصف وتر الثلث ، كان المبلغ مربع وتر السدس » .

يؤدي هذا الى العلاقة : $\text{وتر } ٣٠^\circ = \text{ق} \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}} - \sqrt{\frac{١}{٢}} \right)$ والشكل التالي يبين المبدأ الذي يعتمد عليه الكرجي ، وهو واضح لا يحتاج الى شرح . ومنه ينتج أن

$$\text{جا } ١٥^\circ = \frac{١}{٢} \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}} - \sqrt{\frac{١}{٢}} \right)$$



٥ ـ «واذا القيته (أي مربع وتر السدس) من مربع القطر بقي مربع وتر النصف والثلث» .

وهذا يؤدي الى العلاقة : $\text{وتر } ١٥٠^\circ = \text{ق} \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٢}} \right)$

$$\therefore \text{جا } ٧٥^\circ = \frac{١}{٢} \left(\sqrt{\frac{٣}{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٢}} \right)$$

٦ ـ اذن فقد عين الكرجي أوتار الزوايا :

صفر ، ٣٠° ، ٩٠° ، ٦٠° ، ١٢٠° ، ١٥٠° ، ١٨٠°

وهذا يقابل على التوالي جيوب الزوايا صفر ، **١٥ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٩٠**

وبقي عليه أن يبين كيف تعين أوتار زوايا تقع بين هذه المقادير ، فهو من ثم يقترح القاعدة التالية :

« فاذا أردت بعد معرفتك هذه أن تخرج قوسا من وتر : فان كان الوتر واحدا من الأوتار المذكورة ، فان قوسه معلومة . وان كان غير ذلك : أخذت أقرب الأتار من الأوتار المذكورة الى الوتر الذي معك ؛ فاذا وجدته ، فلا يخلو من أن يكون زائدا على الوتر الذي معك ، أو ناقصا عنه ، فاحفظ ذلك . ثم اضرب الوتر الذي معك ، وهو

الذي تريد قوسه ، في نفسه ، والق المبلغ من مربع القطر ، فما بقي أضربه في مربع الوتر الآخر ، أعني الذي طلبته قريبا من الوتر الذي معك ، واحفظ جذر المبلغ . ثم اضرب الوتر الآخر في نفسه ، والق المبلغ من مربع القطر ، فما بقي أضربه في مربع الوتر الذي معك ، فما بلغ أخذت جذره ؛ وأخذت الفرق بينه وبين المحفوظ ، وقسمته على القطر ، فما كان من ذلك زدت عليه ثلث عشر × ، وحفظت المبلغ . ثم نظرت : فان كان الوتر الذي معك أعظم من الوتر الآخر : زدت المحفوظ على قوس الوتر الآخر ، وان كان أقل منه : نقصت المحفوظ من القوس المذكورة ، فما كان بعد ذلك كان القوس المطلوبة . هذا اذا كانت القوس أقل من نصف دائرة ؛ فان كانت أعظم القيت القوس التي تخرج لك من الدائرة ، فما بقي فهو القوس التي تريدها » .

فلنفرض أننا أخذنا وترا طوله س في دائرة قطرها ق ، وأردنا أن نعرف طول القوس الصغرى التي يقطعها الوتر س من محيط الدائرة :

أولا نبحث في الأوتار السبعة التي سبق أن حدد الكرجي أقواسها ، عن أقربها الى س ، ولنفرض أنه و . فحسب القاعدة ينتج ما يلي :

١ ـ اذا كانت س $>$ و فان :

$$\text{قوس الوتر س} = \text{قوس و} + \left(\frac{\text{س}\sqrt{\text{ق}^٢ - \text{و}^٢}}{\text{ق}} - \frac{\text{و}\sqrt{\text{ق}^٢ - \text{س}^٢}}{\text{ق}} + \frac{١}{٣٠} \right)$$

ويسهل أن نبين أن هذه القاعدة تؤدي الى العلاقتين التاليتين ، حيث س ، د زاويتان الفرق بينهما أقل من ½ ٧ :

$$\text{س} - \text{د} = \text{جا}(\text{س} - \text{د}) + \frac{١}{٦٠\,\text{ق}} \text{ ، حيث س} > \text{د}$$

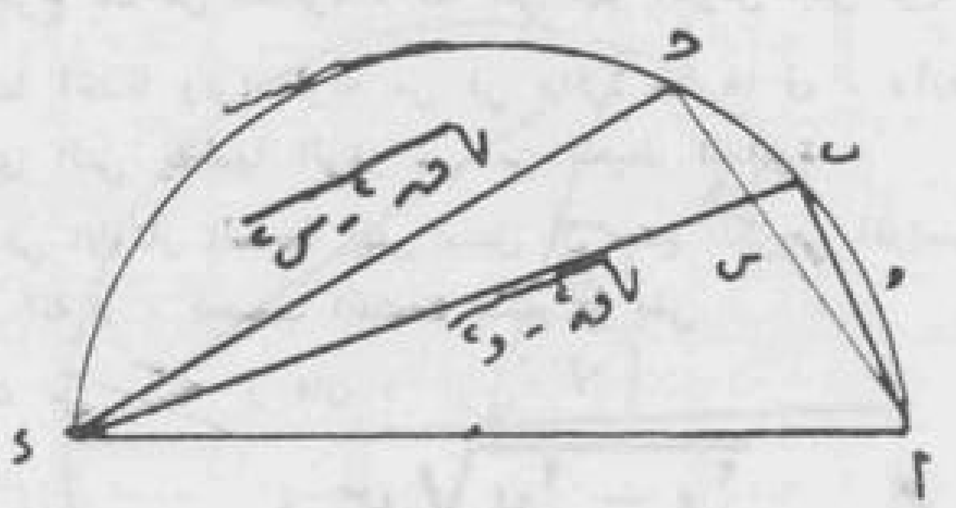
$$\text{، د} - \text{س} = \text{جا}(\text{د} - \text{س}) + \frac{١}{٦٠\,\text{ق}} \text{ ، حيث د} > \text{س}$$

والمعروف أن جا هـ = هـ ، حيث $٠ \leq \text{هـ} < ٥^\circ$ وان الفرق بين الاثنين قليل في حدود $٥ \leq \text{هـ} \leq ٧\frac{١}{٢}$. فقاعدة الكرجي اذن تقريبية ، ويبدو أن الكسر $\frac{١}{٣٠}$ أضيف اليها بطريق اعتباطي .

× **في كتاب الكرجي : زدت عليه عشرة ، ولكن الشهرزوري ينقل القاعدة : ثلث عشر ، ويقول « هذا اصل » ويحل مثالا على هذا الاعتبار .**

٢ – اذا كانت س > و فإن :

$$\text{قوس الوتر س} = \text{قوس و} - \left(\frac{\text{و}\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{س}^{2}}}{\text{ن}} - \frac{\text{س}\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{و}^{2}}}{\text{ن}} + \frac{1}{30} \right)$$



والكرجي لا يعطي تعليلا لهذه القاعدة ، ولكنه يتبعها بذكر نظرية بطلميوس عن الرباعي الدائري • فاذا طبقناها على الرباعي ا ب حـ د في الشكل نجد أن

$$\frac{\text{س}\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{و}^{2}}}{\text{ن}} - \frac{\text{و}\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{س}^{2}}}{\text{ن}} = \text{ب حـ وهو وتر}$$

الفرق بين القوسين ا حـ ، ا ب • فالزيادة $\frac{1}{30}$ يقصد بها زيادة طول القوس ب حـ على وتره •

ويتضح من قاعدة الكرجي : أن القوس ب حـ أقل من ٧٫٥° ، اذ لو كان أكثر لأخذ الوتر الذي يلي و في مجموعة الأوتار السبعة ، التي حددها الكرجي • ففي نطاق ذلك يكون الفرق بين طول القوس وطول وتره أقل من ٠٫٠٠١ فاذا تغاضينا عن هذه الزيادة ، أي ثلث العشر ، في قاعدة الكرجي ، فالقاعدة تؤول الى العلاقة

$$\text{حـ}_{\text{ز}} = 2 \cdot 10^{-\frac{\text{ز}}{2}}$$

وهذه تصح الى أربع منازل عشرية على الأقل في حدود . ≥ ز ≥ ١٠

٧ – أما الشهرزوري فهو يتخبط في شرح هذه القاعدة ، كما يتخبط في مواضع أخرى من بحث الدائرة ، الا أنه يعطي قاعدة غريبة يذكرها بدون برهان ، ويمكن التعبير عنها بالشكل التالي (انظر ٤٩) :

١ – القوس الذي هو $\frac{1}{\text{ن}}$ من محيط الدائرة يكون طول وتره $= \frac{6\,\text{نق}}{\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{ن} + 6}}$

٢ – القوس الذي هو $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ من محيط الدائرة يكون طول وتره $= \frac{6\,\text{نق}\,\text{م}}{\sqrt{\text{ن}^{2} - \text{ن} + 6}}$

(٤٦) أبو الوفاء والكرجي يذكران طريقة صحيحة لايجاد مساحة قطعة الدائرة وقطاعها • الا أن الشهرزوري يذكر طرقا أخرى تقريبية وبعضها واضح الخطأ • وهذا أهم ما يذكره :

١ – بصدد القاعدة : مساحة الدائرة $= \text{نق}^{2} \times \frac{11}{14}$ يقول : « وقد ذكر أرشميدس في كتابه فقال : لأن البرهان قد قام على أن مساحة ١١ مربعة متساويات الاضلاع قائمة الزوايا مساو لمساحة أربعة عشر مدورة متساويات الأقطار قطر كل مدورة منها مساو لكل ضلع من أضلاع كل مربعة من المربعات » •

٢ – لايجاد مساحة قطعة الدائرة ينبغي أن يعرف طول قوسها ، وهو من أجل ذلك يتبع طريقة يمكن أن نعبر عنها بما يلي :

في دائرة نصف قطرها نق ، اذا رسم وتر بعده عن المركز ع ، كان طول قوسه الصغرى $\frac{1}{2}\,3\,\text{نق} - \frac{1}{7}\,2\,\text{ع}$ وطول قوسه الكبرى $\frac{1}{7}\,3\,\text{نق} + \frac{1}{7}\,2\,\text{ع}$ •

٢ – القطعة التي وترها ٢ ل وسهمها ع يحسب طول قوسها ½ (ل + ع) وينسب هذه الطريقة الى غيره ، ثم يعترض عليها بأنها لا تصح في بعض الحالات ، ويقترح طريقة اخرى لايجاد مساحة هذه القطعة فيعتبر مساحتها $\frac{\text{ع} + 2\,\text{ل}}{2} \cdot \text{ع} + \frac{1}{14}\,\text{ل}^{2}$

نستخلص من هذه الطرق التي يعرضها الشهرزوري ان ما شكا منه أبو الوفاء من أن الحساب يستعملون طرقا تقريبية لا تستند الى برهان لم يفد في ازالته طرق أبي الوفاء والكرجي وأمثالهما من الرياضيين فجاء الشهرزوري يعرض هذه الطرق الخاطئة جنبا الى جنب مع طرق كبار الرياضيين •

(٤٧) نستطيع أن نقول أن أبا الوفاء يعرض عن المثلثات وأنواعها ومساحتها كل ما يعرضه أي كتاب ابتدائي في الهندسة العددية ، بما في ذلك مساحة المثلث بدلالة محيطه ، وما نسميه بقاعدة جيب التمام • وان ما يذكره ابو الوفاء مما يقول أنه لم يذكره أحد من المتقدمين قاعدتان يستغل في احداهما قاعدة جيب التمام ويستغل في الأخرى قاعدة مساحة المثلث بدلالة المحيط • فاذا كان له فضل السبق في هذه الناحية ففضله لا في أنه اكتشف مبدأ جديدا وانما في أنه استطاع بدون استعمال الرموز أن يستفيد من وضع قاعدتين قديمتين في وضع جديد •

ولعل الجديد الذي نستفيده من أبي الوفاء هو أن ما نسميه مسقطا يسميه مسقط الحجر ويختص به مسقط الضلع الأصغر على القاعدة •

والكرجي يذكر أهم القواعد التي يذكرها أبو الوفاء ، ولكن بايجاز · وهو لا يلح على تسمية المسقط بمسقط الحجر ·

(٤٨) القواعد التي يعطيها أبو الوفاء والكرجي لحساب مساحات الأشكال الرباعية بأنواعها صحيحة ، وهي تضم كل ما يعرفه المبتدئ في هذه الأيام ، لا ينقصها الا القاعدة المعروفة عن مساحة الرباعي الدائري بدلالة محيطه · وهذه القاعدة عرفها الهنود واستعملوها لايجاد مساحة أي شكل رباعي رغم أن بعضهم اعترض على هذا الاستعمال · ويبدو أن بعض العرب عندما اطلعوا عليها وقعوا في الخطأ الذي وقع فيه الهنود ، الا أن البيروني ذكر القاعدة وبرهانها في كتابة استخراج الآوتار في الدائرة واعتبرها تختص بالشكل الرباعي الدائري ·

والشهرزوري في شرحه لكتاب الكرجي يشير في بعض المواضع الى أبي برزة الحاسب · وهو حاسب يذكره ابن النديم في الفهرست ولم يصل الينا شيء من كتبه · والشهرزوري يذكر لأبي برزة هذا طريقة في ايجاد مساحة المتوازي الاضلاع ، وهي خاطئة تصح في حالة خاصة ، والشهرزوري يشير الى ذلك ·

ومن الجدير بالذكر أن المصطلحات المتواترة اليوم : من مربع ومستطيل ومعين الخ نجدها في المخطوطات العربية ولكن بغير المعاني الاختصاصية التي لها اليوم :

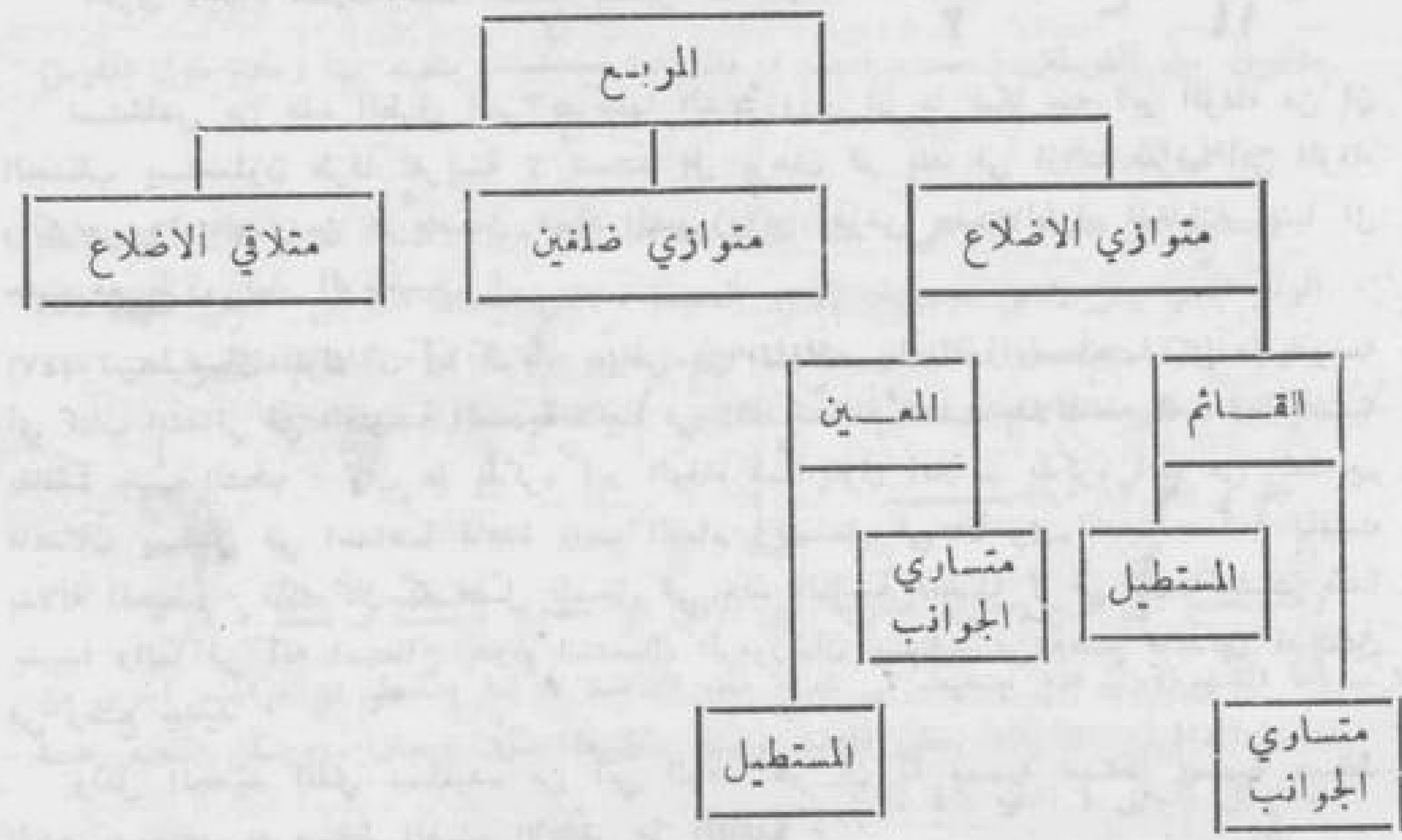
فالمربع ، أو المربعة ، تستعمل بمعناها الحالي ، وتستعمل أيضا بمعنى الشكل الرباعي كائنا ما كان ·

والمستطيل قد تعني أي متوازي اضلاع طوله أكبر من عرضه ...

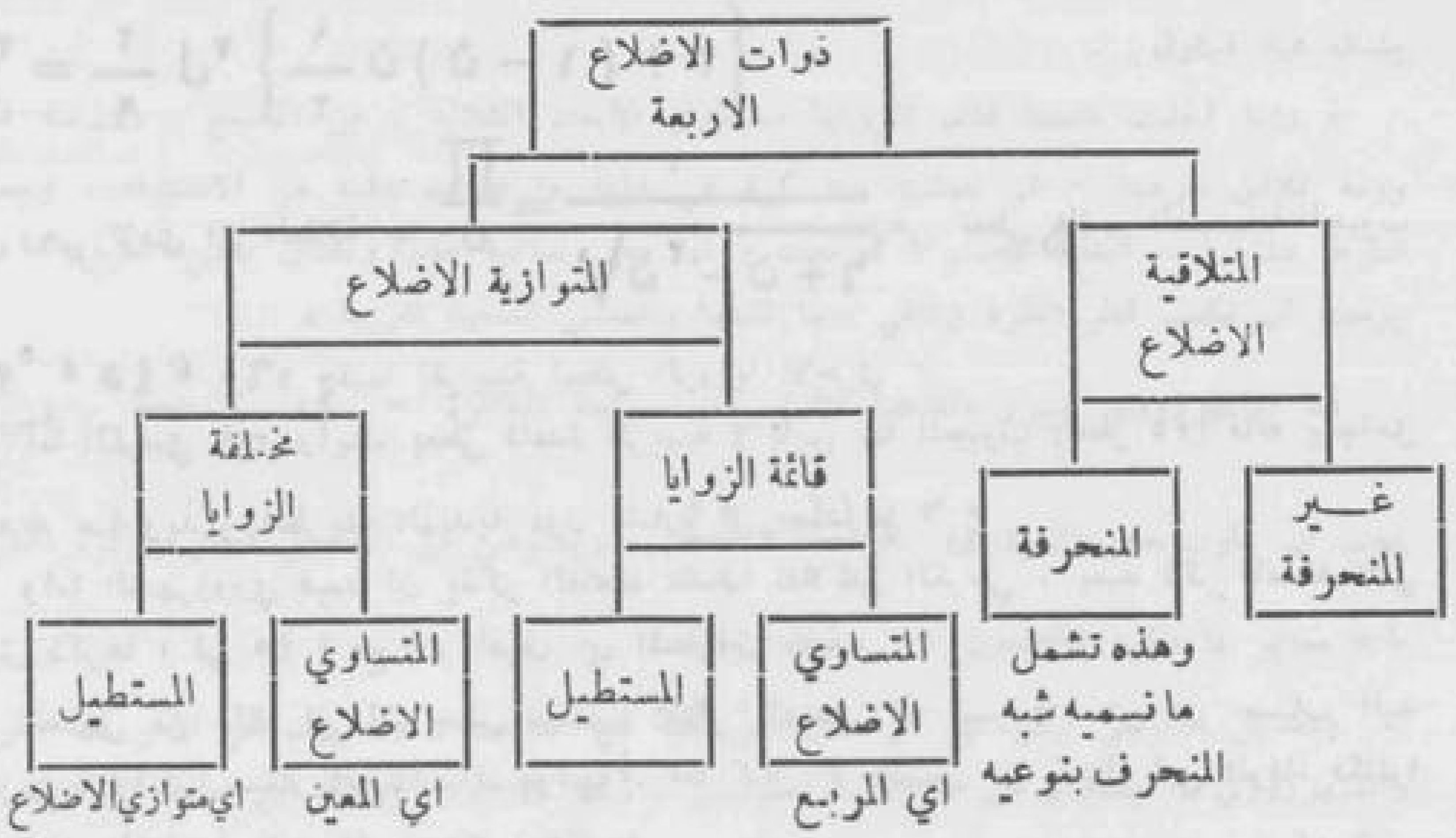
أما أبو الوفاء فالأشكال الرباعية عنده هي التالية :

المربع والمستطيل والمعين وهو يستعملها بنفس المعاني التي نستعملها اليوم · أما المتوازي الاضلاع فيسميه شبيها بالمعين · وما عدا هذه (شبه المنحرف والرباعي) يسميه منحرفا ·

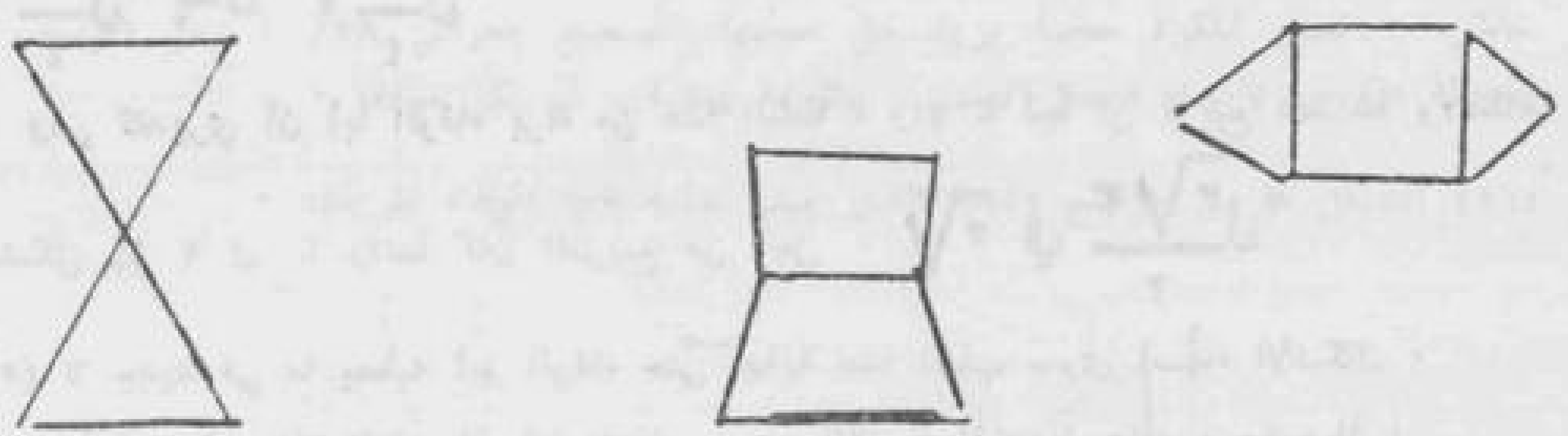
وأما الكرجي فالشكل الرباعي يسميه مربعا والصورة التالية تبين اسماء أنواعه عنده :



والشهرزوري لا يوافق الكرجي على هذه التسميات والشكل التالي يبين التسميات التي يقترحها ::



والشهرزوري يبحث في نوع من الأشكال الكثيرة الاضلاع يسميها المطبلات أو المخصرات وهذه بعض أشكالها :



وبعض المخطوطات العربية تذكر أن المعين سمي معينا للشبه بينه وبين العين ·

(٤٩) يقسم أبو الوفاء الأشكال الكثيرة الأضلاع الى أشكال ذات نظام ، وهي المتساوية الاضلاع والزوايا ، والى أشكال تتباين أضلاعها وزواياها · ثم يبحث في مساحة الأشكال المنتظمة ، فيقرر أن المضلع المنتظم يحيط بدائرة وتحيط به دائرة · فاذا كان عدد أضلاعه ن وطول ضلعه ل ونصف قطر الدائرة الداخلية فيه نق ، كانت مساحته = ½ ن ل نق ·

وهو من ثم يبحث في ايجاد نصف قطر الدائرة الداخلة فيعطي لذلك طريقتين :

الطريقة الأولى تعتمد على جدوله السابق الذي يعطي كما بينا جيوب الزوايا بالتقريب · فاذا عرف ضلع المضلع أمكن معرفة قطر الدائرة المحيطة به ، ومن ثم قطر الدائرة الداخلة ، فالمساحة ·

وأما الطريقة الثانية فينسبها أبو الوفاء الى الهنود ويصفها بانه سهلة قريبة من الصحة ، ولكنه يشير الى أن طرق الأغريق التي ضمنها كتابه المجسطي أفضل اذ تقوم على

صحتها البراهين . أما الطريقة الهندية التي يصفها فتطابق ما أعطاه الشهروزري (انظر ٤٥) ويمكن أن نعبر عنها بالشكل

$$\text{ق}^{٢} = \frac{٢}{٩}\,\text{ل}^{٢} \left\{ \frac{١}{٢}\,\text{ن}\,(\text{ن} - ١) + ٣ \right\}$$

وهي تؤدي الى العلاقة $\text{جا}\,\frac{\Pi}{\text{ن}} = \frac{٣}{\sqrt{\text{ن}^{٢} - \text{ن} + ٦}}$ وهي تعطي القيم الصحيحة لجيوب ٣٠° ، ٤٥ ، ٦٠ وقيما تقريبية لبعض الزوايا الأخرى .

أما الكرجي الذي رأيناه يعطي قاعدة تقريبية لا بأس بها للجيوب (انظر ٤٥) فانه يتجاهل قاعدته هنا ويذكر الطريقة الهندية دون اشارة الى مصدرها .

وأما الشهرزوري فبعد أن يذكر القاعدة نفسها نقلا عن الكرجي ، يعيد ذكر قاعدته التي سبق ذكرها (في ٤٥) مع أن الفرق بين المنطوقين طفيف .

نخلص من ذلك الى أن بعض مبادىء الفكر الهندي قد تسربت حتى الى حساب اليد العربي ، وقبلها صغار الحساب لسهولتها ، أما كبار الرياضيين من أمثال أبي الوفاء فكانوا يفضلون عليها ما يقوم على صحته برهان .

(٥٠) تتفق النسختان في خطا واحد هو اعتبار مساحة المسدس المنتظم

$$\sqrt{\frac{٢٠}{٤}\,\text{ل}^{٢}} \;\text{بدل}\; \sqrt{\frac{٢٧}{٤}\,\text{ل}^{٤}}$$

وفي تقديري أن أبا الوفاء براء من هذا الخطا ، والا لما لجا الى تربيع المساحة ولاعطاها بالشكل ½ ٢ ل ؛ وانما كان التربيع من أجل $\sqrt{٣}$ في $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}\,\text{ل}^{٢}$

(٥١) لا جديد في ما يعطيه أبو الوفاء حتى نهاية هذا الباب سوى أسماء الأشكال .

(٥٢) الجدير في هذا الباب أن أبا الوفاء يسمي كلا من المخروط والهرم مخروطا .

(٥٣) هنا كما في (٥٠) خطأ نميل الى تبرئة أبي الوفاء منه بدليل أنه يأخذ نصف محيط القاعدة في حالة الهرم

(٥٤) القاعدتان المعنيتان هنا هما ما يلي باعتبار $\text{نق}_{٢}$ نصف قطر القاعدة الكبرى لقطعة المخروط ، $\text{نق}_{١}$ نصف قطر الصغرى ، ل طول الجانب ، ع الارتفاع :

١ ـ المساحة الظاهرية = $\Pi\,\text{ل}\,(\text{نق}_{١} + \text{نق}_{٢})$

٢ ـ الحجم = $\frac{١}{٣}\,\Pi\,\text{ع}\,(\text{نق}_{١}^{٢} + \text{نق}_{١}\,\text{نق}_{٢} + \text{نق}_{٢}^{٢})$

(٥٥) يعطي أبو الوفاء القانون ج = $\frac{٤}{٣}\,\text{ط}\,\text{ق}^{٣}$ لحجم الكرة وينسبه الى ارشميدس ، وكانه يبرىء نفسه من تبعته .

أما الكرجي فيعطي لحجم الكرة قانونا خاطئا هو ج = $\text{ق}^{٣} \times \frac{١١}{١٤} \times \frac{١١}{١٤}$ ، ولكنه يشك فيه فيقول :

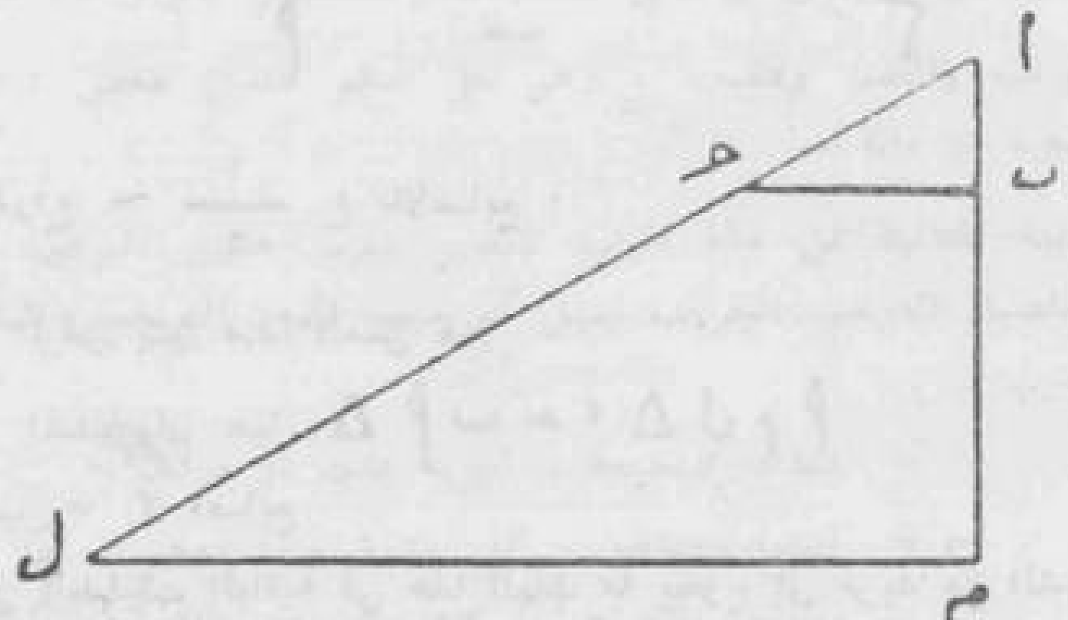
« وانا آخذت جسما قائم الزوايا متساوي الأبعاد الثلاثة ، من الشمع ، ووزنته فكان وزنه ثلاثين درهما . ثم عملت منه كرة في غاية ما قدرت عليه من الاستواء ، وجعلت قطرها مثل أحد أبعاد الجسم ، فوجدت وزنها دون ثمانية عشر وثلثين بشيء قليل . فهذا يوجب أن نكعب قطر الكرة ونلقي منها ثلثها وخمسي تسعها تقريبا » .

أما الشهرزوري فيبرر القاعدة الأولى بأن مساحة الدائرة = $\text{ق}^{٢} \times \frac{١١}{١٤}$ ، فمن ثم يجب أن يكون حجم الكرة $\text{ق}^{٣} \times \frac{١١}{١٤} \times \frac{١١}{١٤}$ ، ويعترض على التعديل الذي يذكره الكرجي بأنه مغاير لما ذكره الأقدمون !

وتعديل الكرجي ليس على كل حال أقل خطأ من القاعدة . والغريب في الأمر أن الكرجي والشهرزوري لا يشيران الى طريقة أرشميدس ، رغم أن الأول يشك في صحة القاعدة التي يذكرها .

في ضوء هذه الحقائق نخلص الى أن حساب اليد المسلمين عرفوا قاعدة أرشميدس لحجم الكرة ولكنهم نسوها واستعاضوا عنها بقاعدة اعتباطية خاطئة مستمدة من مبدأ رياضي خاطيء ، تعطي للكرة حجما يزيد على حجمها الصحيح بحوالي ١٨٪ ! ومن المؤسف أن محاولة الكرجي لأيجاد قاعدة أنسب ، بطريقة عملية ، لم تكن موفقة .

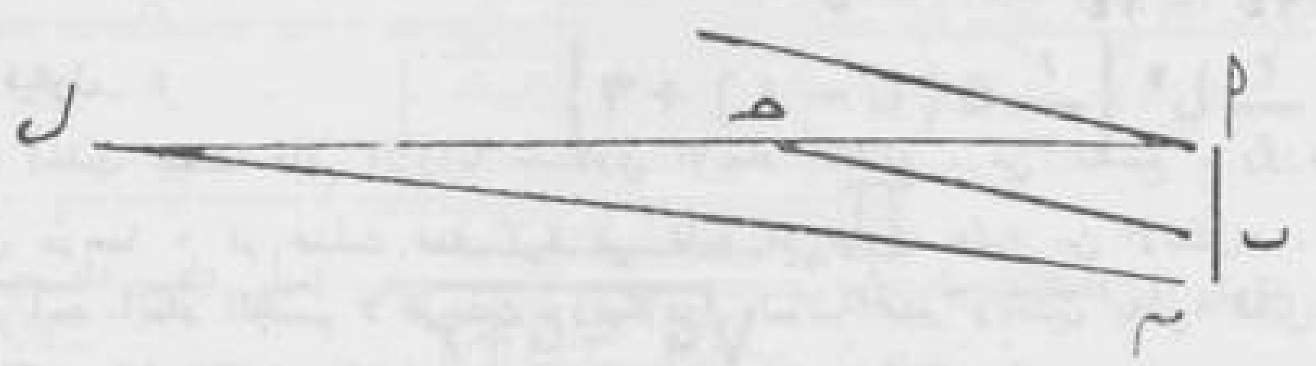
(٥٦) الشكل المرفق يوضح المبدأ الذي يبني عليه أبو الوفاء طريقته .



في هذا الشكل △ ا ب ح و △ ا م ل متشابهان . ∴ ا ب : ب ح = ا م : م ل

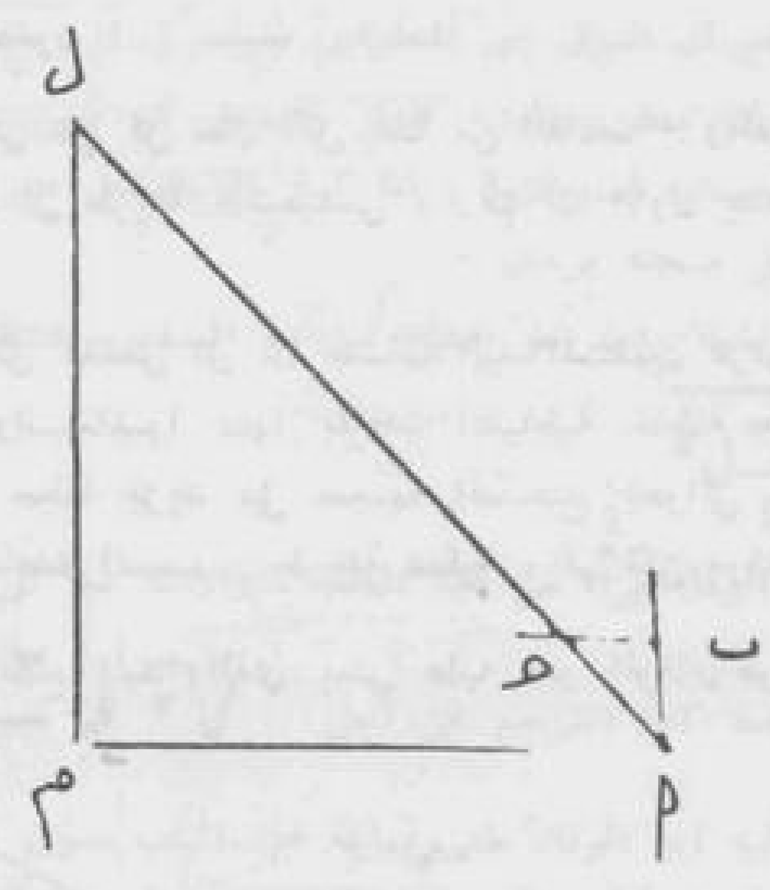
فاذا كان ا ب = ٣ أصابع ، ب ح = ع أصابع ، ا م = ٣ أذرع ، كان م ل = ع أذرع . م ل هو البعد الذي يراد تعيينه ، ب ح هو الخط الموازي للطول في الآلة ، ا م هو عرض اللوح مع القائم الذي يستند عليه .

(٥٧) مبدأ العمل هنا يتبين من الشكل التالي :



م ل ، هو البعد المراد تقديره ، ا م عرض اللوح ويساوي نصف ذراع ، ا ب = ٣ أصابع ا ب : ب ح = ا م : م ل ، ب ح هو عدد الأصابع التي تقطعها العضادة من الخط الموازي للطول ·

اي أن ٣ أصابع : ع أصابع = ½ ذراع : م ل مقدرا بالذراع ·



$\therefore$ م ل بالذراع = $\frac{١}{٦}$ ع بالأصابع ·

(٥٨) الشكل المرفق يبين مبدأ العمل هنا

والمثلثان المتشابهان هما Δ ا ب ح ، Δ ل م ا

وفيه ا ب = ٣ أصابع

وليس في العمليات الباقية في هذا الباب ما يحوج الى مزيد من الشرح سوى أن الستين التي تظهر في حساباتها هي عرض اللوح بالأصابع ·

(٥٩) في مفاتيح العلوم (الصفحة ٤٠) : « الطسق : الوظيفة توضع على أصناف الزروع لكل جريب » · وليس فيه تفسير للرواج · ولكنه (في الصفحة ٣٧) يفسر الأوارج بأنه دفتر « ينقل اليه ··· ما على انسان انسان ، ويثبت فيه ما يؤديه دفعة بعد أخرى » · وعندما نقل الحساب الهندي الى العربية نقلت معه عملية تقابل ما نسميه بالضرب التصالبي ، وبعض الحساب العرب سموها تاريجاً · فلعل الرواج كالتاريج ، مأخوذة من الأوارج ·

والشرح الذي يعطيه أبو الوفاء واضح على كل حال : فالطسق هو ضريبة الدولة على الغلة ، والأيين هو نصيب المساح مقابل تقديره لمساحة الأرض المزروعة ، والرواج هو نصيب الجهبذ ، أي المحاسب ، لتقديره ما يجب أن يدفع من الغلة كضريبة ·

(٦٠) اذا كانت ا ، ب ، ح ، س أربع كميات متناسبة ، منها س مجهولة ، فواضح أن

$$\text{س} = \frac{\text{ب ح}}{\text{ا}}$$

وينبغي الا يغرب عن بالنا أن أبا الوفاء يجري العمليات الحسابية عقليا بدون أي نظام رمزي يساعد على اجرائها · فهو هنا يجد ثلاث طرق لتقدير س · وهذه الطرق نجدها نحن متقاربة ، ولكنها في الحساب العقلي متفاوتة :

الأولى يسميها طريقة الضرب ، وهي تقتضي أن يضرب ب في ح ويقسم الناتج على ا ·

والثانية يسميها طريقة القسمة ، وهي تقتضي أن يقسم ب (أو ح) على ا ويضرب الناتج في ح (أو ب) ·

والثالثة يسميها طريقة النسبة ، ويشير الى أن أغلب الحساب يفضلونها ، وتقتضي أن يجد نسبة ب (أو ح) على ا ، بالعبارة التقليدية ، ثم يحسب قيمة هذه النسبة من الكمية الثالثة المعطاة ·

وفي كثير من المسائل يكرر أبو الوفاء هذه الطرق الثلاث ·

(٦١) هنا يفسر المبدأ الأساسي لكل العمليات التي في هذا الباب ·

فهنالك ست وحدات تمثل سلمين مختلفين : وحدات الدرهم والدانق وعشيره ، وهي على سلم عشري ستيني ، كالنظام البابلي · فالدانق سدس درهم ، والعشير عشر دانق ، والمبلغ : درهم ودانقان وثلاثة أعشار ، يمكن أن نعبر عنه بالنظام الستيني بالرمز ٢٣ ذ ١ ·

ثم وحدات الجريب والقفيز وعشيره ، وهي على سلم عشري محض ، فالقفيز عشر الجريب ، والعشير جزء من مائة ·

والمسائل الحسابية التالية في هذا الباب تقتضي ضرب هذين النوعين من الوحدات بعضهما في بعض ، باعتبار الدرهم والجريب يمثل كل منهما العدد الصحيح والباقي كسور · وهذه هي نتائج الضرب

الدراهم × الاجربة	=	أعدادا صحيحة ، أجربة عدت أو دراهم ·
الدراهم × الاقفزة	=	أعشار دراهم ، كل عشرة منها درهم ، اذا أردنا تقدير الناتج بالدراهم ، وهي تساوي أقفزة ، كل عشرة منها جريب ، اذا أردنا تقدير الناتج بوحدات المساحة ·
الدراهم × عشران الجريب	=	أجزاء من مائة من الدرهم ، وتساوي عشران جريب ·
الدوانيق × الاجربة	=	دوانيق = أسداس أجربة ·
الدوانيق × الاقفزة	=	أعشار دوانيق = أسداس أقفزة ·
الدوانيق × أعشار الجريب	=	أجزاء من مائة من الدوانيق = أسداس أعشار الجريب ·

عشران الدرهم × الاجربــة = عشران درهم = أجزاء من ستين من الجريب ·

عشران الدرهم × الاقفــزة = أجزاء من ستمائة من الدرهم = أجزاء من ستين من القفيز ·

عشران الدرهم × عشران الجريب = أجزاء من ستة آلاف من الدرهم = أجزاء مــن ستين من عشر الجريب ·

وهذه النتائج كلها تتضح الينا اذا اعتبرنا ما يلي :

الدانق = $\frac{١}{٦}$ الدرهم ، وعشير الدرهم = عشر الدانق = $\frac{١}{٦٠}$ من الدرهم .

القفيز = $\frac{١}{١٠}$ الجريب ، وعشير الجريب = $\frac{١}{١٠}$ القفيز = $\frac{١}{١٠٠}$ من الجريب .

(٦٢) لننظر في حل هذه المسئلة كنموذج لمسائل هذا الباب ·

المطلوب تقدير قيمة ٥٦،٢٨٪ × ١٧،٤٦٪ بوحدات العملة لأن الناتج قيمة الخراج يجري المؤلف العمليات التالية :

	عشير	دانق	درهم	
(١) يضرب ٥٦ (جريب) × ١٧ (درهم) والناتج			**٩٥٢**	
ويضرب ٥٦ (جريب) × ٤ (دانق) والناتج		**٢**	**٣٧**	**(باعتبار الدانق سدس درهم)**
ويضرب ٥٦ (جريب) × $\frac{٢}{٣}$ ٦ (عشير) والناتج	**$\frac{١}{٣}$ ٣**	**١**	**٦**	**(العشير = $\frac{١}{٦٠}$)**
فحاصل ضرب الاجربة وحدها =	**$\frac{١}{٣}$ ٣**	**٣**	**٩٩٥**	

	عشير	دانق	درهم
(٢) يضرب ٢ (قفيز) × ١٧ (درهم) والناتج			**٤ ٢ ٣**
ويضرب ٢ (قفيز) × ٤ (دانق) والناتج		**٨**	
ويضرب ٢ (قفيز) × $\frac{٢}{٣}$ ٦ (عشير) والناتج	**$\frac{١}{٣}$ ١**		
فحاصل ضرب الاقفزة =	**$\frac{١}{٣}$ ٣**	**٣**	**٣**

	عشير	دانق	درهم
(٣) يضرب ٨ (عشير) × ١٧ (درهم) والناتج	**$\frac{٣}{٥}$ ١**	**٢**	**١**
ويضرب ٨ (عشير) × ٤ (دانق) والناتج	**$\frac{١}{٥}$ ٣**		
ويضرب ٨ (عشير) × $\frac{٢}{٣}$ ٦ (عشير) والناتج	**$\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٥}$**		
فحاصل ضرب العشران =	**$\frac{١}{٣}$ ٥**	**٢**	**١**

	عشير
(٤) يضرب $\frac{١}{٣}$ (عشير) في ١٧ (درهم) والناتج	**$\frac{٢}{٥}$ ٣**
ويضرب $\frac{١}{٣}$ (عشير) في ٤ (دانق) والناتج	**$\frac{٢}{١٥}$**
ويضرب $\frac{١}{٣}$ (عشير) في $\frac{٢}{٣}$ ٦ (عشير) والناتج	**$\frac{١}{٤٥}$**
ومجموع هذه =	**$\frac{٥}{٩}$ ٣**

فحاصل الضرب كله = $\frac{٥}{٩}$ ٥ عشير و ٣ دانق و ١٠٠٠ درهم

(٦٣) المطلوب هنا تقدير قيمة ٥٤٥،٥١٪ ÷ ٢١،٣٦ والمؤلف يقدرها بالنظام الستيني أي الدرهم وأجزائه ، وبالنظام العشري ، أي الجريب وأجزائه ·

أما بالنظام الستيني فخارج القسمة = $\frac{١١٣}{٤٣٢}$ ٢٥،١٦

وهو ٢٥ درهما ودانق و ٦ أعشر و $\frac{١+٤+١\ ٨}{٤٣٢}$ من العشير أي ربع ، ونصف سدس تسع ، وسدس ثمن تسع ، عشير

واما بالنظام العشري فخارج القسمة $\frac{١٧}{٨ \times ٩ \cdot ٩}$ ٢٥،٠١٧١

وهذا يعادل ٢٥ جريبا ، وقفيزا وسبعة أعشر وعشر و $\frac{٨+٩}{٨ \times ٩ \times ٩}$ أي ثمن تسع وتسع تسع عشير

(٦٤) المسئلة هنا هي التالية : على رجل أن يدفع ١٧٪ درهم عن كل جريب طسقا ،

أي ضريبة للدولة و $\frac{٢}{٣}$ درهم عن كل جريب أيبنا ، أي أجرة للمساح ، و $٢\frac{٢}{٥}$ درهم عن كل مائة درهم من قيمة الطسق للجهبذ ، فبلغ مجموع ما دفعه ١٩٤٠ درهما . والمطلوب أن نعرف كم منها دفع للجهبذ وكم دفع للمساح وكم بقي للدولة . والمؤلف يعطي اربعة حلول ، ويقول أن الاولين منها هما اللذان يعملهما الحساب ولكن فيهما خطأ ، وهو من ثم يقترح حلين آخرين يراهما أصح :

الحل الاول : يعطي $٢\frac{٢}{٥}$: $١٠٢\frac{٢}{٥}$ من المبلغ المدفوع للجهبذ وهو حق الكفاية (او الرواج) . وهذا يعطي الجهبذ اكثر من حقه ، على حساب المساح ، لأن الجهبذ يلزم أن يأخذ $٢\frac{٢}{٥}$: $١٠٢\frac{٢}{٥}$ من المبلغ بعد أن يخصم منه الأيين .

الحل الثاني يخصم $\frac{٢}{٣}$: ١٨ من المبلغ للأيين ثم يعين قيمة الرواج من الباقي . وهذا يعطي المساح أكثر من حقه ، على حساب الجهبذ .

أما الحلان اللذان يقترحهما أبو الوفاء فيعطيان المساح ما يعطيه الحل الثاني ، والجهبذ ما يعطيه الحل الاول . وهذا كله على حساب الدولة . فوجه الصحة فيه اجتماعي لا رياضي .

وغني عن البيان أن الحل الأصح يجب أن يوزع فيه المبلغ المدفوع بالنسبة

$$١٧\frac{١}{٣} : \frac{٢}{٣} : ١٢\frac{٢}{٥} ٪ \text{ من } ١٧\frac{١}{٣}$$

(٦٥) هذه المسئلة تؤدي الى معادلة تربيعية . فاذا كان رواج المائة س ، كان رواج الرواج $\frac{س^٢}{١٠٠}$ ، وكان س + $\frac{س^٢}{١٠٠} = ٥\frac{١}{٤}$

والحل المقترح يفضي الى حل هذه المعادلة بطريقة اكمال التربيع .

(٦٦) لم يخصص أبو الوفاء من كتابه فصلا يبين لنا فيه كي يقرب الجذر التربيعي . وهو هنا يحسب جذر ٣٠٠٠ والنتيجة التي يعطيها تطابق ما نحصل عليه بطريقتنا لو حسبنا الجذر الى منزلتين عشريتين واهملنا الباقي فان $\sqrt{٣٠٠٠} = ٥٤٫٧٧$ بالتقريب = $٦\frac{١}{٥}$ عشير ٤ دانق ٥٤ درهم .

(٦٧) تتضح لنا صحة هذه التحويلات اذا تذكرنا قيمة كل كر بالأقفزة :

فالكر المعدل ٦٠ قفيزا ، والكامل ٣٠ ، والفالج ٢٤ ، والهاشمي ٢٠ ، والسليماني ١٦ .

(٦٨) تتضح هذه التحويلات اذا تذكرنا قيمة كل كر بالأجربة العضدية :

المعدل = ٢٤ جريبا ، الكامل = ١٢ ، الفالج = $٩\frac{٣}{٥}$ ، الهاشمي = ٨ ، السليماني = $٦\frac{٢}{٥}$

(٦٩) نسبة سعر السمسم : الحنطة : الشعير : الجهجندم

هي ٨ : ٤ : ٣ : ٣

ونسبة الكر المعدل : الكامل : الفالج : الهاشمي : السليماني

هي ٦٠ : ٣٠ : ٢٤ : ٢٠ : ١٦

فاذا ذكرنا هاتين المجموعتين من النسب يسهل تحقيق ما يقوله المؤلف في هذا الباب والابواب التي تليه .

(٧٠) المعطيات في هذا المثال أكثر مما يلزم فما دمنا قد عرفنا أن أصل البيدر يوزع بنسبة ١٦ : ١٨ : ٢٦ فقد كان يكفي أن نعرف أحد الأنصبة كي نحسب النصيبين الباقيين . اما جمع النصيبين لايجاد الثالث فلا نجد له ما يبرره الا اذا كان أحدث في تقدير كل منهما شيء من التقريب .

(٧١) هذه المسئلة تؤدي الى المعادلتين الآتيتين س + ص = ١٠٠ ، $\frac{١}{٥}$ س + $\frac{١}{٣}$ ص = ٣٠

وأبو الوفاء يحل المسئلة على مبدأ حسابي معروف ولا يلجأ هنا الى الجبر . فهو يفترض أن البيدرين من النوع الأول ، أي يؤديان ١٢ قفيزا عن كل كر . وهذا يقتضي أن يكون محصولهما ١٥٠ كرا ، بزيادة ٥٠ كرا عن المفروض . وهذه الزيادة نشأت من البيدر الثاني . فهو من ثم يحسب كم كان محصول كل بيدر .

ثم هو يفرض أن البيدرين من النوع الثاني ، ويمضي في ذلك حتى يحصل على الجواب نفسه .

(٧٢) الدانق = $\frac{١}{٦}$ والقيراط = $\frac{١}{٢٠}$ ، ∴ ١٫٦٢ دانق = ٥٫٤ قيراط

= ١٫٢ حبة و ٥ قيراط

(٧٣) **نصفها يعني نصف الدراهم** . والحل يجري على اعتبار أن الدنانير تصرف بدراهم من سعرين معينين ، على أن يكون عدد الدراهم من السعر الاول مساويا لعددها من السعر الثاني . وعدا هذا فهذا النوع من المسائل بسيط يؤدي الى معادلة بمجهول واحد .

(٧٤) أي سبعة عشر درهما بدينار واحد . وهذه المسائل أيضا تؤدي الى معادلة بمجهول واحد .

(٧٥) هذه المسئلة تؤدي الى معادلة واحدة بمجهولين . فهي اذن من نوع المعادلات السيالة ، والمؤلف يحلها على اعتبار أن دراهم الصحاح تساوي دراهم السهولة .

(٧٦) من الابواب التي ضاعت علينا مع هذه الأوراق المفقودة الباب الذي يسميه المؤلف سير البرد . والكرجي لا يذكر عن ذلك شيئا الا أن الشهرزوري ينهي شرحه لباب المعاملات في كتاب الكرجي بمسئلتين عن البريد :

المسئلة الأولى : بريدان امرت احدهما أن يسير في كل يوم ستة فراسخ ، فسار عشرة

أيام ، ثم أرسلت الآخر (وراءه) وأمرته أن يسير في كل يوم ثمانية فراسخ ، على كم فرسخ التقيا ، وفي كم يوم يلتقيان .

والمسئلة الثانية : بريدان أمرت أحدهما أن يسير في كل يوم خمسة فراسخ ، فسار عشرة أيام ، ثم أمرت الآخر ان يسير في كل يوم سبعة فراسخ ، فالتقيا على مائة وخمسين فرسخا . في كم يوم التقيا .

فمسائل البريد اذن ، اذا كانت كلها من هذا النوع ، فهي من نوع المسائل البسيطة عن السرعة والمطاردة .

(٧٧) هذا النوع من المسائل يؤدي الى معادلة سيالة ، او معادلتين بثلاثة مجاهيل . الا ان المؤلف يحل المسئلة باعتبار أن اثنين من هذه المجاهيل الثلاثة متساويان .

(٨٧) هذه المسئلة تؤدي الى المعادلة $\frac{٤}{٧}$ ص = $\frac{٣}{٥}$ س والمؤلف يعطي أقل عددين صحيحين يحققان المعادلة .

والتي تليها تؤدي الى المعادلة $\frac{١}{٧}$ ص = $\frac{١}{٥}$ س والمؤلف يحلها بنفس الاعتبار .

ويبدو ان المؤلف يدرك ان هنالك اجوبة اخرى بدليل أنه يعطي الجواب في كل حالة على اعتبار أن ثمن الثوب ١٠ دراهم .

(٧٩) **اضافات في كتاب الكافي للكرجي**

كتاب الكافي للكرجي يحوي ما يحويه كتاب ابي الوفاء ولكن بايجاز شديد ، الا انه مع ذلك يتعرض لامور لا يتعرض اليها أبو الوفاء . ومن هذه الأمور ، ما يسميه وزن الأرض ، وهذا بحث رأينا أن ننقله هنا كاملا لطرافته :

« اذا أردت أن تزن أرضا ، لانشاء نهر او قناة ، ووزنها ان تعرف صعود مكان على مكان ، او نزول مكان عن مكان ، فمعرفة ذلك بعدة موازين :

منها ما يشبه عمود الميزان ، مقلوبا . وعمله أن تأخذ خشبة صلبة من أبنوس ، او غيره ، طولها مقدار خمس قبضات ، وعرضها نحو اصبعين ، وسمكها نحو أصبع واحدة ؛ وتسويها غاية التسوية ، وتثقب في طولها ثقبة موازنة لطولها ، ثم تركب في وسطها عمودا من حديد ، مع منجم ، كما للموازين ، وتثقل ذؤابة المنجم بقليل آنك .

ومنها الصفيحة الشبيهة المثلثة التي يـــكون في موضع العمود منهـــا خيط معلق دقيق ، في طرفه أنك تثقله ، ويكون في طرفي القاعدة منها عروتان كعروتي عضادة الاصطرلاب ، حتى يدخلها الخيط .

ومنها الانبوبة المعروفة فيما بين أهل هذه الصناعة .

فاذا أردت الوزن بأيها شئت ، عمدت الى خيط طوله اربعة عشر ذراعا ، وجعلت الذي يشبه عمود الميزان في وسط الخيط ، حتى يكون أحد نصفي الخيط من هذا الجانب . ثم تعمل خشبتين بمقدار واحد ، طول كل واحدة نحو خمسة أشبار ، مقومتين غاية التقويم . ويأخذ كل واحدة منها رجل ، مع أحد رأسي الخيط ، ويقف أحدهما عند الموضع الذي تريد أن تعرف ارتفاعه ونزوله ، والآخر يبعد عنه بمقدار قد الخيط نحو المكان الآخر ؛

وتضع خشبة على الأرض ، وتضع رأس الخيط عليها ، كما عمل صاحب الخشبة الأخرى . وتحتاج الى رجل ثالث ينظر في الميزان ويتأمل لسانه فان وجد مع المنجم ، فالموضعان متساويتان . وان وجد اللسان قد طلع من المنجم ، فان الناحية التي قد طلع اللسان منها ، أعلى . ثم يؤمر صاحب المكان الأعلى يحط الخيط من رأس خشبته ، قليلا قليلا ، الى أن يصير لسان الميزان مع المنجم ، لا يطلع منه . فاذا صار كذلك ، فان مقدار ما نزل عليه الخيط ، هو صعود أحد المكانين على الآخر ؛ ثم مر الرجل المتقدم لا يفارق مكانه ، ثم مر الآخر أن يتقدم في الجهة الموزونة مقدار بعد الخيط . وباقي العمل على ما تقدم ذكره في الوزن .

ولكن قد يتفق أن يجيئك في وزنك صعود وانحدار : فيجب أن يحفظ كل واحد منها منفردا ، الى آخر العمل ، ثم تلقي القليل من الكثير . وما يبقى يكون صعود أحد المكانين على الآخر ، وانحداره عنه .

وأما الوزن بالميزانين الآخرين فهو كما تقدم ذكره ، الا أن الذي يعرف هناك بلسان الميزان يعرف هنا بالخيط المعلق ، وبالماء الذي يصب في الأنبوبة بقطنة مبلولة تعصر فيها» .

الكرجي والسلم الستيني

مما نجده في كتاب الكافي للكرجي ولا نجد مثله عند أبي الوفاء طرق الضرب والقسمة في السلم الستيني ، أي في المقادير مقدرة بالدرجات واجزائها من دقائق وثواني الخ .

أما الضرب فبعد أن يضع الكرجي قاعدة تقابل $٦٠^{م} \times ٦٠^{ن} = ٦٠^{م+ن}$ يقدم طريقتين للضرب :

احداهما بضرب كل عنصر من عناصر المضروب في كل عنصر من عناصر المضروب فيه ، وتعين مرتبة حاصل الضرب حسب هذه القاعدة . والثانية بالتجنيس ، وهي تحويل المضروب والمضروب فيه كلا الى أدنى مراتبه ، ثم ضرب الناتجين وبعد ذلك يحول حاصل الضرب الى درجات وأجزائها .

وأما القسمة فيقرر الكرجي بشأنها ما يقابل القاعدة $٦٠^{م} \div ٦٠^{ن} = ٦٠^{م-ن}$ ثم يعطي للقسمة طريقة التجنيس وسنرى أن كتب حساب التخت العربية تفيض في بحث العمليات الحسابية بالسلم الستيني .

(٨٠) يعني بذلك تكوين معادلة .

(٨١) سيتبين أن « الجبر » يشمل ازالة الحدود السالبة من طرفي المعادلة كما يشمل ازالة الكسور .

أما المقابلة فتعني حذف الحدود المشتركة بين الطرفين حتى تصير المعادلة بابسط شكل .

ففي المعادلة $\frac{١}{٢}$ س − ٣ = $\frac{١}{٥}$ س

اضافة ٣ لكل من الطرفين جبر . وهذا يؤدي الى ½ س = $\frac{١}{٥}$ س + ٣ .

ثم ضرب الطرفين في ١٠ لازالة الكسر جبر . وهذا يؤدي الى ٥ س = ٢ س + ٣٠ .

أما المقابلة فتاتي الآن ومنها نستنتج أن ٣ س = ٣٠ ·

(٨٢) فكرة الكميات السالبة واضحة للحساب العرب ،الا أن وضوحها لم يصل الى حد قبول الجذر السالب للمعادلة التربيعية كما سنرى · لاحظ أنه يتكلم عن « الا شيء » ككمية محدودة ولنتذكر أن ابا الوفاء تكلم عن الكمية السالبة وسماها دينا (انظر (٣١) الرقم ٥) ·

(٨٣) ليس هذا شرطا في التشابه المطلق حيث نجد أن ا ب ، ا حـ يعدان متشابهين أو مشتركين سواء كان ب ، حـ مجذورين ، أي مربعين كاملين ، أو لم يكونا ·

(٨٤) هذه هي طريقة الكرجي في التعبير عن القاعدة $\sqrt{\text{ا}} - \sqrt{\text{ب}} =$

$$\sqrt{\text{ا} + \text{ب} - ٢\sqrt{\text{اب}}}$$

(٨٥) في كتاب الفخري يعطي الكرجي بالاضافة الى قاعدة مجموع المتوالية العددية قاعدة المجموع المتوالية $\text{ن}^{٢}$ وقاعدة اخرى لمجموع المتوالية $\text{ن}^{٣}$ مع برهان هندسي على أن

$$\sum \text{ن}^{٣} = \left[\sum \text{ن}\right]^{٢}$$

(٨٦) أدى الأمر بالشهرزوري الى الخوض في ما يسمى بمعادلات ديوفانتس وهذه معادلات عالجها الكرجي في كتابه الفخري · ولكن طريقة الشهرزوري لا تنم عن فهم اكيد لما يعمل ·

(٨٧) يؤول هذا الى القواعد

$$\text{ا}^{٢} + ٢\text{اب} + \text{ب}^{٢} = (\text{ا} + \text{ب})^{٢}$$

$$\text{س}^{٢} + \text{اس} + \frac{\text{ا}^{٢}}{٤} = \left(\text{س} + \frac{\text{ا}}{٢}\right)^{٢}$$

$$\text{س}^{٢} - \text{اس} + \frac{\text{ا}^{٢}}{٤} = \left(\text{س} - \frac{\text{ا}}{٢}\right)^{٢}$$

$$\left(\frac{\text{ا} + \text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{ا} - \text{ب}}{٢}\right)^{٢} = \text{اب}$$

$$\text{ا}^{٢} - \text{ب}^{٢} = (\text{ا} - \text{ب})(\text{ا} + \text{ب})$$

(٨٨) هنا يحل المعادلة $\text{اس}^{٢} + \text{ب س} = \text{حـ}$

ويعطي قيمة س = $\sqrt{\frac{\text{حـ}}{\text{ا}} + \left(\frac{\text{ب}}{٢\text{ا}}\right)^{٢}} - \frac{\text{ب}}{٢\text{ا}}$

(٨٩) هنا يحل المعادلة $\text{اس}^{٢} + \text{حـ} = \text{ب س}$

والحل : س = $\frac{\text{ب}}{٢\text{ا}} \pm \sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{٢\text{ا}}\right)^{٢} \quad \frac{\text{حـ}}{\text{ا}}}$ الجذور الموجبة فقط ·

(٩٠) هنا يحل المعادلة $\text{اس}^{٢} = \text{ب س} + \text{حـ}$

والحل : س = $\sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{٢\text{ا}}\right)^{٢} + \frac{\text{حـ}}{\text{ا}}} + \frac{\text{ب}}{٢\text{ا}}$

(٩١) في كتاب الفخري يعطي الكرجي حلا للمعادلة $\text{اس}^{٢\text{ن}} + \text{ب س}^{\text{ن}} = \text{حـ}$

(٩٢) طريقة البدء من آخر خطوات المسئلة والسير القهقري حتى نقطة الابتداء ، سنقابلها في كتب حساب التخت · وان عدم ورودها في كتاب أبي الوفاء والكرجي وورودها في شرح الشهرزوري ليبعث على الظن بانها جاءت الى العالم الاسلامي مع الحساب الهندي ، وسنجد آثارا هندية أخرى في طرق الشهرزوري · انظر (٤٩) ·

(٩٣) لكي نفهم هذه الطريقة لنفرض أن الأول معه س والثاني معه ص وانه اذا أعطى الاول $\frac{١}{\text{م}}$ مما معه وأعطى الثاني $\frac{١}{\text{ن}}$ مما معه تساويا ، فيكون

$$\frac{\text{م} - ١}{\text{م}}\text{س} + \frac{١}{\text{ن}}\text{ص} = \frac{\text{ن} - ١}{\text{ن}}\text{ص} + \frac{١}{\text{م}}\text{س}$$

$$\leftarrow \quad (\text{م} - ٢)\,\text{ن س} = (\text{ن} - ٢)\,\text{م ص}$$

وهذا يفسر اتخاذ (ن − ٢) م كقيمة لأحد المجهولين واتخاذ (م − ٢) ن قيمة للمجهول الآخر · فما أصل طريقة الباب هذه · انها ، كطريقة المنكوس ، تتجلى لنا في أقوال كتاب من الدرجة الثانية كالشهرزوري ، ولا نجدها في كتابات كبار الرياضيين · وحيثما تقابل يغلب عليها طابع واحد : هو ايراد خطوات عمل محدودة بطريقة مقننة وبدون تبرير أو شرح · وفي ظني ان الطريقة باسمها وروحها غير عربية وقد لا نعدو الصواب اذا رجحنا انها هندية ·

والمسئلة كما يقول الكرجي ، سيالة · وموضوع المسائل السيالة اهتم به الهنود ونقلوا اهتمامهم للعرب · وكتاب طرائف الحساب ، لأبي كامل شجاع بن اسلم المصري يحوي مجموعة من المسائل تؤدي الى معادلات سيالة · والمسائل هندية ، اما طريقة الحل فعربية · (انظر مجلة معهد المخطوطات العربية ، المجلد التاسع ١٩٦٣/الصفحة ٣١٩/٢٠) في حين اننا نقابل هنا مسئلة عربية تحل بطريقة الباب الهندية·

(٩٣) حتى يستقيم المعنى هنا حسابيا يجب ان نعتبر أنه كلما أخذ السلطان كرا ، أخذ الكيال والأمين أربعة أقفزة فيكون قسطهما من الغلة ٤ : ٦٤ ، وهو نصف الثمن ، وقسط السلطان $\left(\frac{١}{٤} + \frac{١}{٦} = \frac{٥}{١٢}\right)$ من الباقي وهذا الذي يأخذه الكيال والأمين يضاف ثلثه الى نصيب السلطان ·

فاذا اعتبرنا الغلة س ، كان نصيب الكيال والأمين $\frac{\text{س}}{\text{١٦}}$ ، منها الثلث أي $\frac{\text{س}}{\text{٤٨}}$ للسلطان ·

وكان نصيب السلطان بحق المقاسمة $\frac{\text{٥}}{\text{١٢}} \cdot \frac{\text{١٥}}{\text{١٦}}\text{س} = \frac{\text{٢٥}}{\text{٦٤}}\text{س}$

فما يصيبه السلطان = $\left(\frac{\text{٢٥}}{\text{٦٤}} + \frac{\text{١}}{\text{٤٨}}\right)\text{س} \equiv \text{٣ أكرار}$

$$\therefore \text{س} = \text{٧}\frac{\text{٢٣}}{\text{٧٩}}$$

وطريقة الشهرزوري في تحقيق صحة الجواب تستحق الاعتبار :

فهو يحصل على قيمة س بالشكل $\frac{\text{٤٨}}{\text{٦}\ \frac{\text{١}}{\text{٤}}\ \frac{\text{١}}{\text{٣}}}$ وهذا يساوي $\frac{\text{٤٨} - \text{١٢} = \text{٥٧٦}}{\text{٧٩}}$

فيأخذ بمعالجة البسط باعتباره ٥٧٦ وحدة (أي جزءا من ٧٩) ·

فيخصم من هذا البسط حق الكيال والأمين ، وحق المقاسمة ، ويحسب من ذلك جميع نصيب السلطان فيجده ٢٣٧ من هذه الوحدات أي $\frac{\text{٢٣٧}}{\text{٧٩}} = \text{٣}$

ولا شك أن أبعاد المخرج وهو ٧٩ ، من عملية التحقيق ، الى النهاية ، يجعل العملية أبسط ·

(٩٤) الارتفاع هنا بمعنى مجموع المحصول ، انظر (١٣) ·

(٩٥) ذكر أبو الوفاء في عرضه المفصل لحساب اليد في كتابه انه تجنب ذكر البراهين على القواعد التي ذكرها ، طلبا للايجاز ؛ أما الكرجي فقد لجأ الى الايجاز حتى في قواعده نفسها وفي طرق الحل · الا اننا ، رغم ايجازه ، نستطيع أن ندرك المبررات أو الأسباب لخطوات الحل التي يقترحها في كل عملية أو مسئلة مضت · أما هنا فنجده يسرد خطوات ميكانيكية للحل يصعب أن ندرك سببها · فقد لا نعدو الصواب اذا قلنا أن الكرجي هنا ينقل طريقة دخيلة على الحساب العربي · واذا ذهب بنا الأمر الى الظن بأنها طريقة هندية فلسببين : أولهما اننا لمسنا أثرا هنديا عند الكرجي ، والثاني علمنا بأن الهنود درجوا على اعطاء قواعد الحل بمثل هذه الخطوات الغامضة وبدون اشارات واضحة الى أسبابها · والحل الثاني يتضمن تبريرا لهذه الخطوات ·

اذا كان نصيب السلطان على التوالي م ، ل ، ن قفيزا من كل كر ، وتجمع له من كر واحد مبلغ ك أقفزة · فلنفرض أن الكر يحوي س قفيزا من النوع الأول ، ص من الثاني فهو يحوي ٦٠ − (س + ص) قفيزا من الثالث ·

ويكون $\frac{\text{م}}{\text{٦٠}}\text{س} + \frac{\text{ل}}{\text{٦٠}}\text{ص} + \frac{\text{ن}}{\text{٦٠}}\left(\text{٦٠} - (\text{س} + \text{ص})\right) = \text{ك}$

$$\leftarrow \frac{\text{م} - \text{ن}}{\text{٦٠}}\text{س} + \frac{\text{ل} - \text{ن}}{\text{٦٠}}\text{ص} = \text{ك} - \text{ن}$$

وغني عن البيان أن المسئلة سيالة ·

(٩٦) يبدو أن « يأخذ الخط من النقد » تعبير تجاري معناه « ما يحذف من الدين أو ما يسقط من الحساب » ، وهو تعبير لم نجده في غير هذا الموضع ·

(٩٧) يسهل اثبات صحة القاعدة التي تعطيها طريقة الباب هذه · وهي تحوي ما نلاحظه في طريقة الباب عامة من أنها تعطي قواعد مجردة للحصول على نتائج معينة ، دون اساس رياضي واضح منطقيا ·

(٩٨) يورد البيروني هذه المسئلة في رسالته استخراج الأثار في الدائرة (الصفحة ٨٢ من طبعة حيدر اباد الدكن) باسم مسئلة الطائرين والسمكة ، ويقول انها متداولة في كتب الجبر والمقابلة · ومن الطريف أن نذكر أن براهما جبتا يذكرها وانها وجدت في كتاب صيني أقدم من عهد براهما جبتا بقرون ·

كلمة ختام

ترى هل استمتعنا بهذا النظام الحسابي الذي عرضه علينا أبو الوفاء البوزجاني وأبو بكر محمد بن الحسن الكرجي ؟ لا شك أن في هذا النظام ما نستنكره وفيه ما تانس به وتانس له :

ففي حساب اليد كل ما في نظامنا الحسابي الحالي من مبادىء رياضية تسري على العمليات الحسابية والجبرية من جمع وطرح وضرب وقسمة وتربيع وتجذير ، حتى فكرة الكميات السالبة تتبدى فيه من وراء غشاء رقيق .

شيئان وجدناه قصر دونهما ، ففي حـــل المعادلة التربيعية ، لم يعترف بالجواب عندما يكون صفرا أو سالبا . وفي ايجاد حجم الكرة ، وجدنا أبا الوفاء يعطي القاعدة الصحيحة ويعزوها الى ارشميدس بدون تعليق ، ووجدنا الكرجي يستعمل قاعدة خاطئة ويحاول التحقق منها بتجربة عملية .

ولقد وجدنا في هذا النظام احتمالات التطور والاتساع . ألم نجد فيه مبادىء البحث في علم المثلثات ، ممثلة في جداول الجيوب ؟ صحيح أننا لم نجد فيه ذكرا واضحا لطريقة في الجذر التكعيبي ، ولكنا نعلم أن لأبي الوفاء كتابا لم يصل الينا يبحث في ضلع المكعب ولعله يبحث أيضا في الجذر الرابع .

كل هذه أمور تجعلنا نانس بهذا النظام باعتباره أحد العناصر التي تخلق منها النظام الحسابي القائم . ألم يتسع حساب اليد لمعالجة أعقد المسائل الكسرية ؟ ألم يمكن الحاسب من حل مسائل المعاملات والهجوم ؟ ألم يتجاوز المسائل العملية الى المسائل ذات اللذة الرياضية البحتة ؟

ولكن فيه أيضا ما ننكره ونستنكره .

فهو أولا ككل نظام قديم كان في خدمـــة أوضاع اجتماعية غير الأوضاع السائدة اليوم وفي رفقة أنظمة في القياس غير الانظمة المستعملة اليوم . وهذا أمر ينطبق على كل نظام قديم . ولكن حساب اليد يبدو غريبا عنا لامر آخر ، ذلك انه في طابعه عقلي غير مكتوب . اننا تقابل المسئلة ونقرأ الحل ، فنعرف أنه يتضمن عملية ضرب أو قسمة أو غير ذلك ، ثم نتلقى نتيجة هذه العملية . ولكن اين العملية ذاتها بتفاصلها ودقائق خطواتها ؟ اننا اذ نبحث عنها كمن يقرأ في صفحة بيضاء . لقد بينا للقارىء كيف كان الحاسب يعقد يديه عقودا تدلـــه على الاعداد المختلفة . وقـــد نستطيع أن نتخيل حاسبا شغل يديه بهذه العقود ، وشغل ذهنه بالعمليات ، ثم اذا هو فرغ مما عمل ، بسط اصابعه ليسجل نتيجة على الورقة ، أو فك عقدة من لسانه ليفصح عن هذه النتيجة . أما العقود فعلى يديه ، واما العمليات فيجري بها ذهنه ، فاذا هو أخطأ الجواب فلا أحد يعلم أين بالضبط وقع الخطأ . وانا لنتخيل حاله اذا طرحنا عليه السلام أو هاجمت أنفه ذبابة قبل أن يصل الى الجواب .

ان حساب اليد حساب عقلي غير مكتوب ، نقصه الاكبر أنه يفتقر الى نظام رمزي للدلالة على الاعداد ، ولقد جاء الحساب الهندي بهذا النظام الرمزي ولذلك كان أعلى في مدارج الرقي . وهذا ما سنراه في المرحلة القادمة من دراستنا .

الا أننـــا اذ نخلف حساب اليـــد وراءنـــا الى حـــين ، علينا أن نذكر أنـــه كان في حد ذاته ورغم ما يعتوره من نقص ، نظاما متكاملا . ومن شواهد هذا التكامل أن الالفاظ فيه تدل على الاعداد ، وهي أيضا تدل على الرموز الجبرية . الشيء والمال والكعب ... الخ . تقوم فيه مقام س ، س٢ ، س٣ ، ... الخ في نظامنا الحالي ، والدرهم والدانق والحبة ... الخ تقوم مقام الكسور بقدر ما تخدم أغراضها كوحدات قيـــاس .

ومن شواهد هذا التكامل أيضا أنه ، من أجل كونه عقليا ، الح على التعبير عن الكسور بطريقة تسهل العمليات العقلية . ان نصف سدس في الحساب العقلي أكثر طواعية من $\frac{١}{١٢}$ وكذلك ثلث وربع أصلح من $\frac{٧}{١٢}$ وليأخذ القارىء مسئلة من المسائل المحلولة في الصفحات الماضية وليجرب حلها عقليا فسيجد أن طرق حساب اليد أكثر ملاءمة للحل العقلي ، في أحيان كثيرة ، من الطرق التي درجنا عليها بالورقة والقلم .

ثم ينبغي الا يفوتنا أن نلاحظ أن هذا النظام كان نظاما مفتوحا غير مغلق . كان يدين للنظام البابلي ، استوعب منه ما استوعب ، ونما من جذور تاريخية عميقة ، ولكنه لم يتنكر للنظام الهندي الطارىء عليه - وقد شاهدنا فيه من الفكر الهندي آثارا لا تخطئها العين . فاذا كان قد عاش طويلا الى جانب نظام نراه أحسن ، اذا كان قـــد بقي حتى أواخر العصور الوسطى يحظى باتباع ، فلم يكن ذلك عنادا أو مكابرة ، وانما سببه أنه قد توغل في مجالي الحياة العملية والفكرية فلم يكن سهلا أن يجتث اجتثاثا أو يستبدل ، ولكن لا بد من تحول بطيء . وهذا ما سنراه في المراحل القادمة من دراستنا هذه .

ونحن الذين نعيش في عصر يشهد مثل هذا التحول في مجرى الفكر الرياضي وتشهد فيه ما يجابهنا من صعوبات عملية واجتماعية في تنكب المجرى التقليدي القديم ، في عصر الطاقة الذرية وعصر الفضاء ، حرى بنا أن نقدر صعوبات التحول من حساب اليد الى الحساب الهندي في العصور الوسطى ، يوم لم تكن الطباعة متوفرة ، وكان العلم قاصرا على قلة من القادرين عليه .

فهارس عـامة

(١) وحدات القياس الواردة في هذا الكتاب

ا ـ وحدات العملة :

الدرهم = ٦ دانق (فضة) ·
= ٤٨ حبة = ٦٠ عشير = ٩٦ فلس (في العراق والاهواز وفارس) ·
= ١٢ قيراط (في بغداد) ·
= ٢٤ طسوج = ٣٦ حبة (في خراسان والشام) ·
= ٤٨ حبة = ١٩٢ تومنة (فيخوزستان) ·
= ٣٦ أو ٤٨ أو ٦٠ فلس (في ما وراء النهر) ·

فاذا استعير لفظ الدانق للتعبير عن الكسر دل على $\frac{١}{٦}$ ، وكذلك تدل الحبة على $\frac{١}{٤٨}$ ... الخ ·

الدينار = ٦ دانق (ذهب) ·
= ٢٠ قيراط = ٦٠ حبة = ٦٠ عشيرا (في سواد العراق) ·
= ٢٤ قيراط = ٧٢ حبة (في البصرة والاهواز وفارس) ·

ب ـ وحدات الطول :

الأشل = ١٠ باب ، والأشل حبل أو سلسلة طولها ٦٠ ذراعا ·
الباب = ٦ ذراع ، والباب يسمى أيضا القصبة ·
الذراع = ٦ قبضة مساحة (= ٨ قبضة يد) ·
القبضة = ٤ اصبع ·

وهذه المقاييس حسب ذراع المساحة ، ويسمى أيضا الذراع الهاشمي أو ذراع الملك·

على أن هنالك ذراع السوداء ، أو ذراع الحديد ويساوي $\frac{٨٩}{٧٢}$ من ذراع المساحة ·

وفي فارس وخراسان ذراع يسمى المابهرامي ويساوي $\frac{٣}{٢}$ ذراع السودا ويقسم الى ٦٠ فلسا ·

ج ـ وحدات المساحة :

الجريب = أشل × أشل = ٣٦٠٠ ذراع مكسرة (أي مربعة) ·
= ١٠ قفيز = ١٠٠ عشير ·

وفي فارس وخراسان : الجريب = ١٠ قفيز = ٦٠ كف = ٦٠٠ عشير ·

د ـ وحدات الحجم :

الأزلة = ١٠٠ ذراع مكعبة · وبصدد الحجوم كان يستعمل ذراع خاص يسمى ذراع الميزان ويساوي ½ ٦٤ اصبع (بمقياس ذراع السودا) · وهو يقسم الى ١٢ قبضة ٤ اصبع ·

والأزلة = ١٠٠ كر كل كر ٦٠ قفيزا ·

هـ ـ وحدات الكيل والوزن :

الكـر = ٦٠ قفيز ·
القفيز = ١٠ عشير = ٨ مكوك ·
المكوك = ٣ كيلجة ·
الكيلجة = ٤ ربع ·
الربع = ٢ ثمن ·

ولكن الكر كان أنواعا منها :

١ ـ الكر المعدل ويساوي ٧٢٠٠ رطل ·

٢ ـ الكر الكامل وهو نصف المعدل وقد يسمى الجريب أو المفتوح ··

٣ ـ الكر الفالج وهو $\frac{٢}{٥}$ المعدل ، ويسمى المرسل والابذجي ، ويقسم حيث يستعمل الى ١٠ جريب والى ٣٠ طسق ·

٤ ـ الكر الهاشمي وهو ½ المعدل ويقسم الى ١٢ جريب ، كل جريب ١٠ مختوم ، كل مختوم ٢ قفيز ·

٥ ـ الكر السليماني ويساوي $\frac{٤}{١٥}$ من المعدل أي ١٩٢٠ رطلا ·

٦ ـ الكر الدينوري ويساوي $\frac{١}{١٢}$ من المعدل ·

٧ ـ القنفل وهو كر يستعمل في البصرة ويساوي ١٢٠ قفيزا بالمعدل ·

٨ ـ الكر اليزيدي ويعادل ٧٥ قفيزا بالمعدل ·

ومن وحدات أيضا ما يلي :

القب = ٥ عشير = ٤ مكوك وهو يعادل ٦٠ رطل حنطة متوسطة النوع ·

الكيلجة وتعادل ٥ أرطال ·

الجريب العضدي ويعادل $\frac{١}{٢٤}$ من الكر المعدل ، وهو يقسم الى ١٠ قفيز ، كل قفيز ٦ كف ، كل كف ١٠ عشير ·

ومنها الصاع ويساوي كيلجة بالمعدل ، والمد وهو ربع صاع

ومنها : الاردب = ٦ ويبة	ومنها : القفيز = ٤ ويبة
الويبة = ٤ ربع	الويبة = ٢ مكوك
الربع = ٤ قدح	المكوك = ٣ كيلجة

(٢) المصطلحات الواردة في هذا الكتاب

الثبت التالي يضم المصطلحات التي لا تستعمل اليوم أو التي كانت تحمل معاني تغاير قليلا أو كثيرا المعاني التي نعرفها اليوم ·

الابطن : أحد نوعي الشكل الهلالي ، والنوع الاخر هو الاخمص · والشكل الهلالي شكل هندسي يتركب من قوسي دائرتين · انظر الشكلين في الصفحة ٣٦١ ·

الأخمص : انظر الشكلين في الصفحة ٢٦٠ ·

الازلة : وحدة حجم وهي تساوي مائة ذراع مكعبة ·

الاستعمال : طلب عمل شيء ، كأن تطلب من البناء بناء بيت ·

الاسطوانة : مجسم من المجسمات الهندسية ـ وهي تعني اليوم المجسم الذي مقطعه العرضي دائرة · وأبو الوفاء يستعملها أيضا للدلالة على متوازي المستطيلات الذي مقطعه العرضي مستطيل أو مربع ·

الأشل : وحدة من وحدات الطول وتساوي ٦٠ ذراعا ·

الاصبع : وحدة من وحدات الطـــول وتساوي $\frac{1}{24}$ من الاذرع التـي تستعمـل في تقدير المساحة ·

الاصم : المقدار الذي اذا أجريت عليه عملية من العمليات الحسابية ، لم يمكن اعطاء النتيجة الا بالتقريب ، يسمى أصم بالنسبة الى هذه العملية الحسابية ، لم يمكن اعطاء الجذر التربيعي لان $\sqrt{2}$ لايعرف الا بالتقريب ، والكسر $\frac{1}{11}$ أصم اذ لا يمكن تحويله الى كسور عربية الا بالتقريب والكسر $\frac{1}{7}$ اصم بالنسبة الى تحويله الى كسر من الستين ·

الأكار : الشخص الذي يستخدم بالكراء وأبو الوفاء يستعمل للكراء لفظة غريبة هي أكروة ·

الايين : عند تقدير الغلة ، من أجل دفع ضريبة الدولة ، يستخدم ماسح لمسح الارض التي تعطي هذه الغلة · ويأخذ مقابل ذلك نصيبا منها ونصيبه هذا يسمى الايين · فالأيين هو نصيب الماسح من جراء مساحته ·

الباب : وحدة طول وتسمى القصبة وتكون على الغالب ستة أذرع ·

البيضي : شكل هندسي يتكون من قوسي دائرتين · (انظر الشكل في الصفحة ٢٥٨) ·

الترقين ، والترقينة : خط يوضع في كشف الحساب ليملأ المنزلة الخالية ، وهو يقوم مقام الصفر وهو على شكل خط أفقي مستقيم ، وقد يتعرج ·

التنوري : شكل هندسي يتكون من شبه منحرف على ساقيه قطعتا دائرة · انظر الشكل الأسفل في الصفحة ٢٥٩ ·

الجريب : وحدة مساحة تساوي أشلا مربعا أي ٣٦٠٠ ذراع مربعة ·

ويقسم الجريب الى عشرة أقسام يسمى كل منها قفيزا ·

الجبر والمقابلة : هذا هو الاسم الذي وضعه العرب لما نسميه اليوم بعلم الجبر · وهو أصلا يتناول عمليتين محددتين في حل المعادلات · أما الجبر فيختص بعملية ازالة الحدود السالبة من طرفي المعادلة ، كما يختص بازالة الكسور · وبه تنتهي المعادلة الى مثل :

$$\text{ا}\,\text{س}^{2} + \text{د}\,\text{س} + \text{حـ} = \text{س}^{2} + \text{هـ}\,\text{س} + \text{و}$$

وبعدئذ تأتي المقابلة وهذه تعني مقارنة طرفي المعادلة ، فاذا كانت $\text{د} > \text{ا}$ ، ادت المقابلة الى حذفها من الطرف الايسر وابقاء $(\text{د} - \text{ا})$ في الطرف الايمن · وهكذا ·

وفي الرياضيات العربية نجد الجبر والمقابلة فرعا من فروع حساب اليد ، ولكنه منذ وقت مبكر أخذ يستقل عن الحساب ويحظى بكتب خاصة به ·

التكسير والمساحة : تستعمل هاتان اللفظتان في كتب الحساب العربية **بمعاني** ليست لها اليوم فالتكسير تعني ايجاد مساحـــة الشكل كما تعني ايجاد حجم الجسم وعلى هذا يسمى كل من الذراع المربعة والذراع المكعبة ذراعا مكسرة ·

أما المساحة فتعني عـــدا ايجاد المساحة والحجم حساب الاطوال أيضا ، وهي من ثم تقابل كلمة Mensuration الانكليزية ·

الجمع : تستعمل هذه الكلمة في كتب حساب اليد ، مع الكسور خاصة ، للدلالة على العملية الحسابية المعروفة · وهي لا ترد بخصوص جمع الاعداد الصحيحة ، ولعـــل ذلك لسهولة هذه العملية · ولانها كانت تجري عقليا · أما في كتب الحساب الهندي فترد بدلا منها كلمة **الزيادة** ، كما يسمى العددان المجموعان **بالمزيد والمزيد عليه** ، الى حد أننا قد نجد كلمة الجمع تستعمل للدلالة على أي عملية للتوحيد بين مقدارين ، حتى اذا كان هذا التوحيد يعني الضرب في مثل وضع $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \cdot \frac{\text{حـ}}{\text{ى}}$ **بالشكل** $\frac{\text{ا}\,\text{حـ}}{\text{ب}\,\text{ى}}$

الجهجندم : خليط من حنطة جيدة وحنطة رديئة للحصول على حنطة متوسطة ·

الحبة : وحدة عملة وهي تعادل على الغالب $\frac{1}{48}$ من الدرهم · فاذا استعيرت للدلالة على الكسر أصبحت تعني $\frac{1}{48}$

الدانق : وحدة عملة أيضا وهي تساوي على الغالب ٨ حبات · فاذا استعيرت للدلالة على كسر أصبحت تعني $\frac{١}{٦}$ · والجمع **دوانيق** ·

الدور : ترد هذه الكلمة في كتب حساب اليد ، وفي بحث المساحة خاصة ، كمرادفة لكلمة المحيط · أما في كتب حساب اليد فترد بصدد بحث المراتب بمعنى آخر : ذلك أن الرياضيين العرب جعلوا للأعداد ثلاث مراتب هي الآحاد والعشرات والمئات ، وهذه تكون بينها دورا ، وهذا يتكرر مرة اخرى للالوف فتنشأ آحادها وعشراتها ومئاتها ، ثم مرة أخرى لألوف الالوف، وهكذا · فكل ثلاث منازل ، مبتدئة من منزلة الآحاد ، تسمى دورا · والجمع **أدوار** ·

الرءوس : هذا هو الاسم الذي يطلقه أبو الوفاء على الكسور العربية التسعة ، وهي النصف والثلث ··· الى العشر · أما الكرجي فيسميها **الكسور المفردة** ·

الرواج : تقدير عوائد الدولة من الغلات يقتضي استخدام ماسح يقدر الغلة ومحاسب (جهبذ) يحسب هذه العوائد · وهذا المحاسب يتقاضى نصيبا في المائة مما تأخذ الدولة ونصيبه يسمى الرواج أو **الكفاية** · ويحدد في المخطوطات بانه ما يأخذه الجهبذ بحق جهبذته·وقد يستخدم المحاسب مساعدين له ، فيتلقون هم أيضا نصيبا يسمى **رواج الرواج** ·

الزيادة : انظر الجمع ·

الساقات : عدد صفوف اللبن التي توضع في عرض ذراع واحدة من البناء ·

السهم : يستعمل هذا اللفظ في المساحات ليدل على الارتفاع الاعظم لقطعة الدائرة ، وفي الحجوم ليدل على ارتفاع المخروط ·

الطسق وجمعها **طسوق** : هذا هو الاسم الذي يعطي لنصيب الدولة من الغلة ويعرف بانه حق السلطان · ويكون شيئا معلوما عن كل جريب ·

العدد :

عدد اول : يقابل ما نسميه عددا أوليا ، ويقابله **عدد ثان** وهو الذي يحلل الى عاملين أو أكثر ·

عدد فرد : هو ما نسميه بالعدد الفردي ، ويقابله **عدد زوج** وهو الزوجي ·

عدد له نصف (او ثلث) : هو العدد الذي نصفه (أو ثلثه) عدد صحيح ، أي أنه يقبل القسمة على ٢ (أو ٣) ·

الاعداد المشتركة (بالنصف) : أعداد تقبل القسمة (على ٢)·

الاعداد المتباينة : أعداد ليس بينها عامل مشترك ·

الاعداد الاربعة المتناسبة : اذا كان ا : ب = حـ : د فان ا ، ب ، حـ ، د أعداد أربعة متناسبة · وهذا هو المبدأ الاساسي في حساب المعاملات العربية · حيث يكون هنالك أربع قيم متناسبة اذا عرف منها ثلاث أمكن معرفة الرابعة · وأبو الوفاء يعطي أربعة أسماء لذلك هي **التناسب المستوى** ، **والمعكوس** ، **والمقلوب** ، **والمخالف** ، وذلك حسب كون ا أو ب أو حـ أو د هو المجهول ·

العشير : وحدة مساحة وتساوي عشر قفيز و $\frac{١}{١٠٠}$ من الجريب

والعشير أيضا وحدة وزن وتساوي عشر قفيز و $\frac{١}{٦٠٠}$ من الكر ·

العقد ، وجمعها عقود ، يمكن أن نعتبرها في حساب اليد **تقابل الرقم في الحساب** الهندي · فالعدد ٢١٣ يتركب من ثلاثة عقود : ثلاثة في مرتبة الآحاد ، **وواحد في مرتبة** العشرات ، واثنين في مرتبة المئات · انظر (١٦) في التعليقات ·

القبضة : وحدة طول وتساوي أربع أصابع ·

القصبة : انظر الباب ·

القفيز : وحدة مساحة تساوي عشر الجريب ، والقفيز أيضا وحدة **كيل** وتساوي $\frac{١}{٦٠}$ من الجريب ·

الكر : وحدة كيل ووزن ومقداره يختلف من مكان الى مكان · **انظر ثبت الوحدات** ·

المخرج أو **العدد الذي تخرج منه الكسور** يقابل ما نسميه اليوم المخرج أو المقام · مع فرق واحد يجب ملاحظته هنا : أننا اليوم نكتب $\frac{٥}{٦}$ **أو** $\frac{١}{١٢}$ فنرى **المخرج** واضحا ، في حين أن حساب اليد كانوا يقولون أو يكتبون نصف وثلث ، **أو نصف سدس** ، ثم يحسبون المخرج ٦ ، ١٢ على التوالي · والمخرج في حسابهم هو أصغر عدد صحيح يكون نصفه وثلثه في الحالة الاولى ، ونصف سدسه في الحالة الثانية ، عددا صحيحا ·

المربع والمربعة تعني ما تعنيه اليوم كلمة مربع ، على أنها قد تستعمل للدلالة على الشكل الرباعي ·

المجسم التبري : مجسم مقطعه مربع وارتفاعه أكبر من ضلع المربع ·

المجسم اللبني : مجسم مقطعه مربع وسمكه أقل من ضلع المربع ·

المساحة : انظر التكسير ·

المستطيل : تعني ما تعنيه اليوم ، على أنها قد تستعمل للدلالة على أي متوازي أضلاع طوله أكبر من عرضه بشكل واضح ·

المسقط أو **مسقط الحجر** قد تعني ما نسميه اليوم بالمسقط وقد تعني نقطة هي موقع العمود ·

المسناة : بناء يقام في وجه السيل لمنع الفيضان ·

المطبل : شكل هندسي · انظر الشكل الأعلى في الصفحة ٢٥٩ ·

الشبيه بالمعين : الشكل المتوازي الاضلاع ·

المنحرف : هو ما نسميه اليوم بشبه المنحرف ·

المقابلة : انظر الجبر والمقابلة ·

الميزان : تحقيق صحة الجواب بمثل طرح التسعات ·

النقصان : هو الاسم العربي في كتب حساب اليد وحساب التخت لعملية الطرح · والعددان اللذان تجري عليهما العملية يسميان : **المنقوص والمنقوص منه** ·

وحيثما نقول اطرح كذا من كذا ، يقول الحساب العرب : **اسقط** أو **الق** أو **انقص** كذا من كذا · وقد يقول أبو الوفاء **نضع** أربعة من سبعة ، بمعنى نطرح ولم نعثر على كلمة **الطرح** في المخطوطات القديمة الا بصدد عملية الميزان بطريقة **طرح** التسعات أو غيرها

الورق : يستعمل أبو الوفاء هذه الكلمة بمعنى العملة ·

وزن الارض : تعبير يستعمله أبو الوفاء للدلالة على العملية التي بها يقدر ارتفاع بقعة فوق أخرى أو انخفاضها دونها ·

كشاف بأسماء الاعلام

الواردة في المقدمة والتعليقات

محتويات الكتاب

[library stamp]

ARABIC ARITHMETIC

The Arithmetic of Abu al-Wafa'

al - Buzajani

10 th Century

Mss. Or. 103 Leiden & 42 M Cairo

Edited with on Introduction and Commentaries

with ample reference to the Arithmetic

of al - Karaji (11 th Century)

MS 855 Istanbul

By

Dr. A. S. Saidan